

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

## მასალათა მექანიკა

ლექციების კურსი „Mechanics of Materials: An Integrated Learning System by Timothy A. Philpot“-ის მიხედვით

ნიადაგისა და წყლის რესურსების ინჟინერიის სპეციალობის II კურსის სტუდენტებისათვის

January 1, 2015

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი.....	0
<b>თავი 1. ძაბვა .....</b>	<b>6</b>
1.1 შესავალი .....	6
<b>1.2 გრძივი ღერძული დატვირთვით აღძრული ნორმალური ძაბვა.....</b>	<b>7</b>
ძაბვის ერთეულები .....	9
ჩაწერის თანრიგები .....	9
მაგალითი 1.1.....	9
მაგალითი 1.2.....	11
მაგალითი 1.3.....	13
<b>1.3 სუფთა ძვრის ძაბვა.....</b>	<b>15</b>
მაგალითი 1.4.....	17
მაგალითი 1.5.....	18
მაგალითი 1.6.....	20
<b>1.4 თელვის ძაბვა .....</b>	<b>21</b>
მაგალითი 1.6.....	23
<b>1.5 ძაბვები დახრილ კვეთებში.....</b>	<b>24</b>
<b>1.6 მხები ძაბვების ტოლობა პერპენდიკულარულ სიბრტყეებზე.....</b>	<b>27</b>
მაგალითი 1.9.....	28
<b>თავი 2. დეფორმაცია.....</b>	<b>31</b>
<b>2.1 გადაადგილება, დეფორმაცია და ფარდობითი დეფორმაციის ცნება .....</b>	<b>31</b>
გადაადგილება.....	31
დეფორმაცია .....	31
ფარდობითი დეფორმაცია.....	32
<b>2.2 ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია .....</b>	<b>33</b>
საშუალო ნორმალური დეფორმაცია .....	33
ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია წერტილში .....	33
ფარდობითი დეფორმაციის ერთეულები.....	34
ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციების ექსპერიმენტალური განსაზღვრა .....	34
ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის ნიშნის წესი .....	35
მაგალითი 2.1.....	35
<b>2.3 ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია .....</b>	<b>38</b>
ფარდობითი დეფორმაციის ერთეულები.....	39
ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის გაზომვა.....	39
ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის ნიშნის წესი .....	39

მაგალითი 2.2.....	40
მაგალითი 2.3.....	41
<b>2.4 თერმული ფარდობითი დეფორმაცია .....</b>	<b>41</b>
ჯამური ფარდობითი დეფორმაციები .....	42
მაგალითი 2.4.....	42
მაგალითი 2.5.....	43
<b>თავი 3. მასალათა მექანიკური თვისებები .....</b>	<b>45</b>
<b>3.1 გაჭიმვის ტესტი .....</b>	<b>45</b>
გაჭიმვის ტესტის ჩატარება.....	45
გაზომვები გაჭიმვის ტესტის ჩატარებისას .....	46
<b>3.2 ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი .....</b>	<b>48</b>
პროპორციულობის ზღვარი .....	49
დრეკადობის მოდული.....	49
დეფორმაციით განმტკიცება/ცივნაჭედობა .....	50
დრეკადობის ზღვარი .....	51
დენადობა.....	52
განმტკიცება და სიმტკიცის ზღვარი .....	53
შევიწროვება .....	53
რღვევა.....	54
პლასტიკურობა .....	55
ძირითადი მახასიათებლების მიმოხილვა.....	57
<b>3.3 ჰუკის კანონი .....</b>	<b>58</b>
<b>3.4 პუასონის კოეფიციენტი .....</b>	<b>58</b>
თანაფარდობა $E$ , $G$ და $\nu$ -ს შორის .....	59
მაგალითი 3.1.....	60
მაგალითი 3.2.....	61
მაგალითი 3.3.....	64
<b>თავი 4. გაანგარიშების-კონსტრუირების კონცეფციები .....</b>	<b>66</b>
<b>4.1 შესავალი .....</b>	<b>66</b>
<b>4.2 დატვირთვის ტიპები .....</b>	<b>67</b>
მუდმივი დატვირთვები.....	67
დროებითი დატვირთვები.....	68
თოვლის დატვირთვა.....	68
ქარის დატვირთვა .....	69

4.3 საიმედოობა .....	69
4.4 დასაშვები ძაბვებით გაანგარიშება-კონსტრუირება .....	70
მაგალითი 4.1.....	71
4.5 დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტებით გაანგარიშება-კონსტრუირება .....	73
ალბათური კონცეფციები.....	74
დატვირთვების შეთანწყობა .....	77
ზღვრული მდგომარეობები.....	78
მაგალითი 4.2.....	79
<b>თავი 5. ღერძული/გრძივი დეფორმაცია .....</b>	<b>81</b>
5.1 შესავალი .....	81
5.2 სენ-ვენანის პრინციპი .....	82
5.3 ღერძულად/გრძივად დატვირთული ღეროების დეფორმაციები.....	85
მაგალითი 5.1.....	87
ტერმინოლოგია.....	88
ძალისა და დეფორმაციის დამოკიდებულება.....	89
დეფორმაციების გეომეტრია.....	90
მაგალითი 5.2.....	91
5.4 დეფორმაციები გრძივად დატვირთულ ღეროვან სისტემებში .....	93
მაგალითი 5.3.....	93
ძალა-დეფორმაციის ურთიერთდამოკიდებულება .....	94
დეფორმაციის გეომეტრია .....	94
D-ს გადაადგილება.....	95
5.5 სტატიკურად ურკვევი ღერძულად/გრძივად დატვირთული ელემენტები .....	95
მაგალითი 5.4.....	96
5.6 თერმული ეფექტები გრძივ დეფორმაციებში .....	97
<b>თავი 6. გრეხა .....</b>	<b>99</b>
6.1 შესავალი .....	99
6.2 ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია გრეხისას .....	100
6.3 მხები ძაბვები გრეხისას.....	102
პოლარული ინერციის მომენტი J.....	104
6.4 ძაბვები დახრილ სიბრტყეებზე .....	105
6.5 გრეხითი დეფორმაციები .....	107
ბრუნვის კუთხეები.....	109
6.6 გრეხის ნიშნის წესი .....	109

გრების კუთხის ნიშნის წესი.....	110
მობრუნების კუთხის ნიშნის წესი .....	110
მაგალითი 6.1.....	111
<b>თავი 7. კოჭების წონასწორობა.....</b>	<b>113</b>
<b>7.1 შესავალი .....</b>	<b>113</b>
საყრდენების ტიპები.....	113
სტატიკურად რკვევადი კოჭების ტიპები .....	115
დატვირთვების ტიპები .....	115
<b>7.7 განივი ძალა და მომენტი კოჭებში .....</b>	<b>116</b>
მაგალითი 7.1.....	118
განივი ძალისა და მომენტის ფუნქციები .....	118
ააგეთ ფუნქციების გრაფიკები .....	120
მაგალითი 7.2.....	120
მაგალითი 7.3.....	122
<b>თავი 8. ღუნვა.....</b>	<b>124</b>
<b>8.1 შესავალი .....</b>	<b>124</b>
სუფთა ღუნვა.....	125
<b>8.2 ღუნვის ფარდობითი დეფორმაციები.....</b>	<b>125</b>
განივი დეფორმაციები.....	127
<b>8.3 ნორმალური ძაბვები კოჭებში.....</b>	<b>128</b>
ნეიტრალური ზედაპირის მდებარეობა .....	129
მომენტისა და სიმრუდის ურთიერთდამოკიდებულება.....	131
ღუნვის ფორმულა .....	132
მაქსიმალური ძაბვები განივკვეთზე .....	133
არაერთგვაროვანი ღუნვა .....	134
მაგალითი 8.1.....	135
<b>თავი 9. მხები ძაბვები კოჭებში.....</b>	<b>140</b>
<b>9.1 შესავალი .....</b>	<b>140</b>
<b>9.2 მღუნავი ძაბვებისაგან წარმოქმნილი ტოლქმედი ძალები .....</b>	<b>140</b>
<b>9.3 მხები ძაბვის ფორმულა.....</b>	<b>142</b>
მხები ძაბვები კოჭში.....	145
<b>თავი 10. კოჭის ჩაღუნვა.....</b>	<b>147</b>
<b>10.1 შესავალი .....</b>	<b>147</b>
<b>10.2 მომენტსა და სიმრუდეს შორის თანაფარდობა.....</b>	<b>148</b>

<b>10.3 დრეკადი ხაზის დიფერენციალური განტოლება.....</b>	<b>148</b>
ნიშნების წესი .....	151
წარმოებულების ურთიერთდამოკიდებულება.....	151
დაშვებების რეზიუმე.....	152
<b>10.4 ჩაღუნვა მომენტის განტოლების ინტეგრირებით .....</b>	<b>153</b>
სასაზღვრო პირობები .....	153
უწყვეტობის პირობები .....	154
სიმეტრიულობის პირობები.....	155
ორმაგი ინტეგრირების მეთოდის პროცედურა .....	155
მაგალითი 10.1.....	157
ინტეგრირება .....	158
სასაზღვრო პირობები .....	158
მუდმივების განსაზღვრა.....	158
დრეკადი ხაზის განტოლება.....	159
კოჭის ჩაღუნვა და დახრის კუთხე $A$ -ზე .....	159

## თავი 1. ძაბვა

### 1.1 შესავალი

სტატისტიკა, დინამიკა და მასალათა მექანიკა წარმოადგენენ საინჟინრო მექანიკის სამ საბაზისო დისციპლინას. სტატისტიკა და დინამიკა ძირითადად შეისწავლის მატერიალურ წერტილსა და ხისტ სხეულთან (ე.ი. იდეალიზირებული სხეული, რომლისათვისაც ძალის ზემოქმედებით ზომის ან ფორმის ნებისმიერი ცვლილება უგულებელყოფილია) დაკავშირებულ გარე ძალებსა და მოძრაობებს. მასალათა მექანიკა შეისწავლის გარე ძალების ზემოქმედებით აღძრულ შიგა ძალებს დეფორმირებად რეალურ სხეულებში (იგულისხმება სხეული, რომელიც გარე ძალების ზემოქმედებით შეიძლება დაგრძელდეს, გაიღუნოს ან დაიგრიხოს). რატომ არის მნიშვნელოვანი შიგა ძალები სხეულში? ინჟინერს მოეთხოვება ავტომობილების, თვითმფრინავების, გემების, მილსადენების, ხიდების, შენობების, გვირაბების, საყრდენი კედლების, ძრავების და მანქანა-მექანიზმების პროექტირება და პროექტის განხორციელება. მუხედავად დანიშნულებისა, ყველა შემთხვევაში, უსაფრთხო და სწორი პროექტირება უნდა ითვალისწინებდეს შემდეგი სამ მექანიკურ პირობას:

1. **სიმტკიცე:** არის თუ არა სხეული საკმარისად მტკიცე იმისთვის, რომ წინააღმდეგობა გაუწიოს მასზე მოქმედ ძალებს? გატყდება ან დაიბზარება თუ არა ის? გააგრძელდება თუ არა სათანადოდ ფუნქციონირებას განმეორებადი დატვირთვებისას?
2. **სიხისტე:** ჩაიღუნება ან დეფორმირდება თუ არა სხეული იმდენად, რომ შეუძლებელი გახდება მისი დაგეგმილი სახით ფუნქციონირება?
3. **მდგრადობა:** ჩაიღუნება ან დაიბრიცება თუ არა სხეული მყისიერად მასზე ზემოდან მოქმედი ძალისაგან ისე, რომ ვეღარ შეძლებს ფუნქციონირების გაგრძელებას?

ამ პირობათა გათვალისწინება მოითხოვს გარე ძალების ინტენსივობისა და სხეულში აღძრული დეფორმაციების შეფასებასა და სხეულის მასალის მექანიკური მახასიათებლების ცოდნას.

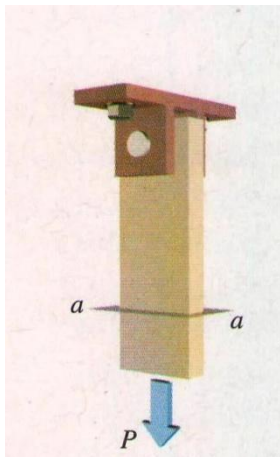
მასალათა მექანიკა წარმოადგენს ძირითად საგანს მრავალი საინჟინრო დარგისათვის. კურსი ფოკუსირებულია რამდენიმე ტიპის ელემენტზე: ღეროები გრძივი ღერძული ზემოქმედების ქვეშ; ლილვები გრეხისას, კოჭები ღუნვისას და სვეტები კუმშვისას. პროექტირებისათვის საჭირო უამრავი ფორმულა და წესი, რომლებსაც ვხვდებით ნორმებსა და სპეციფიკაციებში, დაფუძნებულია მასალათა მექანიკის ძირითად ცნებებზე, რომლებიც დაკავშირებულია აღნიშნული ტიპის ელემენტებთან. მასალათა მექანიკის საფუძვლების მყარი ცოდნისა და ამოცანათა გადაჭრის უნარების მქონე სტუდენტი კარგად მომზადებული შეხვდება საინჟინრო პროექტირებასთან დაკავშირებულ მომდევნო დისციპლინებს.

## 1.2 გრძივი ღერძული დატვირთვით აღძრული ნორმალური ძაბვა

ყველა სასწავლო საგანში ვხვდებით ძირითად ცნებებს, რომელთაც არსებითი მნიშვნელობა აქვთ საგნის არსის კარგად გაგებისათვის. მასალათა მექანიკაში ასეთ ცნებას წარმოადგენს ძაბვა. უმარტივესი ხარისხობრივი განმარტებით, ძაბვა ეს არის შიგა ძალების ინტენსივობა. ძალა ვექტორული სიდიდეა და შესაბამისად, ხასიათდება სიდიდითა და მიმართულებით. ინტენსივობაში იგულისხმება ფართზე განაწილებული ძალა. შესაბამისად, ძაბვა შეიძლება განისაზღვროს როგორც:

$$\text{ძაბვა} = \text{ძალა} / \text{ფართობი} \quad (1.1)$$

ნორმალური ძაბვის ცნების ასახსნელად განვიხილოთ ღერძული ძალით დატვირთული სწორკუთხა განივკვეთის მქონე ღერო (ნახაზი 1.1ა).



ნახ. 1.1ა. ღერძული P ძალით დატვირთული ღერო

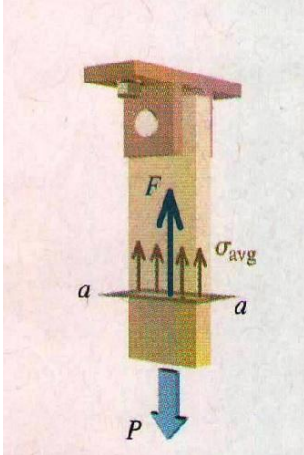
ღერძული ძალა წარმოადგენს ელემენტის გრძივი ღერძის გასწვრივ მოქმედ დატვირთვას. ღერძული ძალები, რომლებიც იწვევენ ელემენტის დაგრძელებას, იწოდებიან გამჭიმავ ძალებად, ხოლო ძალები, რომლებიც იწვევენ ელემენტის დამოკლებას, იწოდებიან მკუმშავ ძალებად. ღერძული ძალა P ნახაზ 1.1ა.-ზე წარმოადგენს გამჭიმავ ძალას. შიგა ძალების კვლევისათვის ღერო გავკვეთთ განივი სიბრტყით, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზ 1.1ა.-ზე (სიბრტყით a – a), იმისათვის რომ მივიღოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ღეროს ქვედა ნაწილისათვის (ნახაზი 1.1ბ.). როდესაც ეს მკვეთი სიბრტყე ღეროს გრძივი ღერძის

პერპენდიკულარულია, გაკვეთის შედეგად მიღებულ ზედაპირს განივკვეთი ეწოდება.

ბრტყელ ზედაპირზე მოქმედი შიგა ძალების გამოსავლენად სხეულის გაკვეთის მეთოდი ხშირად იწოდება როგორც კვეთების მეთოდი. გადამკვეთ სიბრტყეს ეწოდება კვეთის სიბრტყე. შიგა ძალების კვლევისათვის ნებისმიერმა შეიძლება მარტივად თქვას რაღაც ამის მსგავსი „გაატარეთ კვეთი ღეროში,, რაც გულისხმობს კვეთების მეთოდის გამოყენებას. ეს მეთოდი გამოიყენება მყარ სხეულზე გარე ძალების მოქმედებით აღძრული შიგა ძალების კვლევისათვის მასალათა მექანიკის მთელი კურსის შესწავლის პერიოდში.

ღეროს ქვედა ნაწილის წონასწორობა მიიღწევა წარმოქმნილი შიგა ძალების უწყვეტი განაწილებით გაკვეთის შედეგად მიღებულ ზედაპირზე. შიგა ძალების აღნიშნულ განაწილებას აქვს გაკვეთის შედეგად მიღებულ ზედაპირის მართობული F ტოლქმედი, რომელიც სიდიდით P -ს ტოლია და მისი მოქმედების წირი კი P -ს მოქმედების წირის კოლინეარულია. მასალაში მოქმედი განაწილებული შიგა ძალების ინტენსივობას ძაბვას უწოდებენ.





მოცემულ შემთხვევაში ძაბვა მოქმედებს გარე ძალის მოქმედების მიმართულების მართობულ ზედაპირზე. ამ ტიპის ძაბვას ნორმალური ძაბვა ეწოდება და აღინიშნება ბერძნული ასოთი -  $\sigma$  (სიგმა). ღეროში აღძრული ნორმალური ძაბვის სიდიდის განსაზღვრისათვის, შიგა ძალების საშუალო ინტენსივობა იანგარიშება გამოსახულებით:

$$\sigma_{avg} = \frac{F}{A} \quad (1.2)$$

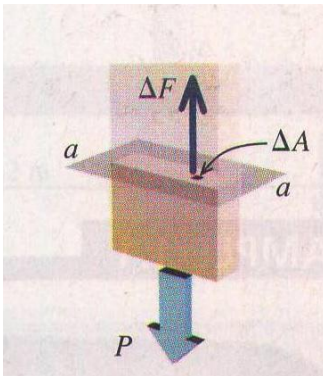
სადაც A არის ღეროს განივკვეთის ფართობი.

ნახ. 1.1ბ. საშუალო ძაბვა

ნორმალური ძაბვის ნიშანების წესი შემდეგია:

- დადებითი ნიშანი აღნიშნავს გამჭიმავ ნორმალურ ძაბვებს
- უარყოფითი ნიშანი აღნიშნავს მკუმშავ ნორმალურ ძაბვებს

ახლა მიღებულ განივკვეთზე განვიხილოთ მცირე ფართობი  $\Delta A$ , როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზ 1.1გ.-ზე და ჩავთვალოთ რომ  $\Delta F$  წარმოადგენს ამ მცირე ფართობზე მოსული შიგა ძალების ტოლქმედს.



$\Delta A$  ფართობზე მოსული შიგა ძალების ინტენსივობა მიიღება  $\Delta F$ -ის  $\Delta A$ -ზე გაყოფით. თუ განივკვეთის მართობულად მოქმედი შიგა ძალების განაწილება ჩათვლილია თანაბრად, უნდა მუდმივად ვამციროთ  $\Delta A$  ფართობი და ზღვარში ის იქცევა განივკვეთზე მდებარე წერტილად. შესაბამისი  $\Delta F$  ძალაც მუდმივად შემცირდება. ძაბვა იმ წერტილში, რომელზეც  $\Delta A$  ფართობი დაიყვანება, განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$\sigma = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.3)$$

ნახ. 1.1გ. ძაბვა წერტილში

თუ ძაბვის განაწილება თანაბარია, როგორც ეს ნაჩვენებია განტოლება (1.2)-ით, მაშინ ტოლქმედი ძალა მოდებული უნდა იყოს განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში. გრძელი, მოქნილი და ღერძული ძალით დატვირთული ელემენტებისათვის, რომლებსაც ვხვდებით ფერმებსა და სხვა მსგავს კონსტრუქციებში, როგორც წესი, ჩათვლილია, რომ ნორმალური ძაბვა განაწილებულია თანაბრად, გარდა გარე ძალების მოდების წერტილების მიმდებარე არეალებისა. ღერძულად დატვირთული ელემენტებისათვის ძაბვის განაწილება თანაბარი არ არის ხვრეტების, ჩაღრმავებების, კიდების და მსგავსი ადგილების მიმდებარე არეალებში. ეს გარემოებები განიხილება მომდევნო თავებში ძაბვათა კონცენტრაციის საკითხებთან. ამ

სახელმძღვანელოში იგულისხმება, რომ ღერძული ძალები მოდებულია განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში, გარდა სპეციალურად აღნიშნული შემთხვევებისა.

## ძაბვის ერთეულები

ჩვეულებრივ, როდესაც ნორმალური ძაბვები იანგარიშება გარე ძალის განივკვეთის ფართობზე გაყოფით, ძაბვის განზომილება არის ძალა ფართობის ერთეულზე. ამერიკის შეერთებულ შტატებში მიღებული განზომილების ერთეულების გამოყენებისას ძაბვის ერთეულია ფუნტი კვადრატულ დიუიმზე (psi) ან კილოფუნტი ძალა კვადრატულ დიუიმზე (ksi), სადაც 1 კილოფუნტი (kip) = 1 000 ფუნტს (lb). განზომილების სიდიდეთა საერთაშორისო სისტემის, აბრევიატურა SI (ფრანგული *Le Systeme International d' Unites-* დან) გამოყენებისას, ძაბვის ერთეულია პასკალი (პა) გამოთვლილი როგორც ნიუტონებში (ნ) გამოსახული ძალის, (მ<sup>2</sup>) - ში გამოსახულ ფართობზე გაყოფით. ტიპური საინჟინრო ამოცანებისათვის პასკალი ძალიან მცირე სიდიდეა და ამიტომ, ძირითადად, ძაბვა გამოსახება მეგაპასკალებში (მპა), სადაც 1 მპა = 1 000 000 პა. მეგაპასკალებით სარგებლობისას მოსახერხებელი ალტერნატივაა ძალის გამოსახვა ნიუტონებში, ფართობისა კი კვადრატულ მილიმეტრებში (მმ<sup>2</sup>). შესაბამისად,

$$1\text{მპა} = 1\,000\,000\text{ ნ/მ}^2 = 1\text{ ნ/მმ}^2 \quad (1.4)$$

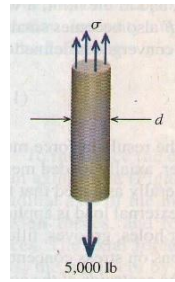
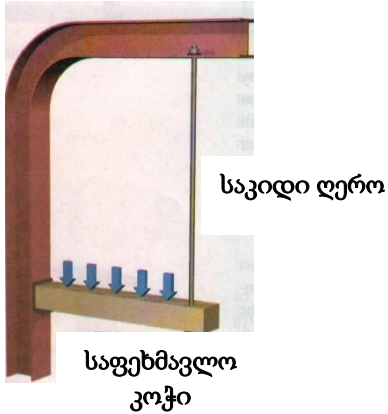
## ჩაწერის თანრიგები

ამ წიგნში საბოლოო პასუხის რიცხვითი მნიშვნელობები წარმოდგენილია სამი თანრიგით, როდესაც რიცხვი იწყება ციფრებით 2-დან 9-ის ჩათვლით და ოთხი თანრიგით, როდესაც რიცხვი იწყება ციფრით 1. შუალედური მნიშვნელობები ძირითადად ჩაიწერება ერთი ციფრის დამატებით იმისათვის, რომ მოხდეს დამრგვალებისას სიზუსტის შემცირების მინიმუმიზაცია.

ამოცანებისა და მაგალითების განხილვით ძაბვის ცნების უკეთესად ათვისებისათვის მოსახერხებელია ხისტი ელემენტის ცნების გამოყენება. დამაგრების შესაბამისად, ხისტი ელემენტი შეიძლება მოძრაობდეს ვერტიკალურად ან ჰორიზონტალურად, ან ის შეიძლება ბრუნავდეს დამაგრების ადგილის მიმართ. ხისტი ელემენტი ჩათვლილია არადეფორმირებადად.

## მაგალითი 1.1

0,5 დიუიმი დიამეტრის მქონე ერთგვაროვანი ფოლადის საკიდი ღერო გამოყენებულია როგორც საფეხმავლო კოჭის დამჭერი. ღეროზე მოქმედი ძალა ტოლია 5000 ფუნტის. განსაზღვრეთ ნორმალური ძაბვის სიდიდე ღეროში. (ღეროს საკუთარი წონა არ გაითვალისწინოთ).



თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა  
საკიდი ღეროსათვის

**ამოხსნა**

ღეროსთვის ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა. ერთგვაროვანი ღეროს აქვს წრიული განივკვეთი, რომლის ფართობიც იანგარიშება გამოსახულებით:

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (0,5)^2 = 0,19635(\text{დიუიმი})^2$$

სადაც  $d$  არის ღეროს დიამეტრი.

რამდენადაც ღეროზე მოქმედი ძალა ტოლია 5000 ფუნტის, ნორმალური ძაბვა ღეროში განისაზღვრება შემდეგი დამოსახულებით:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5,000 \text{ ფუნტი}}{0,19635(\text{დიუიმი})^2} = 25,46473135 \text{ ფუნტი}/(\text{დიუიმი})^2$$

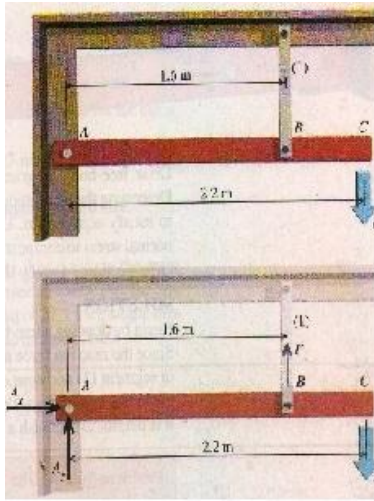
მიუხედავად იმისა, რომ მიღებული პასუხი რიცხობრივად სწორია, საბოლოო პასუხის ჩაწერა  $25,46473135 \text{ ფუნტი}/(\text{დიუიმი})^2$ -ის სახით მიუღებელია. ამდენი თანრიგის სიზუსტით ჩაწერილი რიცხვი მოცემული შემთხვევისთვის შეუსაბამოა. ამ ამოცანაში როგორც ღეროს დიამეტრი, ასევე მასზე მოსული დატვირთვა მოცემულია ერთი თანრიგის (მეათედი) სიზუსტით. მიუხედავად ამისა, ძაბვა გამოთვლილია 10 თანრიგის სიზუსტით.

საინჟინრო პრაქტიკაში მიღებულია საბოლოო პასუხის დამრგვალება სამი თანრიგის სიზუსტით (თუ პირველი ციფრი არ არის 1-ის ტოლი) ან ოთხი თანრიგის სიზუსტით (თუ პირველი ციფრი 1-ის ტოლია). ამ წესის შესაბამისად ღეროში აღძრული ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობა ჩაიწერება როგორც:

$$\sigma = 25,500 \text{ ფუნტი}/(\text{დიუიმი})^2$$

ამ წიგნში მოცემული ილუსტრაციები უმეტეს შემთხვევებში საგნებს წარმოადგენენ რეალური სამგანზომილებიანი რაკურსით. იქ სადაც ეს შესაძლებელია, საგანთან ან კონსტრუქციასთან მიმართებით, აქტუალურ კონტექსტში არის ნაჩვენები თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა. ამ ილუსტრაციებში თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ნაჩვენებია ფერის მთელი სიღრმით, მაშინ, როდესაც საგნის ან კონსტრუქციის სხვა ნაწილები მოცემულია ბაცი ფერებით.

## მაგალითი 1.2



ხისტი ღერო ABC დამაგრებულია ჭანჭიკით A და ღეროვანი ელემენტით (1), რომლის განივკვეთის ფართობია  $540\text{მმ}^2$ . შესაძლებელია ABC ხისტი ღეროს საკუთარი წონის გაუთვალისწინებლობა (შენიშვნა:  $1\text{კნ} = 1000\text{ნ}$ ).

ა) განსაზღვრეთ ნორმალური ძაბვა ელემენტში (1) თუ C წერტილში მოდებული დატვირთვა  $P=8\text{კნ}$ .

ბ) თუ ნორმალური ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა (1) ღეროში შეზღუდულია  $50\text{მპა}$ -ით, რისი ტოლი უნდა იყოს ხისტი ღეროს C წერტილში მოდებული P დატვირთვის მაქსიმალური მნიშვნელობა?

### ამოხსნის გეგმა (ნაწილი ა)

ელემენტ (1)-ში ნორმალური ძაბვის განსაზღვრამდე უნდა განისაზღვროს მასში აღძრული ღერძული ძალა. ამისათვის განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ABC ხისტი ღეროსთვის და ჩავწეროთ A ჭანჭიკის მიმართ მომენტების წონასწორობის პირობა.

### ამოხსნა (ნაწილი ა)

ABC ხისტი ღეროსთვის ჩავწეროთ A ჭანჭიკის მიმართ მომენტების ჯამის წონასწორობის განტოლება. მივიღოთ, რომ  $F_1$  როგორც შიგა ძალა ელემენტ (1)-ში და ჩავთვალოთ რომ  $F_1$  არის გამჭიმავი ძალა. დადებითი მომენტები წონასწორობის განტოლებაში განისაზღვრება მარჯვენა ხელის წესით:

$$\sum M_A = -(8\text{კნ})(2,2\text{მ}) + (1,6\text{მ})F_1 = 0$$

$$F_1 = 11\text{კნ}$$

ნორმალური ძაბვა ელემენტ (1)-ში განისაზღვრება:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{(1,1\text{კნ})(10005/\text{კნ})}{540\text{მ}^2} = 20,3705/\text{მ}^2 = 20,4\text{მპ}$$

(ყურადღება მიაქციეთ გადაყვანის პირობას: 1მპა = 15/მმ<sup>2</sup>).

**ამოხსნის გეგმა**

**(ნაწილი ბ)**

მოცემული ძაბვის გამოყენებით, განვსაზღვროთ ელემენტ (1)-ისათვის დასაშვები მაქსიმალური ძალა.

ძალის განსაზღვრის შემდეგ მომენტის წონასწორობის განტოლების გამოყენებით განვსაზღვროთ P დატვირთვა.

**ამოხსნა**

**(ნაწილი ბ)**

განვსაზღვროთ ელემენტ (1)-ისათვის დასაშვები მაქსიმალური ძალა:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

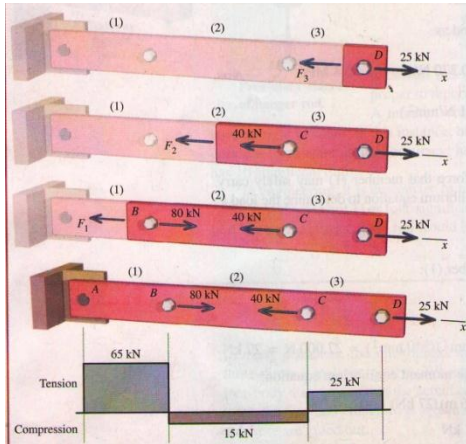
$$F_1 = \sigma_1 A_1 = (50\text{მპა})(540\text{მ}^2) = (505/\text{მმ}^2)(540\text{მ}^2) = 270005 = 27\text{კნ}$$

დასაშვებ P დატვირთვას ვსაზღვრავთ მომენტის წონასწორობის განტოლებიდან:

$$\sum M_A = -(2,2\text{მ})P + (1,6\text{მ})(27\text{კნ}) = 0$$
$$P = 19,64\text{კნ}$$



### მაგალიტი 1.3



50მმ სიგანის ფოლადის ღეროს B, C და D წერტილებში მოდებულია ღერძული დატვირთვები. თუ ღეროში აღძრული ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობამ არ უნდა გადააჭარბოს 60მპა-ს, განსაზღვრეთ რა მინიმალური სისქის ღერო უნდა გამოვიყენოთ ასეთ შემთხვევაში.

#### ამოხსნის გეგმა

დავხაზოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა და ამ გზით ხილული გავხადოთ შიგა ძალა სამივე ნაწილში. წონასწორობის პირობიდან განვსაზღვროთ შიგა ღერძული ძალის სიდიდე და მიმართულება თითოეულ ნაწილში. ღეროს საჭირო მინიმალური განივკვეთის ფართობის განსაზღვრისათვის გამოვიყენოთ შიგა ძალის ყველაზე მაღალი მნიშვნელობა და დასაშვები ნორმალური ძაბვა. ღეროს მინიმალური სისქის განსაზღვრისათვის გავყოთ განივკვეთის ფართობი ღეროს სიგანეზე - 50მმ-ზე.

#### ამოხსნა

დავიწყოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის დახაზვით, რითაც ხილული გავხადოთ შიგა ძალა მე-(3) ნაწილში. რამდენადაც A წერტილში რეაქციის ძალა უცნობია ხდება კვეთის გატარება მე-(3) ნაწილში და ღეროს იმ ნაწილის განხილვა რომელიც იწყება კვეთის ზედაპირიდან და გრძელდება ღეროს თავისუფალ ბოლომდე - D წერტილამდე. უცნობი შიგა ღერძული ძალა  $F_3$  არსებობს მე-(3) ნაწილში და ამით ვსარგებლობთ ამ ტიპის ამოცანებისათვის ერთობლივი მიდგომის ჩამოსაყალიბებლად.

**რჩევა ამოცანის გადაწყვეტისათვის:** როდესაც თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის ღეროვან ელემენტზე დაგაქვთ კვეთი, ჩათვალეთ რომ შიგა ძალა გამჭიმავია და დახაზვისას ძალის ისარი მიმართეთ კვეთის ზედაპირიდან. თუ გაანგარიშების შემდეგ შიგა ძალების მნიშვნელობა აღმოჩნდება დადებითი, დადასტურდება დაშვება გაჭიმვის შესახებ. თუ გაანგარიშების შემდეგ შიგა ძალების მნიშვნელობა აღმოჩნდება უარყოფითი, მაშინ ისინი წარმოადგენენ მკუმშავ ძალებს.

გავატაროთ კვეთი მე-(3) ნაწილში და თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის საფუძველზე გვექნება წონასწორობის შემდეგი განტოლება:

$$\sum F_x = -F_3 + 25\text{კნ} = 0$$

$$F_3 = 25\text{კნ (გაჭიმვა)}$$

გავიმეოროთ იგივე პროცედურა თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემისთვის რომელიც ხილულს ხდის შიგა ძალას მე-(2) ნაწილში

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -F_2 - 40\text{კნ} + 25\text{კნ} = 0 \\ F_3 &= -15\text{კნ} = 15\text{კნ (კუმშვა)}\end{aligned}$$

და თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემისთვის რომელიც ხილულს ხდის შიგა ძალას (1) ნაწილში

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -F_1 + 80\text{კნ} - 40\text{კნ} + 25\text{კნ} = 0 \\ F_3 &= 65\text{კნ (გაჭიმვა)}\end{aligned}$$

ყოველთვის სასარგებლოა მარტივი დიაგრამის აგება, რომელიც გრაფიკულად გამოსახავს ღეროს გასწვრივ შიგა ღერძული ძალების მნიშვნელობებს. აქ მოცემული ღერძული ძალების დიაგრამაზე შიგა გამჭიმავი ძალები ნაჩვენებია ღერძს ზემოთ და შიგა მკუმშავი ძალები კი ღერძს ქვემოთ.

განივკვეთის საჭირო ფართობი გამოითვლება შიგა ძალის ყველაზე მაღალი მნიშვნელობისათვის (ე.ი. აბსოლუტური სიდიდე. ნორმალური ძაბვის სიდიდე ღეროში არ უნდა აჭარბებდეს 60მპა-ს. გაანგარიშებისას გამოიყენება შესაბამისობა 1მპა = 1ნ/მმ<sup>2</sup>; აქედან 60მპა = 60 ნ/მმ<sup>2</sup>.

$$\sigma = \frac{F}{A}; \quad A \geq \frac{F}{\sigma} = \frac{(65\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})}{60\text{ნ/მმ}^2} = 1\,083\,333\text{ მმ}^2$$

რამდენადაც ლითონის ბრტყელი ღეროს სიგანე ტოლია 50მმ-ის, ღეროს მინიმალური სისქე რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შეადგენს:

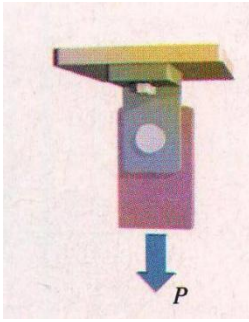
$$t_{min} \geq \frac{1\,083\,333\text{ მმ}^2}{50\text{მმ}} = 21\,667\text{მმ} = 21,7\text{მმ}$$

პრაქტიკაში ღეროს სისქე უნდა დამრგვალდეს უახლოეს ზედა სტანდარტულ ზომამდე.

### **შემოწმება**

გადაამოწმეთ თქვენი ანგარიშები და განსაკუთრებული ყურადღება დაუთმეთ საზომ ერთეულებს. ყოველთვის აჩვენეთ ერთეულები თქვენს გაანგარიშებებში, იმიტომ რომ ეს არის შეცდომების აღმოჩენის ყველაზე მარტივი და სწრაფი გზა. ხომ არ არის პასუხი უაზრო? ღეროს სისქე 21,7მმ-ის ნაცვლად რომ გამოსულიყო 0,0217მმ იქნებოდა თუ არა ეს პასუხი კორექტული გამომდინარე თქვენი აზროვნებიდან და ინტუიციიდან.

### 1.3 სუფთა ძვრის ძაბვა



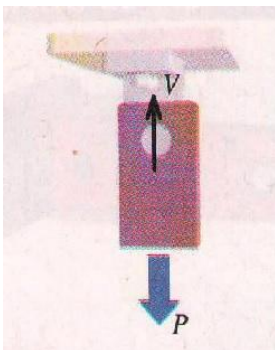
ნახ. 1.2ა.  
სახსროვანი  
შეერთება  
(ცილინდრული  
ღერძით) ერთმაგი

კონსტრუქციაზე ან მანქანაზე/მექანიზმზე მოქმედი დატვირთვა, მათ ცალკეულ ელემენტებს გადაეცემა შეერთებების საშუალებით. შეერთებები შესრულებულია მოქლონების, ჭანჭიკების, ღერძების, ლურსმნების ან შედუღების გამოყენებით. აღნიშნულ შეერთებებში აღძრულ, მეტად მნიშვნელოვან ძაბვებს, მხებ ძაბვებს უწოდებენ. წინა პარაგრაფში ნორმალური ძაბვა განსაზღვრული იყო როგორც შიგა ძალის ინტენსივობა მოქმედი შიგა ძალის მიმართულების

პერპენდიკულარულ სიბრტყეზე. მხები ძაბვაც ასევე შიგა ძალის ინტენსივობაა, მაგრამ მხები ძაბვები მოქმედებენ შიგა ძალის პარალელურ სიბრტყეზე, მხები ძაბვების კვლევისათვის განვიხილოთ მარტივი შეერთება რომელშიც ღეროვან ელემენტზე მოქმედი ძალა დამჭერ ნაწილს გადაეცემა მთლიანი ცილინდრული

ღერძით (ნახაზი 1.2ა).

დატვირთვა ღეროვანი ელემენტიდან დამჭერ ნაწილს გადაეცემა ღერძის განივკვეთზე განაწილებული მძვრელი ძალით (ე.ი. ძალით რომელიც იწვევს ჭრას). თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ღერძთან ერთად ნაჩვენებია ნახაზი 1.2ბ-ზე.



ნახ. 1.2ბ.  
თავისუფალი  
სხეულის ძალოვანი  
სქემა, ღერძიდან  
გადაცემული  
გადამჭრელი ძალის  
ჩვენებით

ამ ნახაზზე ღერძის განივკვეთზე განაწილებული გადამჭრელი შიგა ძალა შეცვლილია გადამჭრელი ძალის ტოლქმედით  $V$ . წონასწორობის პირობა მოითხოვს რომ გადამჭრელი ძალის ტოლქმედი  $V$  ტოლი იყოს მოდებული  $P$  ძალის. მაშინ როდესაც ღერძის მხოლოდ ერთი განივკვეთიდან ხდება დატვირთვის გადაცემა ღეროვანი ელემენტიდან საყრდენ ნაწილზე ამბობენ, რომ ადგილი აქვს ერთმაგ ჭრას (ჭრას ერთ სიბრტყეში).

განტოლება (1.1)-ის მიხედვით მოცემული ძაბვის განმარტებიდან, ღერძის განივკვეთში აღძრული მხები ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა გამოითვლება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A_V} \quad (1.5)$$

სადაც  $A_V$  არის მხები ძაბვის გადაცემის ფართობი. ჩვეულებრივ მხები ძაბვის აღნიშვნისათვის გამოიყენება ბერძული ასო  $\tau$  (ტაუ). მხები ძაბვისათვის ნიშნის განსაზღვრის წესი წარმოდგენილი იქნება მომდევნო თავში.

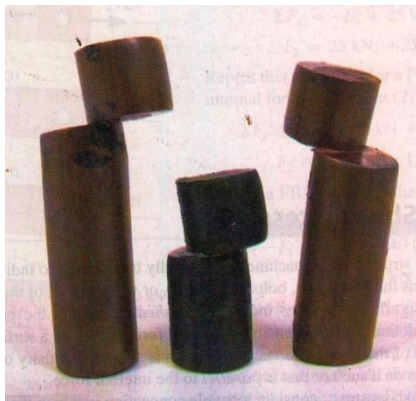
ღერძის განივკვეთის წერტილში ძაბვა შეიძლება მიღებულ იქნეს ზღვარზე გადასვლის იმავე წესით, რომელიც გამოყენებულ იქნა წერტილში ნორმალური ძაბვის მისაღები ფორმულა (1.3)-ის მისაღებად:



$$\tau = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta A_V} \quad (1.6)$$

ამ ტექსტში ქვემოთ ნაჩვენებია რომ მხები ძაბვები ვერ იქნება თანაბრად განაწილებული ღერძის ან ჭანჭიკის განივკვეთში და რომ მაქსიმალური მხები ძაბვა განივკვეთში შეიძლება ძალიან ბევრად აღემატებოდეს ფორმულა (1.6)-ით მიღებულ ძაბვის საშუალო მნიშვნელობას. მიუხედავად ამისა მარტივი კავშირების კონსტრუირება დაფუძნებულია ძაბვის საშუალო მნიშვნელობის გათვალისწინებაზე და ეს პროცედურა ქვემოთ არის წარმოდგენილი.

კავშირებში მხები ძაბვების განსაზღვრის საშუალებაა რღვევის ზედაპირის ან ზედაპირების ვიზუალიზაცია, თუ კავშირების ელემენტები (ე.ი. ღერძები, ჭანჭიკები, ლურსმნები ან შედუღება) რეალურად ტყდება (ე.ი. იშლება). ჭრის ფართობი  $A_V$  რომლითაც ხდება გადამჭრელი ძალის გადაცემა, არის კავშირის ელემენტის, რღვევისას წარმოქმნილი ზედაპირი. ღერძის ან ჭანჭიკის რღვევის ზედაპირის ორი გავრცელებული ტიპი ნაჩვენებია ნახაზ 1.3-ზე და 1.4-ზე. ლაბორატორიული ნიმუშები რომლებიც ირღვევა ერთმაგი ჭრით (ჭრის ერთი სიბრტყით) ნაჩვენებია ნახაზ 1.3-ზე. მსგავსად ამისა ღერძი, რომელიც ირღვევა ჭრის ორი სიბრტყით, ნაჩვენებია ნახაზ 1.4-ზე.

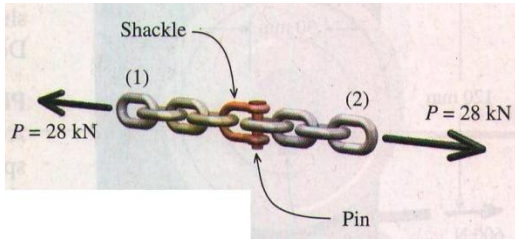


ნახ. 1.3. ღერძის ნიმუშების ერთმაგი ჭრით რღვევა

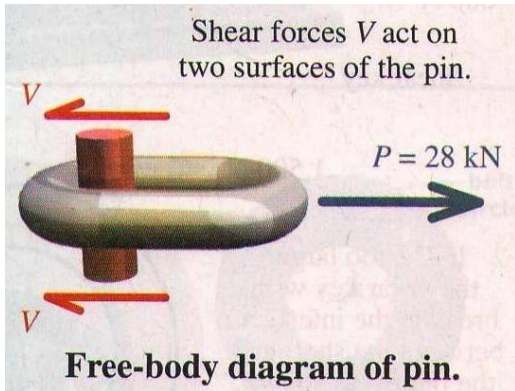


ნახ. 1.4. ღერძის ნიმუშების ორმაგი ჭრით რღვევა

## მაგალიტი 1.4



ჯაჭვის ელემენტები (1) და (2) ერთმანეთთან დაკავშირებულია კავითა და ღერძით. განსაზღვრეთ ღერძის დიამეტრის  $d$  დასაშვები მინიმალური მნიშვნელობა, თუ ღერძული ძალის მნიშვნელობა ჯაჭვში  $P = 28$  კნ და დასაშვები მხები ძაბვა ღერძში კი  $\tau_{allow} = 90$  მპა.



### ამოხსნის გეგმა

ამოცანის გადაწყვეტისათვის თავდაპირველად მოვახდინოთ იმ ზედაპირების ვიზუალიზაცია რომლებიც წარმოიქმნება მოდებული  $P$  ძალით ღერძის რღვევის შემთხვევაში. მხები ძაბვები წარმოიქმნება ღერძის იმ ზედაპირებში, რომლებიც აღმოჩნდებიან ღერძსა და კავს შორის კონტაქტის ზონაში (საერთო საზღვარი). საჭიროა განისაზღვროს ჭრის ფართობი რომელმაც

წინააღმდეგობა უნდა გაუწიოს ამ ზედაპირებზე (თითოეულზე ცალ-ცალკე) მოქმედ გამძვრელ ძალას და ამ ფართობის მიხედვით შეგვიძლია ვიანგარიშოთ ღერძის მინიმალური დიამეტრი.

### ამოხსნა

დახაზეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ჯაჭვთან (2) კავით დაკავშირებული ღერძისათვის. ორი გამძვრელი ძალა  $V$  წინააღმდეგობას უწევს დატვირთვას  $P = 28$  კნ. ყოველ ზედაპირზე მოქმედი გამძვრელი ძალა ტოლი უნდა იყოს მოდებული დატვირთვის  $P$  ნახევრის  $V = 14$  კნ.

კიდევ ერთხელ, ყოველი ზედაპირის ფართობი უბრალოდ ღერძის განივკვეთის ფართობია. ღერძის რღვევის ზედაპირებზე მოქმედებს საშუალო მხები ძაბვა, ამიტომ გამძვრელი ძალა  $V$  იყოფა ღერძის განივკვეთის ფართობზე. რამდენადაც საშუალო მხები ძაბვა შეზღუდულია 90 მპა-თი, განივკვეთის მინიმალური ფართობი რომელიც დააკმაყოფილებს მხები ძაბვის მნიშვნელობის დასაშვებ მოთხოვნას, იანგარიშება შემდეგი სახით:

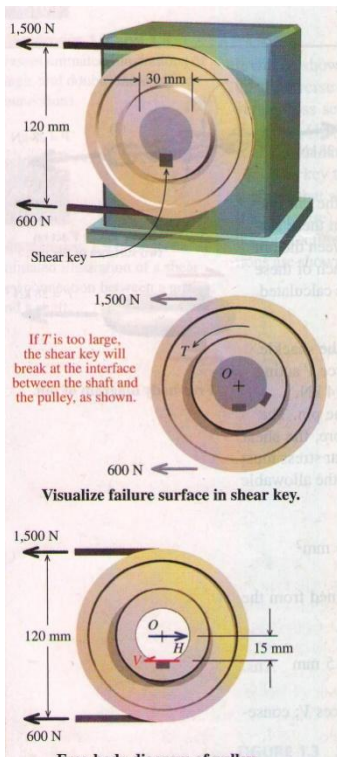
$$\tau = \frac{V}{A_{pin}}; A_{pin} \geq \frac{V}{\tau_{allow}} = \frac{(14 \text{ კნ})(1000 \text{ ნ/კნ})}{90 \text{ ნ/მმ}^2} = 155 \text{ 556 მმ}^2$$

ღერძის მინიმალური დიამეტრი რომელიც გამოყენებულ უნდა იქნეს კავისთვის, შეიძლება განისაზღვროს განიკვეთის საჭირო ფართობიდან:

$$A_{pin} \geq \frac{\pi}{4} d_{pin}^2 = 155\,156\text{მმ}^2 \quad d_{pin} \geq 14,07\text{მმ} \quad d_{pin} = 15\text{მმ}$$

ამ კავშირში ღერძის ორი განიკვეთი განიცდის V გადამჭრელი ძალის ზემოქმედებას; შესაბამისად ამბობენ რომ გვაქვს ღერძის ორმაგი ჭრა.

### მაგალითი 1.5



ღვედიანი შკივი გამოიყენება იმ მექანიზმის დასაბრუნებლად, რომელზეც დამაგრებულია 30მმ დიამეტრის მქონე ლილვი ჭრაზე მომუშავე კვადრატული სოგმანით. გამჭიმავი ძალის სიდიდეები ტოლია 1500ნ და 600ნ, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე. სოგმანის ზომებია 6მმX6მმX25მმ. განსაზღვრეთ სოგმანში წარმოქმნილი მხები ძაბვები.

#### ამოხსნის გეგმა

კვადრატული სოგმანი გავრცელებული კომპონენტია მაერთებელი შკივის, ჯაჭვური ვარსკვლავას და კბილანაანი ბორბლის წრიულ ლილვზე დასამაგრებლად. ლილვზე ამოიჭრება სწორკუთხა ღრმული და იგივე ზომების ღრმული ამოიჭრება შკივზე. ამის შემდეგ ორივე ღრმული ერთ ხაზზე გასწორდება, მათში ლითონის კვადრატული ელემენტის ჩასმით. ლითონის ამ ელემენტს ეწოდება კვადრატული სოგმანი; ის აიძულებს ლილვსა და შკივს ერთად ბრუნვას.

განგარიშებების დაწყებამდე სცადეთ კვადრატული სოგმანის რღვევის ზედაპირის ვიზუალიზაცია. იმის გათვალისწინებით რომ ღვედის გაჭიმვა არათანაბარია, ლილვის ცენტრის მიმართ წარმოქმნილი მომენტი იწვევს შკივისა და ღვედის ბრუნვას. ამ ტიპის მომენტს მგრები მომენტი ეწოდება. თუ ღვედის არათანაბარი გაჭიმვით წარმოქმნილი მგრები მომენტის T სიდიდე მეტად მაღალია, კვადრატული სოგმანი გატყდება ლილვისა და შკივის შეხების ზედაპირზე, რაც გამოწვევს შკივის თავისუფალ ბრუნვას ლილვზე. რღვევის ზედაპირი წარმოადგენს კვადრატული სოგმანის იმ სიბრტყეს, რომელზეც წარმოიქმნება მხები ძაბვები.

ღვედის დაჭიმულობისა და შკივის დიამეტრის მეშვეობით განისაზღვრება მგრები მომენტის T მნიშვნელობა, რომელსაც აღძრავს შკივი ლილვში. შკივისათვის მიღებული თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემიდან განისაზღვრება იმ ძალის მნიშვნელობა რომელიც უნდა განვითარდეს კვადრატულ სოგმანში, რომ დაკმაყოფილდეს

წონასწორობის პირობა. როდესაც ძალა კვადრატულ სოგმანში ცნობილია, მასში აღძრული მხები ძაბვა შეიძლება განისაზღვროს კვადრატული სოგმანის ზომების გამოყენებით.

### ამოხსნა

განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა შკივისათვის. ეს სქემა მოიცავს ღვედის გამჭიმავ ძალებს და სპეციალურად არ მოიცავს ლილვს. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემით კვადრატული სოგმანი გაჭრილია მისი და შკივის შეხების ზედაპირზე. დავუშვათ რომ შიგა ძალა მოქმედებს კვადრატული სოგმანის გადაჭრილ ზედაპირზე. ამ ძალას უწოდებენ გადამჭრელ ძალას  $V$ . მანძილი  $V$ -დან ლილვის  $O$  ცენტრამდე ლილვის რადიუსის ტოლია. რამდენადაც ლილვის დიამეტრი 30მმ-ია, მანძილი  $O$ -დან  $V$  გადამჭრელ ძალამდე იქნება 15მმ. გადამჭრელი  $V$  ძალის სიდიდე შეიძლება განვსაზღვროთ  $O$  წერტილის მიმართ მომენტების წონასწორობის განტოლებიდან.  $O$  წერტილი წარმოადგენს ბრუნვის ცენტრს როგორც შკივისთვის, ასევე ლილვისთვის. ამ განტოლებაში დადებითი მომენტები განსაზღვრულია მარჯვენა ხელის წესით:

$$\sum M_o = (15005)(60\text{მმ}) - (6005)(60\text{მმ}) - (15\text{მმ})V = 0$$

$$V = 36005$$

შკივის წონასწორობის უზრუნველსაყოფად გადამჭრელი ძალა  $V=36005$  უნდა აიღოს კვადრატულმა სოგმანმა.

აქვე ნაჩვენებია კვადრატული სოგმანის გაზრდილი ხედი. ღვედის გაჭიმვებით წარმოქმნილი გრეხვა გადასცემს 36005-ის ტოლ ძალას კვადრატულ სოგმანს. წონასწორობის პირობის უზრუნველსაყოფად ლილვის მხრიდან კვადრატულ სოგმანს უნდა მოედოს იგივე სიდიდის, მაგრამ საწინააღმდეგო მიმართულების ძალა. შედეგად წარმოქმნილი წყვილძალა ცდილობს კვადრატული სოგმანის გადაჭრას, წარმოქმნის რა მხებ ძაბვას. მხები ძაბვის მოქმედების სიბრტყე ნახაზზე ნაჩვენებია წითლად.

$V=36005$  სიდიდის შიგა ძალა უნდა არსებობდეს კვადრატული სოგმანის შიგა სიბრტყეზე, იმისათვის რომ შკივი იყოს წონასწორობაში. ამ სიბრტყის ფართობი არის კვადრატული სოგმანის სიგრძისა და სიგანის ნამრავლი

$$A_V = (6\text{მმ})(25\text{მმ}) = 150\text{მმ}^2$$

კვადრატულ სოგმანში წარმოქმნილი მხები ძაბვა შეიძლება გაანგარიშებულ იქნეს:

$$\tau = \frac{V}{A_V} = \frac{36005}{150\text{მმ}^2} = 24,05/\text{მმ}^2 = 24,0\text{მპ}$$



მძვრელი დატვირთვის სხვა გავრცელებულ ტიპს წარმოადგენს გამოწნეხით ძვრა. ამ ტიპის დატვირთვის მაგალითებად შეგვძლია მოვიყვანოთ სახვრეტელას მოქმედება ლითონის ფილაში მოქლონებისთვის ხვრეტების მოწყობისას, შენობის სვეტების ზემოქმედება ბაზისურ ნაწილზე მისი ჩახვრეტის თვალსაზრისით და ჭანჭიკზე მოქმედი ღერძული გამჭიმავი ძალა ქანჩიდან მისი გამოწნეხის თვალსაზრისით.



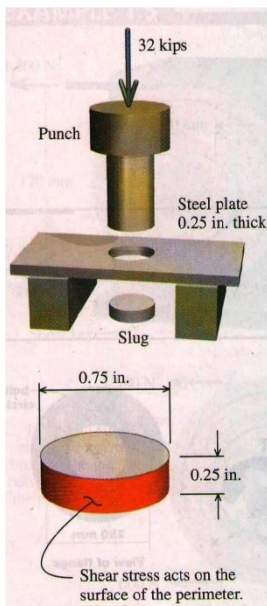
ნახ. 1.5. გამოწნეხითი ძვრა ხის ნიმუშებზე

გამოწნეხით მძვრელი ზემოქმედების ქვეშ, განმსაზღვრელ ძაბვას წარმოადგენს გამოწნეხვის ზედაპირზე მოქმედი მხები ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა. ეს ზედაპირი კი განისაზღვრება გამოსაწნეხი ელემენტის პერიმეტრითა და სისქით.

ნახაზზე 1.5 ხის სამი ნიმუშით ილუსტრირებულია გამოწნეხით ძვრა.

ყოველი ნიმუშის ცენტრალური ხვრეტი წარმოადგენს საბაზო ხვრეტს და გამოიყენება როგორც სახვრეტელას მიმმართველი. ნიმუშზე მარცხენა მხარეს ნაჩვენებია ზედაპირი ძვრით რღვევის საწყის პერიოდში. ცენტრში მდებარე ნიმუშზე ჩანს რღვევის ზედაპირი, მას შემდეგ რაც სახვრეტელა ბლოკში შესულია ნაწილობრივ. ნიმუშზე მარჯვნივ ნაჩვენებია ბლოკი მას შემდეგ რაც სახვრეტელამ მასში მთლიანად გაიარა.

## მაგალითი 1.6



ნაჩვენებია ლითონის ფილაში ხვრეტების გამოსაწნეხი სახვრეტელა. 0,25 დიუიმი სისქის ლითონის ფილაში 0,75 დიუიმი დიამეტრის მქონე ხვრეტის გასაწნეხად საჭიროა ზემოდან ქვემოთ მიმართული 32 კილოფუნტი ძალის დარტყმა. განსაზღვრეთ მხები ძაბვის მნიშვნელობა ლითონის ფილაში, მისგან წრიული დისკის ჩამოვარდნისას

### ამოხსნის გეგმა

მოახდინეთ იმ ზედაპირის ვიზუალიზაცია რომელიც დარჩება დისკის მოცილების შემდეგ. იანგარიშეთ მხები ძაბვა მოქმედი დარტყმის ძალისა და წარმოქმნილი ზედაპირის ფართობის გამოყენებით.

### ამოხსნა

ფოლადის ფილის ნაწილს, რომლის მოცილებითაც ფილაში ხვრეტი წარმოიქმნება, დისკს უწოდებენ. მხები ძაბვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი ფართობი აღმოჩნდება

დისკის გარშემო. გამოიყენეთ დისკის  $d$  დიამეტრი და ფილის სისქე  $t$  ძვრის ფართის  $A_V$  განსაზღვრისათვის

$$A_V = \pi dt = \pi(0,75\text{დიუიმი})(0,25\text{დიუიმი}) = 0,58905(\text{დიუიმი})^2$$

მხები ძაბვის  $\tau$  საშუალო მნიშვნელობა იანგარიშება  $P=32$ კილოფუნტი დარტყმის ძალისა და ძვრის ფართობის მიხედვით.

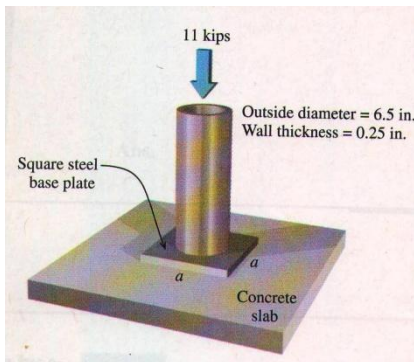
$$\tau = \frac{P}{A_V} = \frac{32 \text{ კილოფუნტი}}{0,58905(\text{დიუიმი})^2} = 34,3\text{კილოფუნტი}/(\text{დიუიმი})^2$$

#### 1.4 თელვის ძაბვა

ძაბვის მესამე ტიპი, თელვის ძაბვა ფაქტიურად წარმოადგენს ნორმალური ძაბვის სპეციალურ კატეგორიას. თელვის ძაბვა ეს არის მკუმშავი ნორმალური ძაბვა რომელიც წარმოიქმნება ორი განცალკევებული მომიჯნავე ელემენტის საკონტაქტო სიბრტყეზე. ნორმალური ძაბვის ეს ტიპი განიმარტება ისევე როგორც ნორმალური და მხები ძაბვები (ე.ი. ძალა ფართობის ერთეულზე), ამიტომაც თელვის ძაბვის  $\sigma_b$  საშუალო მნიშვნელობა იანგარიშება გამოსახულებით:

$$\sigma_b = \frac{F}{A_b} \quad (1.7)$$

სადაც  $A_b$  არის ორ ელემენტს შორის საკონტაქტო ფართობი.



ფოლადის მილის სვეტზე (6,5 დიუიმი გარე დიამეტრი, 0,25 დიუიმი მილის კედლის სისქე) მოქმედებს 11კილოფუნტი სიდიდის დატვირთვა. ფოლადის მილი დამაგრებულია ფოლადის კვადრატულ საყრდენ ფილაზე, რომელიც თავის მხრივ დატვირთვას გადასცემს ბეტონის ფილას.

ა) განსაზღვრეთ თელვის ძაბვა ფოლადის მილსა და ფილას შორის.

ბ) განსაზღვრეთ ფოლადის ფილის მინიმალური დასაშვები ზომა  $a$ , თუ ბეტონის ფილაზე ფოლადის ფილის თელვის ძაბვა შეზღუდულია  $90$  ფუნტი/ $(\text{დიუიმი})^2$ -ით.

### ამოხსნის გეგმა

თელვის ძაბვის გამოთვლისათვის უნდა განისაზღვროს ორი ელემენტის საკონტაქტო ფართობი.

### ამოხსნა

ა) ფოლადის სვეტის ძირსა და საყრდენ ფილას შორის წარმოქმნილი თელვის ძაბვის განსაზღვრისათვის საჭიროა გაანგარიშებულ იქნეს მილის განივკვეთის ფართობი. ის განისაზღვრება ფორმულით:

$$A_{pipe} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

სადაც  $D$  გარე დიამეტრია, ხოლო  $d$  შიგა დიამეტრი. ეს უკანასკნელი გარე დიამეტრთან დაკავშირებულია გამოსახულებით:

$$d = D - 2t$$

სადაც  $t$  კედლის სისქეა. იმის გათვალისწინებით, რომ  $D=6,5$ დიუიმს და  $d=6,0$ დიუიმს მილის განივკვეთის ფართობი ტოლი იქნება:

$$A_{pipe} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}[(6,5\text{დიუიმი})^2 - (6,0\text{დიუიმი})^2] = 4,9087\text{დიუიმი}^2$$

თელვის ძაბვა მილსა და ფილას შორის

$$\sigma_b = \frac{F}{A_b} = \frac{11\text{კილოფუნტი}}{4,9087\text{დიუიმი}^2} = 2,24\text{კილოფუნტი/დიუიმი}^2$$

ბ) მინიმალური ფართობი რომელიც საჭიროა ფოლადის ფილისათვის, რათა თელვის ძაბვა შეიზღუდოს  $90$  ფუნტი/(დიუიმი)<sup>2</sup>-ით:

$$\begin{aligned} \sigma_b = \frac{F}{A_b} \quad A_b = \frac{F}{A_b} &= \frac{(11\text{კილოფუნტი})(1000\text{ფუნტი/კილოფუნტი})}{90\text{ფუნტი/დიუიმი}^2} = \\ &= 2,24\text{კილოფუნტი/დიუიმი}^2 \end{aligned}$$

იმის გათვალისწინებით რომ ფილა კვადრატულია, ბეტონის ფილასთან საკონტაქტო ფართობი ტოლი იქნება:

$$\begin{aligned} A_b = a \times a = 122,222\text{დიუიმი}^2 \quad a &= \sqrt{122,222\text{დიუიმი}^2} = \\ &= 11,06\text{დიუიმი} \quad \text{ვიღებთ } 12\text{დიუიმს} \end{aligned}$$

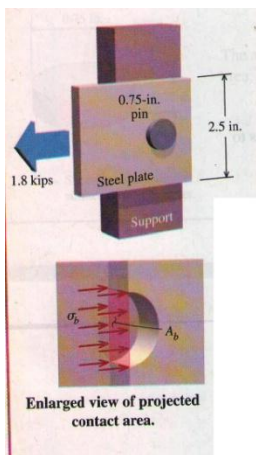
თელვის ძაბვები ასევე წარმოიქმნება ფილისა და ჭანჭიკის ან მოქლონის ღეროს საკონტაქტო ზედაპირზე. ნახაზი 1.6-ზე ნაჩვენებია ფოლადის თხელი ელემენტების ჭანჭიკებით შეერთების თელვით რღვევა. გამჭიმავი დატვირთვა ფოლადის ელემენტზე მოდებულია ზემოთ, თელვის რღვევა კი ვითარდება ჭანჭიკის ხვრეტის ქვედა ნაწილში.



ნახ. 1.6. ფოლადის თხელი ელემენტების ჭანჭიკებით შეერთების თელვით რღვევა

ამ ძაბვის განაწილება ნახევრად წრიულ საკონტაქტო ზედაპირზე მეტად რთულია/არათანაბარია და ამდენად საპროექტო მიზნებისათვის გამოიყენება თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა  $\sigma_b$ . ის იანგარიშება გადაცემული ძალის გაყოფით, ჭანჭიკის/მოქლონის და ფილის საკონტაქტო საპროექტო ფართობზე, რეალური საკონტაქტო ფართობის ნაცვლად. აღნიშნული მიდგომის ილუსტრირება მოცემულია მაგალითში ქვემოთ.

**მაგალითი 1.6**



2,5 დიუიმი სიგანისა და 0,125 დიუიმი სისქის ფოლადის ფილა საყრდენთან დაკავშირებულია 0,75 დიუიმი დიამეტრის მქონე ღერძით. ფოლადის ფილაზე მოდებულია 1,8 კილოფუნტის ტოლი ძალა. განსაზღვრეთ თელვის ძაბვა ფოლადის ფილაში.

**ამოხსნის გეგმა**

თელვის ძაბვები წარმოიქმნება ფოლადის ფილისა და ღერძის საკონტაქტო ზედაპირზე. მოცემულ ილუსტრაციაზე ეს არის ხვრეტის მარჯვენა მხარე. თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობის განსაზღვრისათვის, გაანგარიშებულ უნდა იქნეს ფილასა და ღერძს

შორის საკონტაქტო საპროექტო ფართობი.



## ამოხსნა

1,8 კილოფუნტის ტოლი ძალა ეწევა ფილას მარცხენა მხარეს. რის შედეგადაც ხვრეტის მარჯვენა მხარე მოდის შეხებაში/კონტაქტში ღერძთან. თელვის ძაბვები წარმოიქმნება ხვრეტის მარჯვენა მხარეს (ფოლადის ფილაში) და ღერძის მარჯვენა ნაწილში.

რამდენადაც თელვის ძაბვის რეალური განაწილება ნახევრად წრიულ ზედაპირზე რთულია/არათანაბარია, საპროექტო მიზნებისათვის გამოიყენება თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა. რეალური საკონტაქტო ფართობის ნაცვლად, გამოიყენება კონტაქტის საპროექტო ფართობი.

აქვე მოცემულ ნახაზზე წარმოდგენილია ფოლადის ფილასა და ღერძს შორის არსებული საპროექტო საკონტაქტო ფართობის გადამდებული ხედი. თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა  $\sigma_b$  ფოლადის ფილას მოედება ღერძიდან. აქ არ ჩანს მაგრამ იგივე სიდიდის თელვის ძაბვები მოედება ღერძს ფოლადის ფილისაგან.

საპროექტო ფართობი  $A_b$  ტოლია ღერძის (ან ბოლტის) დიამეტრისა  $d$  და ფილის სისქის  $t$  ნამრავლის. ნაჩვენები ღერძით შეერთებისათვის 0,125 დიუიმი სისქის ფოლადის ფილასა და 0,75 დიუიმი დიამეტრის ღერძს შორის  $A_b$  საპროექტო ფართობი იანგარიშება შემდეგი სახი:

$$A_b = dt = (0,75\text{დიუიმი})(0,125\text{დიუიმი}) = 0,09375\text{მ}^2$$

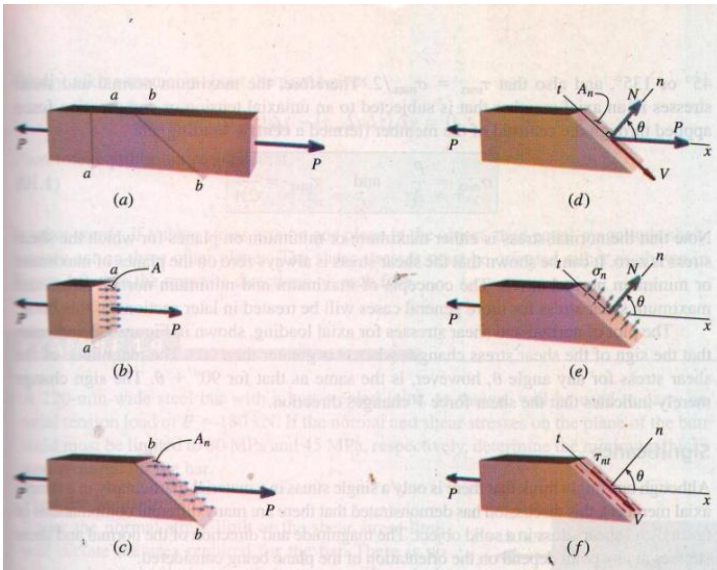
ფილასა და ღერძს შორის თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა ტოლია;

$$\sigma_b = \frac{F}{A_b} = \frac{1,8\text{კილოფუნტი}}{0,09375\text{დიუიმი}^2} = 19,20\text{კილოფუნტი/დიუიმი}^2$$

### 1.5 ძაბვები დახრილ კვეთებში

წინა თავებში გავეცანით ნორმალურ, მხებ და თელვის ძაბვებს, რომლებიც მოქმედებდნენ ცენტრალურად დატვირთული ელენენტების ღერძების პარალელურ და პერპენდიკულარულ სიბრტყეებზე. ეხლა განვიხილება ძაბვები ცენტრალურად დატვირთული ღერძების ღერძების მიმართ დახრილ სიბრტყეებზე.

განვიხილოთ პრიზმატული ღერო რომელზეც მოქმედებს განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში მოდებული  $P$  ძალა (ნახაზი 1.7ა). ასეთი ტიპის დატვირთვას უწოდებენ **ერთღერძას**, რამდენადაც ღეროზე მოდებული ძალა მოქმედებს ერთი მიმართულებით (ე.ი. გვაქვს გაჭიმვა ან კუმშვა). ღეროს განივკვეთის ფართობი აღნიშნულია  $A$ -თი. მასალის შიგნით მოქმედი ძაბვების კვლევისათვის, გავჭრათ ღერო  $a$ - $a$  კვეთზე. თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე (ნახაზი 1.7ბ) ნაჩვენებია გადაჭრილ კვეთზე



ნახ. 1.7ა, ბ, გ, დ, ე, ვ

განაწილებული  $\sigma$  ნორმალური ძაბვა. ნორმალური ძაბვის სიდიდე, ძაბვის თანაბრად განაწილების პირობისათვის, შეიძლება ვიანგარიშოთ გამოსახულებით  $\sigma = P/A$ . ამ შემთხვევაში ძაბვა თანაბრად იქნება განაწილებული იმიტომ რომ ღერო პრიზმატულია, P ძალა კი მოდებულია განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში. განაწილებული ნარმალური ძაბვის ტოლქმედი სიდიდით ტოლია მოდებული P ძალის და მისი მოქმედების წირი ემთხვევა ღეროს ღერძს. გაითვალისწინეთ რომ აქ არის  $\tau$  მხები ძაბვები, რამდენადაც კვეთის

ზედაპირი ძალის ტოლქმედის პერპენდიკულარულია.

კვეთი a-a თავის მხრივ ერთადერთია იმიტომ რომ მხოლოდ ერთი ზედაპირია რომელიც შეიძლება P ძალის მიმართულებების პერპენდიკულარული იყოს. უფრო ზოგად შემთხვევაში განიხილება ღერძის მიმართ ნებისმიერი კუთხით გატარებული კვეთი. განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა მიღებული b-b კვეთის გატარებით (ნახაზი 1.7გ). იმის გათვალისწინებით რომ ძაბვები იგივეა ღეროს მთელ სიგრძეზე, ძაბვების განაწილება დახრილ ზედაპირზეც უნდა იყოს თანაბარი. რამდენადაც ღერო წონასწორობაშია, თანაბრად განაწილებული ძაბვების ტოლქმედი ტოლი უნდა იყოს P ძალის, მიუხედავად იმისა რომ ძაბვა მოქმედებს დახრილ ზედაპირზე.

დახრილი ზედაპირის ორიენტაცია შეიძლება განისაზღვროს  $\theta$  კუთხით,  $x$  ღერძსა და სიბრტყის მართობულ  $n$  ღერძს შორის, როგორც, ეს ნაჩვენებია ნახაზი 1.7დ-ზე.  $\theta$  კუთხე განისაზღვრება როგორც დადებითი  $x$  ღერძიდან  $n$  ღერძისაკენ მობრუნებით საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით.  $t$  ღერძი ტანგენციალურია კვეთის ზედაპირის მიმართ და  $n-t$  ღერძები ქმნიან მარჯვენა კოორდინატთა სისტემას.

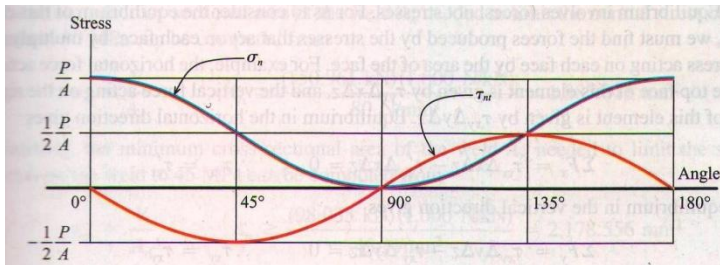
დახრილ სიბრტყეზე მოქმედი ძაბვების (ნახაზი 1.7დ) კვლევისათვის გამოთვლილ უნდა იქნეს ტოლქმედი P ძალის მდგენლები, მოქმედი სიბრტყის პარალელურად და მართობულად. ზემოთ განსაზღვრული  $\theta$ -ს გამოყენებით, პერპენდიკულარულად მოქმედი მდგენელი (ე.ი. ნორმალური ძალა) ტოლია  $N = P \cos \theta$  და პარალელურად მოქმედი მდგენელი (ე.ი. მძვრელი ძალა) ტოლია  $V = -P \sin \theta$ . (უარყოფითი ნიშანი მიუთითებს რომ მძვრელი ძალა მოქმედებს  $-t$  მიმართულებით, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზ 1.7დ-ზე. დახრილი სიბრტყის ფართობი ტოლია  $A_n = A / \cos \theta$ , სადაც  $A$

წარმოადგენს ღერძულად დატვირთული ელემენტის ფართობია. დახრილ სიბრტყეზე განვსაზღვროთ ძალის მდგენლების გაყოფით დახრილი სიბრტყის ფართობზე:

$$\sigma_n = \frac{N}{A_n} = \frac{P \cos \theta}{A_n / \cos \theta} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \frac{P}{2A} (1 + \cos 2\theta) \quad (1.8)$$

$$\tau_{nt} = \frac{V}{A_n} = \frac{-P \sin \theta}{A / \cos \theta} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta = -\frac{P}{2A} \sin 2\theta \quad (1.9)$$

როგორც დახრილი ზედაპირის ფართობი  $A_n$ , ასევე ზედაპირზე მოქმედი ნორმალური და მხები ძალები  $N$  და  $V$  დამოკიდებულია დახრის  $\theta$  კუთხეზე, ნორმალური და მხები ძაბვები  $\sigma_n$  და  $\tau_{nt}$  ასევე დამოკიდებულია სიბრტყის დახრის  $\theta$  კუთხეზე. ძაბვის აღნიშნული დამოკიდებულება როგორც ძალაზე ასევე ფართობზე ნიშნავს იმას რომ ძაბვა არ წარმოადგენს ვექტორულ სიდიდეს; ამიტომაც ვექტორთა შეკრების კანონის გამოყენება ძაბვებთან მიმართებაში მიუღებელია.



ნახ. 1.8.

$\sigma_n$  და  $\tau_{nt}$  სიდიდეების როგორც  $\theta$ -ს ფუნქციის გრაფიკი ნაჩვენებია ნახაზ 1.8.-ზე. ამ გრაფიკებიდან ჩანს რომ  $\sigma_n$  უდიდეს მნიშვნელობას იღებს როდესაც  $\theta$  ტოლია  $0^\circ$  ან  $180^\circ$ , მაშინ როდესაც  $\tau_{nt}$  უდიდეს მნიშვნელობას იღებს როდესაც  $\theta$  ტოლია  $45^\circ$  ან  $135^\circ$  და აგრეთვე რომ  $\tau_{max} = \sigma_{max}/2$ . აღნიშნულიდან

გამომდინარე ღეროვან ელემენტში, მის განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში მოდებული მხოლოდ გამჭიმავი ან მკუმშავი ძალისაგან (უწოდებენ ცენტრალურ დატვირთვას) აღძრული მაქსიმალური ნორმალური და მხები ძაბვებისათვის გვაქვს:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \quad \text{და} \quad \tau_{max} = \frac{P}{2A} \quad (1.10)$$

მიაქციეთ ყურადღება რომ ნორმალური ძაბვები მაქსიმალური ან მინიმალურია იმ სიბრტყეებზე რომლებზედაც მხები ძაბვები ნულის ტოლია. შესაძლებელია იმის ჩვენება რომ მხები ძაბვები ყოველთვის ნულის ტოლია იმ სიბრტყეებზე სადაც ნორმალური ძაბვები მაქსიმალური ან მინიმალურია. მაქსიმალური და მინიმალური ნორმალური ძაბვების და მაქსიმალური მხები ძაბვების კონცეფცია უფრო ზოგადი შემთხვევებისათვის ნაჩვენები იქნება ამ წიგნის მომდევნო თავებში.

ღერძული დატვირთვისათვის ნორმალური და მხები ძაბვების ნახაზ 1.8-ზე ნაჩვენები გრაფიკი მიუთითებს, რომ მხები ძაბვების ნიშანი იცვლება, როდესაც  $\theta$  მეტია  $90^\circ$ -ზე. მხები ძაბვის მნიშვნელობა ნებისმიერი  $\theta$  კუთხისათვის არის იგივე რაც  $90^\circ + \theta$  - სათვის.

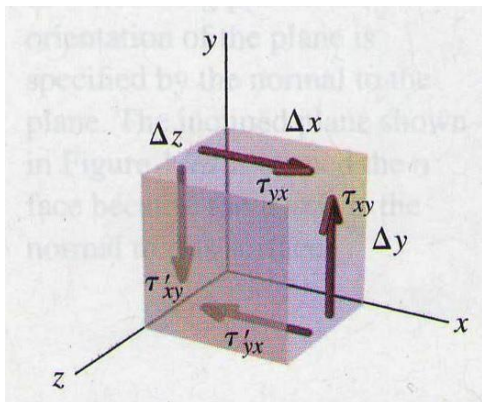
ნიშნის ცვლილება ჩვეულებრივ მიუთითებს იმაზე რომ იცვლება მძვრელი V ძალის მიმართულება.

### მნიშვნელოვანია

თუ ვინმეს შეეძლო ეფიქრა რომ მასალაში მხოლოდ ერთი ტიპის ძაბვა არსებობს (კონკრეტულად მარტივ ღეროვან ელემენტში), აქ მოცემულმა მსჯელობამ აჩვენა რომ მყარი სხეულისთვის არსებობს ნორმალური და მხები ძაბვების განსხვავებული კომბინაციები. ნორმალური და მხები ძაბვების სიდიდე და მიმართულება ნებისმიერ წერტილში დამოკიდებულია განსახილველი წერტილის ორიენტაციაზე.

**რატომ არის ეს მნიშვნელოვანი?** ელემენტების კონსტრუირებისას ინჟინერს ყოველთვის უნდა ახსოვდეს სხეულის შიგა სიბრტყეებზე არსებული ნორმალური  $\sigma_n$  და  $\tau_{nt}$  მხები ძაბვების შესაძლო კომბინაციების შესახებ, რაც უმეტესად აშკარა არ არის. დამატებით, განსხვავებული მასალები სხვადასხვაგვარად რეაგირებენ განსხვავებული ტიპის ძაბვებზე. მაგალითად ერთღერძა გამჭიმავი დატვირთვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი ლაბორატორიული ნიმუშები აჩვენებენ რომ მყიფე მასალების რღვევა ხდება ნორმალური ძაბვის სიდიდის ტოლი რეაქციისას. ამ ტიპის მასალები ირღვევა/ტყდება განივ სიბრტყეზე (ე.ი. სიბრტყეზე როგორც არის კვეთი  $a-a$  ნახაზზე 1.7a). პლასტიური მასალები რეაგირებენ მხები ძაბვის სიდიდეზე. ერთღერძა გამჭიმავი დატვირთვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი პლასტიური მასალები ირღვევა  $45^\circ$  -ით დახრილ სიბრტყეზე, მას შემდეგ რაც სიბრტყის ზედაპირზე წარმოიქმნება მაქსიმალური მხები ძაბვები.

### 1.6 მხები ძაბვების ტოლობა პერპენდიკულარულ სიბრტყეებზე



ნახ. 1.9.

თუ სხეული წონასწორობაშია, მაშინ მისი ნებისმიერი ნაწილი, რომელიც შეირჩევა კვლევისათვის რა რიგ მცირეც არ უნდა იყოს ის, აგრეთვე იქნება წონასწორობაში. შესაბამისად, განვიხილოთ მასალის მცირე ელემენტი, რომელიც იმყოფება მხები ძაბვების ზემოქმედების ქვეშ, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზ 1.9-ზე. ამ მცირე ელემენტის წინა და უკანა სიბრტყე თავისუფალია ძაბვის ზემოქმედებისაგან.

წონასწორობას განაპირობებენ ძალები და არა ძაბვები. იმისათვის რომ ჩვენ განვიხილოთ ამ მცირე ელემენტის წონასწორობა, ჩვენ უნდა განვსაზღვროთ ძაბვებისგან წარმოქმნილი ძალები, რომლებიც მოქმედებენ ელემენტის ყოველ ზედაპირზე. ისინი განისაზღვრება ყოველ ზედაპირზე მოქმედი ძაბვის გამრავლებით ამავე ზედაპირის ფართობზე. მაგალითად ამ ელემენტის ზედა ზედაპირზე მოქმედი ჰორიზონტალური ძალი განისაზღვრება როგორც  $\tau_{yx}\Delta x\Delta z$  და ამავე ელემენტის მარჯვენა ზედაპირზე მოქმედი ვერტიკალური



ძალა კი განისაზღვრება როგორც  $\tau_{xy}\Delta y\Delta z$ . წონასწორობისათვის ჰორიზონტალური მიმართულებით გვექნება:

$$\sum F_x = \tau_{yx}\Delta x\Delta z - \tau'_{yx}\Delta x\Delta z = 0 \quad \therefore \tau_{yx} = \tau'_{yx}$$

და წონასწორობისთვის ვერტიკალური მიმართულებით კი

$$\sum F_y = \tau_{xy}\Delta y\Delta z - \tau'_{xy}\Delta y\Delta z = 0 \quad \therefore \tau_{xy} = \tau'_{xy}$$

საბოლოოდ, მომენტებისათვის z ღერძის მიმართ გვექნება

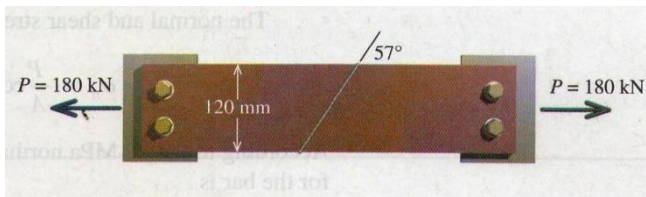
$$\sum M_z = (\tau_{xy}\Delta y\Delta z)\Delta x - (\tau'_{xy}\Delta x\Delta z)\Delta y = 0 \quad \therefore \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

წონასწორობისთვის კი საჭიროა

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau'_{xy} = \tau'_{yx} = \tau$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, თუ მხები ძაბვები მოქმედებს სხეულის ერთ სიბრტყეზე, მაშინ მისი ტოლი სიდიდის მხები ძაბვები მოქმედებენ დანარჩენ სამ სიბრტყეზე. მხები ძაბვები ორიენტირებულია ან ისე როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზ 1.9-ზე, ან მის საწინააღმდეგო მიმართულებით ყოველ სიბრტყეზე

### მაგალითი 1.9



120მმ სიგანის ფოლადის ღერო შედუღების პირაპირული ნაკერით, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე, გამოიყენება P=180კნ ღერძულ გამჭიმავ დათვირთვაზე სამუშაოდ. განსაზღვრეთ

ღეროს მინიმალური საჭირო სისქე, თუ ნორმალური და მხები ძაბვების სიდიდე შედუღების პირაპირული ნაკერის სიბრტყეში შეზღუდულია შესაბამისად 80მპა და 45მპა-თი.

### ამოხსნის გეგმა

ღეროს განივკვეთის საჭირო ფართობისთვის განმსაზღვრელია როგორც ნორმალური ძაბვის სიდიდის შეზღუდვა, ასევე მხები ძაბვის სიდიდის შეზღუდვა. ვინაიდან არ არსებობს ორი ძაბვიდან საძიებო სიდიდისთვის პირველადის წინასწარ განვსაზღვრის საშუალება, განხილულ უნდა იქნეს ორივე შესაძლებლობა. განსაზღვრულ უნდა იქნეს ორივე შეზღუდვის შესაბამისი მინიმალური ფართობები განივკვეთისათვის. მიღებული

შედეგიდან უდიდესის გამოყენებით განვსაზღვრავთ ღეროს მინიმალურ სისქეს. ამის საილუსტრაციოდ ეს მაგალითი უნდა გადაწყდეს ორი გზით:

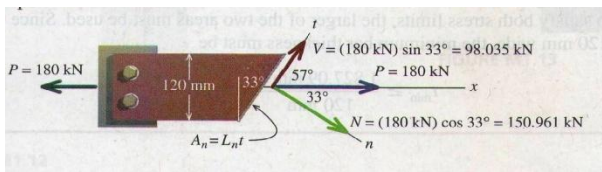
ა) პირდაპირი გზით, P ძალის ნორმალური და მხები მდგენლების გამოყენებით;

ბ) (1.8) და (1.9) განტოლებების გამოყენებით.

### ამოხსნა

ა) ამოხსნა ძალის ნორმალური და მხები მდგენლების გამოყენებით

განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ელემენტის მარჯვენა ნაწილისათვის. დავშალოთ ძალა  $P=180$ კნ ორ მდგენლად:  $N$  შედულების ნაკერის პერპენდიკულარულად და  $V$  შედულების ნაკერის პარალელურად.



შედულების ნაკერის მინიმალური ფართობი  $A_n$  რომელიც საჭიროა შედულების ნაკერში ნორმალური ძაბვის 80მპა-მდე შეზღუდვის უზრუნველსაყოფად იანგარიშება შემდეგი სახით:

$$\sigma_n = \frac{N}{A_n}; \quad \therefore A_n \geq \frac{(150,961 \text{ კნ})(1000 \text{ ნ/კნ})}{80 \text{ ნ/მმ}^2} = 1\,887,013 \text{ მმ}^2$$

ანალოგიურად, შედულების ნაკერის მინიმალური ფართობი  $A_n$ , რომელიც საჭიროა შედულების ნაკერში მხები ძაბვის 45მპა-მდე შეზღუდვის უზრუნველსაყოფად იანგარიშება შემდეგი სახით:

$$\tau_{nt} = \frac{V}{A_n}; \quad \therefore A_n \geq \frac{(98,035 \text{ კნ})(1000 \text{ ნ/კნ})}{45 \text{ ნ/მმ}^2} = 2\,178,556 \text{ მმ}^2$$

მინიმალური განივკვეთი, რომელიც აკმაყოფილებს ნორმალური და მხები ძაბვებისათვის დაწესებულ ზღვრებს ტოლია  $A_n = 2\,178,556 \text{ მმ}^2$ . შემდეგ, ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ შედულების ნაკერი სიგრძე  $L_n$  დახრილი ზედაპირის გასწვრივ. ზედაპირის გეომეტრიიდან გამომდინარე:

$$\cos 33^\circ = \frac{120 \text{ მმ}}{L_n} \quad \therefore L_n = \frac{120 \text{ მმ}}{\cos 33^\circ} = 143,084 \text{ მმ}$$

აქედან გამომდინარე, შედულების ნაკერის აუცილებელი ფართობის უზრუნველსაყოფად, მინიმალური სისქე იანგარიშება:

$$t_{min} \geq \frac{2\,178,556\text{ მმ}^2}{143,084\text{ მმ}} = 15,23\text{ მმ}$$

**ბ) ამოხსნა (1.8) და (1.9) განტოლებების გამოყენებით**

განვსაზღვროთ (1.8) და (1.9) განტოლებებში საჭირო  $\theta$  კუთხე. ის განისაზღვრება როგორც კუთხე განივკვეთს (ე.ი. მოდებული ძალის მიმართ პერპენდიკულარული კვეთი) და დახრილ ზედაპირს შორის. კუთხე განისაზღვრება როგორც დადებითი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. მიუხედავად იმისა რომ პირაპირული ნაკერის დახრის კუთხისათვის, ამოცანისთვის დართულ სქემაზე მითითებულია  $57^\circ$ , ეს არ არის ის სიდიდე, რომელიც უნდა ავიღოთ  $\theta$ -სათვის. განტოლებებში ჩასასმელად უნდა ავიღოთ  $\theta = -33^\circ$ .

ნორმალური და მხები ძაბვები დახრილ სიბრტყეზე შეიძლება განისაზღვროს გამოსახულებებიდან:

$$\sigma_n = \frac{P}{A} \cos^2 \theta \quad \text{და} \quad \tau_{nt} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$$

ნორმალური ძაბვის 80მპა-მდე შეზღუდვის გათვალისწინებით, ღეროს განივკვეთის საჭირო ფართობისათვის გვექნება:

$$A_{min} \geq \frac{P}{\sigma_n} \cos^2 \theta = \frac{(180\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})}{80\text{ნ/მმ}^2} \cos^2(-33^\circ) = 1\,582,58\text{ მმ}^2$$

ანალოგიურად მხები ძაბვის 45 მპა-მდე შეზღუდვის გათვალისწინებით, ღეროს განივკვეთის საჭირო ფართობისათვის გვექნება:

$$A_{min} \geq -\frac{P}{\tau_{nt}} \sin \theta \cos \theta = -\frac{(180\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})}{45\text{ნ/მმ}^2} \sin(-33^\circ) \cos(-33^\circ) = 1\,827,09\text{ მმ}^2$$

შენიშვნა: ჩვენ აქ განვიხილეთ ძალისა და ფართობის მნიშვნელობები. თუ ფართობის გაანგარიშების შედეგად მივიღებთ უარყოფით სიდიდეს, უნდა განვიხილოთ აბსოლუტური სიდიდე.

ორივე ძაბვისთვის მითითებული შეზღუდვის დასაკმაყოფილებლად, გამოყენებულ უნდა იქნეს ორი ფართობიდან უდიდესი. იმის გათვალისწინებით რომ ფოლადის ღეროს სიგანე 120მმ-ია. ღეროს მინიმალური სისქე უნდა იყოს:

$$t_{min} \geq \frac{1\,827,09\text{ მმ}^2}{120\text{მმ}} = 15,23\text{ მმ}$$

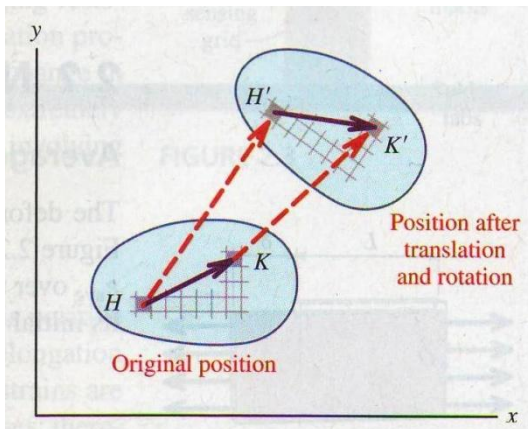
## თავი 2. დეფორმაცია

### 2.1 გადაადგილება, დეფორმაცია და ფარდობითი დეფორმაციის ცნება

კონსტრუქციული ელემენტების ან მანქანა/მექანიზმების კომპონენტების პროექტში, სხეულის მიერ მიღებული დეფორმაციები მოდებული დატვირთვებისაგან ყოველთვის წარმოადგენს განხილვის ისევე მნიშვნელოვან საკითხს, როგორსაც წარმოადგენს ძაბვა. ამის გამო შევისწავლით შიგა ძაბვების შედეგად რეალურ დეფორმირებად სხეულში წარმოქმნილი დეფორმაციის ფიზიკურ ბუნებას და განვსაზღვრავთ დეფორმაციის გაზომვის ან გაანგარიშების მეთოდებს..

#### გადაადგილება

მანქანა/მექანიზმის კომპონენტზე ან კონსტრუქციულ ელემენტზე ძალთა სისტემის ზემოქმედებისას, როგორც წესი სხეულის ცალკეული წერტილები მოძრაობს. წერტილის ეს მოძრაობა, შესაბამისი ათვლის სისტემის ღერძების მიმართ წარმოადგენს ვექტორულ სიდიდეს, რომელსაც გადაადგილებას უწოდებენ. ზოგიერთ შემთხვევაში გადაადგილება ასოცირდება მთლიანი სხეულის გადაადგილებასთან და/ან მობრუნებასთან. იმ ტიპის გადაადგილებას, როდესაც არ იცვლება სხეულის ფორმა და ზომები უწოდებენ ხისტი სხეულის გადაადგილებას.



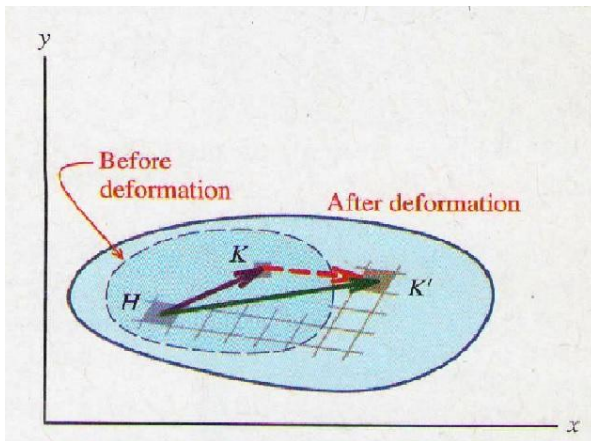
ნახაზი 2.1ა. მყარი სხეულის გადაადგილება

ნახაზი 2.1ა.-ზე განიხილება მყარი სხეულის H და K წერტილები. თუ სხეული გადაადგილდება (როგორც გადატანითი ასევე მობრუნებითი გადაადგილება), H და K წერტილები დაიკავებენ ახალ H' და K' მდებარეობას. რადიუს-ვექტორის სიგრძე H' და K' წერტილებს შორის რჩება იგივე, რაც იყო H და K წერტილებს შორის. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, სხეულის გადაადგილება არ იწვევს H და K წერტილების ურთიერთორიენტაციის/ურთიერთმდებარეობის ცვლილებას.

#### დეფორმაცია

მოდებული დატვირთვით ან ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული გადაადგილება იწვევს სხეულის ცალკეული წერტილების ურთიერთგადაადგილებას. ნებისმერი ზომის ცვლილებას, რომელსაც იწვევს აღნიშნული დატვირთვით ან ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული გადაადგილება, დეფორმაციას უწოდებენ.





ნახაზი 2.1ბ. მყარი სხეულის დეფორმაცია

ნახაზი 2.1ბ.-ზე ნაჩვენებია სხეული დეფორმაციამდე და დეფორმაციის შემდეგ. მარტივად რომ ავხსნათ, ნახაზზე ნაჩვენები დეფორმაცია არის ის რომ H წერტილი არ იცვლის მდებარეობას, მაშინ როდესაც K წერტილი არადეფორმირებულ სხეულზე დეფორმაციის შემდეგ გადაადგილდება და იღებს K' მდებარეობას. დეფორმაციის გამო რადიუს-ვექტორი H და K წერტილებს შორის უფრო გრძელია, ვიდრე HK ვექტორი არადეფორმირებად სხეულში. აგრეთვე გაითვალისწინეთ რომ სხეულზე

დეფორმაციამდე დატანილი ბადის კვადრატები (ნახაზი 2.1ა.) არ აღემატება იმავე კვადრატების დეფორმაციის შემდგომ ზომებს. საბოლოოდ, დეფორმაციის შდეგად იცვლება სხეულის როგორც ფორმა, ასევე ზომები.

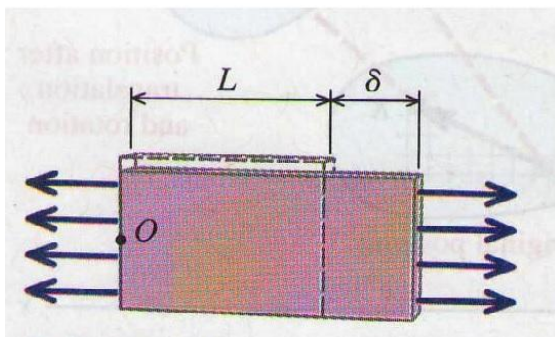
ზემოქმედების საერთო პირობებისათვის დეფორმაცია არ იქნება თანაბარი სხეულის მთლიან მოცულობაში. ზოგიერთი წრფივი მონაკვეთი განიცდის გაჭიმვას, მაშინ როდესაც სხვა მონაკვეთები განიცდიან კუმშვას. ერთი და იგივე სიგრძის სხვადასხვა მონაკვეთებმა, ერთი და იგივე წრფის გასწვრივ შეიძლება განიცადონ განსხვავებული სიდიდის გაჭიმვა ან კუმშვა. ასევე კუთხე სხეულის წრფივ მონაკვეთებს შორის, შეიძლება იცვლებოდეს მდებარეობითაც და ორიენტაციითაც. დატვირთვებით გამოწვეული არათანაბარი დეფორმაციები უფრო დეტალურად განხილულ იქნება მე-13 თავში.

### ფარდობითი დეფორმაცია

ფარდობითი დეფორმაცია არის დეფორმაციის ინტენსივობის საზომი სიდიდე (დეფორმაცია სიგრძის ერთეულზე), ისევე როგორც ძაბვა არის შიგა ძალების ინტენსივობის საზომი (ძალა ფართობის ერთეულზე). პარაგრაფებში 1.2 და 1.3 განსაზღვრულ იქნა ძაბვის ორი ტიპი - ნორმალური ძაბვა და მხები ძაბვა. იგივე კლასიფიკაცია გამოიყენება ფარდობითი დეფორმაციისათვის. ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია, რომელიც აღინიშნება ბერძნული ასოთი  $\epsilon$  (ეფსილონ), გამოიყენება დეფორმაციისას სხეულის ნებისმიერი წრფივი მონაკვეთის დაგრძელების ან დამოკლების საზომად. ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია, რომელიც აღინიშნება ბერძნული ასოთი  $\gamma$  (გამა), გამოიყენება კუთხური დეფორმაციის საზომად (არადეფორმირებული სხეულის ორ ურთიერთმართობულ ღერძს შორის კუთხის ცვლილება). დეფორმაცია ან ფარდობითი დეფორმაცია შეიძლება იყოს შედეგი ტემპერატურის ცვლილების, ძაბვის ან სხვა ისეთი ფიზიკური მოვლენის როგორც არის ფოლადის მარცვლის ზრდა ან შემცირება. ამ წიგნში განიხილება მხოლოდ ტემპერატურის ცვლილებით ან ძაბვით გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაციები.

## 2.2 ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია

### საშუალო ნორმალური დეფორმაცია



ნახაზი 2.2. ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია

მარტივი ღეროს გრძივი ძალის ზემოქმედებით (იხილე ნახაზი 2.2.) გამოწვეული დეფორმაცია შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის ცნების საილუსტრაციოდ. საშუალო ნორმალური დეფორმაცია  $\varepsilon_{avg}$  ღეროს მთელს სიგრძეზე, მიიღება ღეროს გრძივი დეფორმაციის  $\delta$  გაყოფით ღეროს საწყის სიგრძეზე  $L$ :

$$\varepsilon_{avg} = \frac{\delta}{L} \quad (2.1)$$

სიმბოლოთი  $\delta$  აღინიშნება დეფორმაცია ღეროვან ელემენტში.

შესაბამისად,  $\delta$  - ს დადებითი მნიშვნელობა მიუთითებს რომ ღეროვანი ელემენტი დაგრძელდა და  $\delta$  - ს უარყოფითი მნიშვნელობა კი მიუთითებს რომ ღეროვანი ელემენტი უფრო მოკლე გახდა (ტერმინი დამოკლება).

### ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია წერტილში

იმ შემთხვევაში როდესაც ღეროს სიგრძეზე დეფორმაცია არათანაბრად ნაწილდება (მაგ. გრძელი ღერო საკუთარი წონის ზემოქმედების ქვეშ), საშუალო ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია, განსაზღვრული განტოლებით (2.1) შეიძლება მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდეს ღეროს გასწვრივ ნებისმიერ  $O$  წერტილში არსებული ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციისაგან. ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია წერტილში შეიძლება განისაზღვროს იმ სიგრძის შემცირებით რომელზეც მოქმედი დეფორმაცია იზომება. ზღვარზე გადასვლით მიღებული სიდიდე განისაზღვრება როგორც ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია წერტილში  $\varepsilon(0)$ . პროცესის ზღვარი ჩაიწერება გამოსახულებით:

$$\varepsilon(0) = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta \delta}{\Delta L} = \frac{d\delta}{dL} \quad (2.2)$$

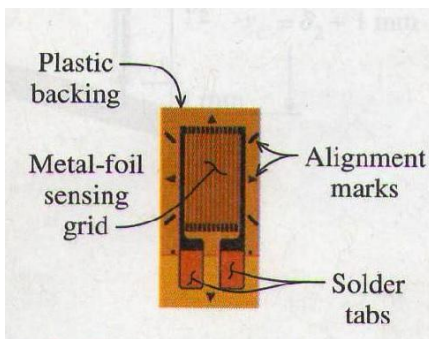
## ფარდობითი დეფორმაციის ერთეულები

განტოლებები (2.1) და (2.2) მიუთითებენ რომ ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია უგანზომილებო სიდიდეა; თუმცა ხშირად ფარდობითი დეფორმაციები გამოისახება ერთეულებით: დიუიმი/დიუიმი; მმ/მმ; მ/მ;  $\mu$ დიუიმი/დიუიმი;  $\mu$ მ/მ; ან  $\mu\epsilon$ . სიმბოლო  $\mu$  ფარდობითი დეფორმაციის კონტექსტში იწოდება „მიკრო“ და აღნიშნავს  $10^{-6}$  კოეფიციენტს. უგანზომილებო სიდიდეებიდან დიუიმი/დიუიმი ან მ/მ, „მიკროსტრეინში“ ( $\mu$ დიუიმი/დიუიმი;  $\mu$ მ/მ; ან  $\mu\epsilon$ ) გადასყვანად გვექნება:

$$1\mu\epsilon = 1 \times 10^{-6} \text{ დიუიმი/დიუიმი} = 1 \times 10^{-6} \text{ მ/მ}$$

ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის სიმცირის გათვალისწინებით მოსახერხებელია მისი გამოსახვა პროცენტებით. ლითონებისგან და შენადნობებისგან დამზადებული, საინჟინრო საქმეში მეტად გავრცელებული ნაკეთობებისათვის ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია იშვიათად აჭარბებს 0,2%-ს, რაც ექვივალენტურია 0,002მ/მ-ის.

## ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციების ექსპერიმენტალური განსაზღვრა



ნახაზი 2.3.

ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციების გაზომვა შესაძლებელია მარტივი ელემენტით, რომელსაც ტენზოგადამწოდებელს უწოდებენ. ჩვეულებრივი ტენზოგადამწოდებელი (ნახაზი 2.3) წარმოადგენს ფოლად-ფოლგის ბადეს, რომელიც წებდება მანქანა/მექანიზმის ნაწილის ან კონსტრუქციული ელემენტის ზედაპირზე. დატვირთვის მოდებისას (აგრეთვე ტემპერატურის ცვლილებისას) გამოსაცდელი ობიექტი დაგრძელდება ან დამოკლდება, წარმოიქმნება ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციები. იმის

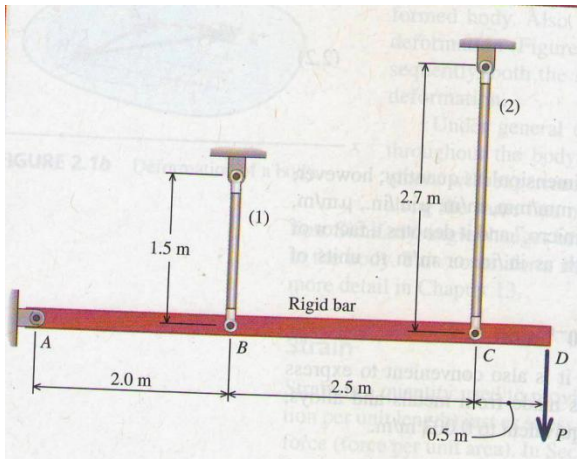
გათვალისწინებით რომ ტენზოგადამწოდებელი დაწებებულია ობიექტზე, ისიც იღებს იგივე ფარდობით დეფორმაციას, რასაც ობიექტი. ტენზოგადამწოდების დაგრძელების ან დამოკლების პროპორციულად იცვლება ფოლად-ფოლგის ბადის ელექტრული წინაღობა. ტენზოგადამწოდებლის ფარდობით დეფორმაციასა და მის წინაღობას შორის კავშირი წინასწარ განსაზღვრულია ყოველი ტიპის ტენზოგადამწოდებლის ტარიერების პროცედურით. შესაბამისად ტენზოგადამწოდებლის წინაღობის ცვლილების ზუსტი გაზომვა, ემსახურება ფარდობითი დეფორმაციის არაპირდაპირ გაზომვას. ფარდობითი დეფორმაციის ტენზოგადამწოდებლები არის იმდენად ზუსტი და მგრძნობიარე რომ  $1\mu\epsilon$  – მდე სიმცირის ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის გაზომვასაც კი უზრუნველყოფს. ფარდობითი დეფორმაციის ტენზოგადამწოდებლები გამოყენების საკითხი უფრო დეტალურად განხილული იქნება მე-13 თავში.

## ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის ნიშნის წესი

(2.1) და (2.2) განტოლებებით მოცემული განმარტებიდან ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია დადებითია ობიექტის დაგრძელებისას და უარყოფითია მისი დამოკლებისას. საერთოდ დაგრძელებას ადგილი აქვს მაშინ როდესაც ძაბვები გრძივი მომართულებით გამჭიმავია. ამიტომ დადებითი ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია მოიხსენიება როგორც ფარდობითი დეფორმაცია გაჭიმვისას. საპირისპიროდ ამისა მაშინ როდესაც ძაბვები გრძივი მომართულებით მკუმშავია, უარყოფითი ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია მოიხსენიება როგორც ფარდობითი დეფორმაცია კუმშვისას.

მაგალითების, ამოცანებისა და სავარჯიშოების განხილვის გზით ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის ცნების განსავითარებლად, ყველაზე მეტად მოსახერხებელია ხისტი ღეროს იდეა. ხისტი ღერო ნიშნავს ისეთ ობიექტს, რომელიც არ განიცდის არცერთი სახის დეფორმაციას. იმის მიხედვით თუ როგორ არის ის დამაგრებული, ხისტი ღერო შეიძლება გადაადგილდებოდეს (ე.ი. მოძრაობდეს ზემოთ/ქვემოთ ან მარცხნივ/მარჯვნივ) ან ბრუნავდეს დამაგრების ადგილის გარშემო (იხილე მაგალითი 2.1), მაგრამ არ იღუნება ან დეფორმირდება რაიმე სხვა სახით მიუხედავად მასზე მოქმედი დატვირთვისა. თუ ხისტი ღერო სწორია დატვირთვის მოდებამდე, ის ასეთივე დარჩება დატვირთვის მოდების შემდეგ. ღერო შეიძლება გადაადგილდეს ან მობრუნდეს, მაგრამ ის დარჩება სწორი.

### მაგალითი 2.1



ABCD ხისტი ღერო სახსრულად დამაგრებულია A წერტილში და ფოლადის ღეროებით დამაგრებულია B და C წერტილებში ისე, როგორც ეს ნახაზზე არის ნაჩვენები. ვერტიკალური ღეროები არ განიცდიან ვერტიკალურ ფარდობით დეფორმაციას P დატვირთვის მოდებამდე. P დატვირთვის მოდების შემდეგ ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია ღერო (2)-ში  $800\mu\epsilon$ -ს აღწევს. განსაზღვრეთ:

- ა) ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია ღეროში (1)
- ბ) ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია ღეროში (1), თუ დატვირთვის მოდებამდე ხისტი ღეროსა და ღერო (2)-ს შორის შეერთებაში არის 1მმ-იანი ღრეჩო



## ამოხსნის გეგმა

ამ ამოცანის ამოხსნისათვის ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის დეფინიცია გამოყენებულ იქნება ყოველი ღეროს ფარდობითი დეფორმაციისა და დაგრძელების შესადარებლად. რამდენადაც ღერო სახსრულად არის ჩამაგრებული A წერტილში, მას შეუძლია ჩამაგრების წერტილში მობრუნება მიუხედავად იმისა რომ ის სწორი დარჩება. ხისტი ღეროს B, C და D წერტილების გადაადგილება განისაზღვრება სამკუთხედების მსგავსებით. (ბ) ნაწილისათვის 1მმ-იანი ღრეჩოს არსებობა გამოიწვევს ხისტი ღეროს გადაადგილების ზრდას C წერტილში რასაც თავის მხრივ თავის მხრივ მივყავართ ღერო (1)-ის ფარდობითი დეფორმაციის ზრდასთან.

## ამოხსნა

ა) ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია მოცემულია ღერო (2)-ისათვის; შესაბამისად ღეროს დეფორმაცია განისაზღვრება შემდეგი სახით:

$$\varepsilon_2 = \frac{\delta_2}{L_2} \quad \therefore \delta_2 = \varepsilon_2 L_2 = (800 \mu\varepsilon) \left| \frac{1\text{მმ/მმ}}{1000000 \mu\varepsilon} \right| (2700\text{მმ}) = 2,16\text{მმ}$$

დეფორმაციის გაანგარიშებისას გაითვალისწინეთ რომ ფარდობითი დეფორმაციის მოცემული სიდიდე  $\varepsilon_2$  გადაყვანილ უნდა იქნეს განზომილებიდან  $\mu\varepsilon$  უგანზომილებო სიდიდეზე (ე.ი.მმ/მმ). რამდენადაც ფარდობითი დეფორმაცია დადებითია, ხდება ღერო (2)-ის დაგრძელება.

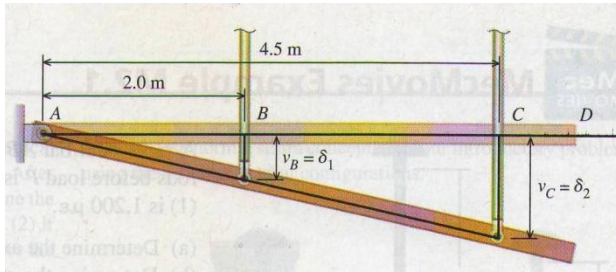
იმის გათვალისწინებით რომ ღერო (2) დაკავშრებულია ხისტ ღეროსთან და იმის გათვალისწინებით რომ ღერო (2) დაგრძელდა, ხისტი ღერო C წერტილში გადაადგილდება 2,16მმ-ით ქვემოთ. ამასთან ABCD ხისტი ღერო სახსრულად დამაგრებულია A წერტილში და მისი მარცხენა ბოლოს გადაადგილება ვერ მოხდება. ამიტომ ABCD ხისტი ღერო შემობრუნდება A წერტილის ირგვლივ. ხისტი ღეროს მობრუნების სქემიდან ჩანს გადაადგილება C წერტილში. ამ ტიპის სქემებს უწოდებენ დეფორმაციის დიაგრამას.

მიუხედავად იმისა რომ დეფორმაცია მეტად მცირეა, მეტი თვალსაჩინოებისათვის სქემაზე ის მეტად გადიდებულად არის ნაჩვენები. ამ ტიპის ამოცანებისათვის მცირე გადაადგილებებთან გამოიყენება აპროქსიმაცია:

$$\sin \theta = \tan \theta = \theta$$

სადაც  $\theta$  წარმოადგენს ხისტი ღეროს მობრუნების კუთხეს, გამოსახულს რადიანებში. ღეროების დაგრძელებებსა და ხისტი ღეროს გასწვრივ გადაადგილებებს შორის განსხვავების წარმოსაჩენად, ხისტი ღეროს გადატანითი გადაადგილება (ე.ი. ამ

შემთხვევაში გადაადგილება ზემოთ და ქვემოთ) აღინიშნება სიმბოლოთი  $v$ . ამიტომ ხისტი ღეროს გადაადგილება C წერტილში აღინიშნება  $v_C$ -თი.



ჩვენ ვთვლით რომ გვაქვს ზუსტად მორგებული (დაშვებების გარეშე) სახსრული ჩამაგრება C წერტილში. ამიტომ ხისტი ღეროს გადაადგილება C წერტილში ტოლია იმ დაგრძელებისა, რასაც იღებს

ღერო (2) ( $v_C = \delta_2$ ).

დეფორმაციის გეომეტრიული სქემის შესაბამისად, ხისტი ღეროს გადაადგილება B ( $v_B$ ) განისაზღვრება სამკუთხედების მსგავსებიდან

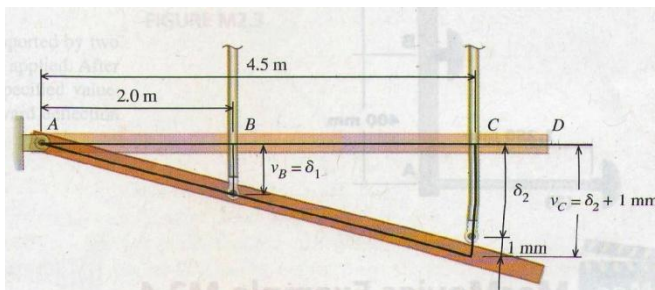
$$\frac{v_B}{2,0\text{მ}} = \frac{v_C}{4,5\text{მ}} \quad \therefore v_B = \frac{2,0\text{მ}}{4,5\text{მ}} (2,16\text{მ}) = 0,96\text{მ}$$

ღერო (1)-სა და ხისტ ღეროს შორის B შერტილში ზუსტად მორგებული (დაშვებების გარეშე) კავშირის არსებობისას, ღერო (1) დაგრძელდება სიდიდით, რომელიც ტოლია ხისტი ღეროს გადაადგილებისა B შერტილში. აქედან გამომდინარე  $\delta_1 = v_B$ . ვიცით რა ღერო (1)-ში წარმოქმნილი დეფორმაცია, ჩვენ ახლა შეგვიძლია მისი ფარდობითი დეფორმაციის განსაზღვრა:

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{L_1} = \frac{0,96\text{მ}}{1500\text{მ}} = 0,000640\text{მ/მ} = 640\mu\varepsilon$$

ბ) ღერო (2)-ის დეფორმაცია განისაზღვრება ისე როგორც ეს (ა) ნაწილშია მოცემული:

$$\varepsilon_2 = \frac{\delta_2}{L_2} \quad \therefore \delta_2 = \varepsilon_2 L_2 = (800\mu\varepsilon) \left| \frac{1\text{მ/მ}}{1000000\mu\varepsilon} \right| (2700\text{მ}) = 2,16\text{მ}$$



დახაზეთ (ბ) შემთხვევისათვის მობრუნებული ხისტი ღერო. ამ შემთხვევაში C წერტილში გვაქვს 1მმ-იანი ღრეზო ღერო (2)-სა და ხისტ ღეროს შორის. ეს კი იმას ნიშნავს რომ ხისტი ღეროს C წერტილში დამაგრების ადგილი გადაადგილდება ქვემოთ 1მმ-ით და მხოლოდ ამის შემდეგ იწვევს

ღერო (2)-ის დაჭიმვას. ჯამური გადაადგილება C წერტილში ტოლი იქნება 1მმ-ს დამატებული ღერო (2)-ის დაგრძელება. აქედან გამომდინარე  $v_C = 2,16\text{მ} + 1\text{მ} = 3,16\text{მ}$ .

ისევე როგორც ზემოთ, ხისტი ღეროს გადაადგილება B წერტილში  $B(v_B)$  შეიძლება განისაზღვროს სამკუთხედების მსგავსებიდან:

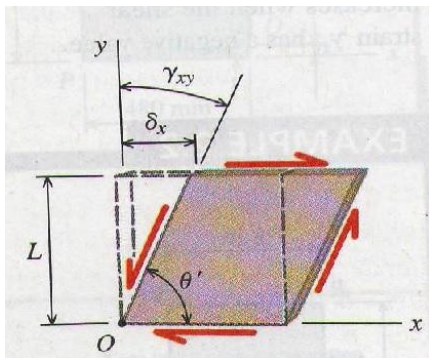
$$\frac{v_B}{2,0\text{მ}} = \frac{v_C}{4,5\text{მ}} \quad \therefore v_B = \frac{2,0\text{მ}}{4,5\text{მ}} (3,16\text{მ}) = 1,404\text{მ}$$

იმის გათვალისწინებით რომ ღერო (1)-ისა და ხისტი ღეროსათვის B წერტილში გვაქვს ზუსტად მორგებული (დაშვებების გარეშე) შეერთება  $\delta_1 = v_B$ , ფარდობითი დეფორმაცია ღერო (1)-ში განისაზღვრება:

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{L_1} = \frac{1,404\text{მ}}{1500\text{მ}} = 0,000936\text{მ/მ} = 936\mu\varepsilon$$

შეადარეთ ერთმანეთს ღერო (1)-ის ფარდობითი დეფორმაციები (ა) და (ბ) შემთხვევებისათვის. მიაქციეთ ყურადღება რომ ძალიან მცირე ღრეჩო C წერტილში იწვევს ღერო (1)-ის ფარდობითი დეფორმაციის მნიშვნელოვან ზრდას.

### 2.3 ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია



ნახ. 2.4. ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია

ფორმის ცვლილების დეფორმაცია (გადაცრევა) შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის ილუსტრაცია. საშუალო ფარდობითი დეფორმაცია  $\gamma_{avg}$  დაკავშირებული არადეფორმირებულ მდგომარეობაში ურთიერთმართობულ ათვლის ღერძებთან (ელემენტის ორი გვერდი ნაჩვენებია ნახაზ 2.4.-ზე) შეიძლება მიღებულ იქნეს  $\delta_x$  მხები დეფორმაციის (ელემენტის ზედა გვერდის გადაადგილება მის ქვედა გვერდთან მიმართებაში) გაყოფით ამ გვერდებს შორის L მანძილზე. თუ დეფორმაცია მცირეა, რაც ნიშნავს რომ  $\sin \gamma \approx \tan \gamma \approx \gamma$

და  $\cos \gamma \approx 1$ , ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია შეიძლება განისაზღვროს გამოსახულებით:

$$\gamma_{avg} = \frac{\delta_x}{L} \quad (2.3)$$

იმ შემთხვევებისათვის როდესაც დეფორმაცია არათანაბარია, ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია  $\gamma_{xy}(0)$ , ორ ურთიერთ მართობულ საკოორდინატო  $x$  და  $y$  ღერძებთან დაკავშირებულ წერტილში მიიღება, ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის განსაზღვრით ელემენტის ზომების მუდმივი შემცირების პირობებში, რაც ზღვარზე გადასვლით მოგვცემს:

$$\gamma_{xy}(0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \delta_x}{\Delta L} = \frac{d\delta_x}{dL} \quad (2.4)$$

რადგან ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია განმარტებული იყო როგორც გადაცერების კუთხის ტანგენსი, რაც მცირე კუთხეების შემთხვევაში მათი რადიანული ზომის ტოლია, ექვივალენტური გამოსახულება ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის გაანგარიშებისათვის იქნება:

$$\gamma_{xy}(0) = \frac{\pi}{2} - \theta' \quad (2.5)$$

ამ გამოსახულებაში  $\theta'$  წარმოადგენს კუთხეს ურთიერთმართობულ საკოორდინატო ღერძებს შორის დეფორმირებულ მდგომარეობაში

### ფარდობითი დეფორმაციის ერთეულები

განტოლებებიდან (2.3) – (2.5) ჩანს რომ ძვრის ფარდობითი დეფორმაციები რადიანებში (*rad*) ან მიკრორადიანებში (*μrad*) გამოსახული უგანზომილებო სიდიდეებია. უგანზომილებო სიდიდის რადიანებიდან მიკრორადიანებში გადაყვანა ხდება დამოკიდებულებით  $1\mu rad = 1 \times 10^{-6} rad$ .

### ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის გაზომვა

ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია კუთხური ზომაა და საინჟინრო კონსტრუქციებისათვის დამახასიათებელი უსასრულოდ მცირე კუთხური ცვლილებებისათვის მისი პირდაპირი გაზომვა შეუძლებელია. მიუხედავად ამისა ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის გაზომვა ექსპერიმენტალურად შესაძლებელია სამი ტენზოგადამწოდებლის ერთობლიობით, რასაც დეფორმაციის როზეტს უწოდებენ. დეფორმაციის როზეტი დეტალურად განიხილება მე-13 თავში.

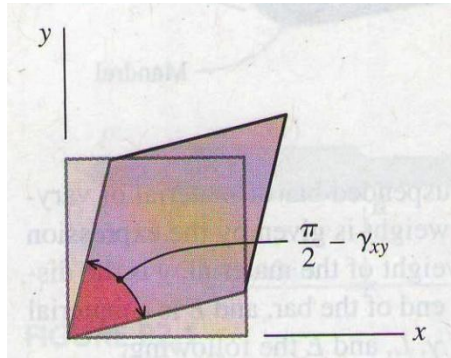
### ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის ნიშნის წესი

განტოლებიდან (2.5) ჩანს რომ ძვრის ფარდობითი დეფორმაციები დადებითი იქნება თუ  $\theta'$  კუთხე  $x$  და  $y$  ღერძებს შორის მცირდება. თუ იგივე კუთხის სიდიდე მცირდება მაშინ ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია უარყოფითია. ამ განსხვავებული მიდგომის წარმოსადგენად შესაძლებელია განტოლება (2.5) ჩაიწეროს ისე რომ მოგვცეს  $\theta'$  კუთხის მნიშვნელობა დეფორმირებადი მდგომარეობისათვის საკოორდინატო ღერძებს შორის, რომლებიც საწყის მდგომარეობაში ერთმანეთის მიმართ ქმნიან  $90^\circ$ -იან კუთხეს:.

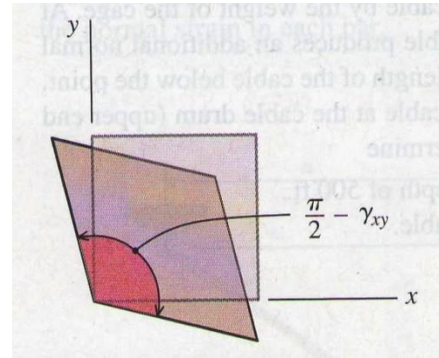
$$\theta' = \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy}$$



თუ  $\gamma_{xy}$  სიდიდე დადებითია, მაშინ კუთხე  $\theta'$  დეფორმირებად მდგომარეობაში ნაკლები იქნება  $90^\circ$ -ზე (ე.ი.  $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ ) (ნახაზი 2.5ა.). თუ  $\gamma_{xy}$  სიდიდე უარყოფითია, მაშინ კუთხე  $\theta'$  დეფორმირებად მდგომარეობაში მეტი იქნება  $90^\circ$ -ზე (ნახაზი 2.5ბ.). ძვრის დადებით და უარყოფით ფარდობით დეფორმაციებს არ აქვთ სპეციალური ან განმასხვავებელი სახელწოდებები.

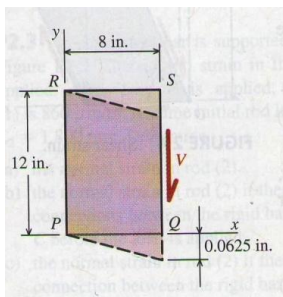


ნახ. 2.5ა.



ნახ. 2.5ბ.

## მაგალითი 2.2

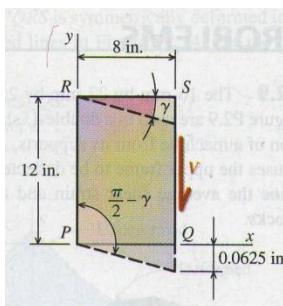


განივი ძალა  $V$  იწვევს ვიწრო სწორკუთხა ფილის  $QS$  გვერდის გადაადგილებას ქვემოთ  $0,0625$  დიუიმით. განსაზღვრეთ ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია  $\gamma_{xy}$   $P$  წერტილში.

### ამოხსნის გეგმა

ძვრის ფარდობით დეფორმაციას აქვს კუთხური განზომილება. განსაზღვრეთ კუთხე  $x$  ღერძსა და დეფორმირებული ფილის  $QS$  გვერდს შორის.

### ამოხსნა



განსაზღვრეთ კუთხე რომელიც წარმოიქმნება  $0,0625$  დიუიმის ტოლი დეფორმაციით.

**შენიშვნა:** ვინაიდან აქ მცირე კუთხეები განიხილება  $\sin \gamma \approx \tan \gamma \approx \gamma$ .

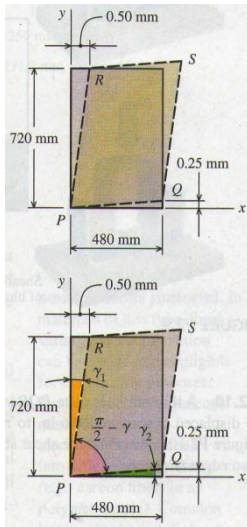
$$\gamma = \frac{0,0625 \text{ დიუიმი}}{8 \text{ დიუიმი}} = 0,0078125 \text{ რად}$$

არადეფორმირებული ფილისათვის კუთხე  $P$  წერტილში ტოლია  $\frac{\pi}{2}$  რად – ის. დეფორმაციის შემდეგ კუთხე  $P$  წერტილში გაიზრდება. რადგან კუთხე დეფორმაციის

შემდეგ ტოლია  $(\pi/2) - \gamma$ , ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია P წერტილში უნდა იყოს უარყოფითი სიდიდე. შესაბამისად ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია P წერტილში ტოლი იქნება:

$$\gamma = -0,00781\text{რად}$$

### მაგალითი 2.3



სწორკუთხა ფილა დეფორმირდება არათანაბრად, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე. განსაზღვრეთ ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია  $\gamma_{xy}$  P წერტილში.

#### ამოხსნის გეგმა

ძვრის ფარდობით დეფორმაციას აქვს კუთხური განზომილება განსაზღვრეთ ორი კუთხის სიდიდე რომლებიც წარმოიქმნება 0,25მმ და 0,50მმ გადაადგილებებით. შეკრიბეთ მიღებული მნიშვნელობები P წერტილში. ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის განსაზღვრისათვის.

#### ამოხსნა

განსაზღვრეთ თითოეული დეფორმაციით წარმოქმნილი კუთხეები.

**შენიშვნა:** ვინაიდან აქ მცირე კუთხეები განიხილება  $\sin \gamma \approx \tan \gamma \approx \gamma$ .

$$\gamma_1 = \frac{0,50\text{მმ}}{720\text{მმ}} = 0,000694\text{რად}$$

$$\gamma_2 = \frac{0,25\text{მმ}}{480} = 0,000521\text{რად}$$

ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია P წერტილში წარმოადგენს ამ კუთხეების ჯამს:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = 0,000694\text{რად} + 0,000521\text{რად} = 0,001215\text{რად} = 1215\mu\text{rad}$$

**შენიშვნა:** კუთხე დეფორმირებული ფილის P წერტილში ნაკლებია  $\pi/2$ -ზე, როგორც ეს უნდა იყოს ძვრის დადებითი ფარდობითი დეფორმაციისათვის. მიუხედავად იმისა რომ ამოცანა ამას არ გვეკითხება, ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია Q და R კუთხეებში იგივე სიდიდისაა, რაც P კუთხეში, მხოლოდ უარყოფითი.

### 2.4 თერმული ფარდობითი დეფორმაცია

თავისუფალ მდგომარეობაში საინჟინრო მასალათა უმეტესობა ფართოვდება გაცხელებისას და იკლებს გაცივებისას. ფარდობითი თერმული დეფორმაცია

გამოწვეული ტემპერატურის ერთი საფეხურით/გრადუსით ( $1^{\circ}$ ) ცვლილებისას აღინიშნება ბერძნული ასოთი  $\alpha$  (ალფა) და იწოდება თერმული გაფართოების კოეფიციენტი. ტემპერატურის  $\Delta T$  სიდიდით ცვლილებისას ფარდობითი დეფორმაციისათვის გვაქვს:

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T \quad (2.6)$$

სავარაუდოდ მოსალოდნელი ტემპერატურებისათვის, თერმული გაფართოების კოეფიციენტი დაახლოებით მუდმივია (ძირითადად კოეფიციენტის მნიშვნელობა იზრდება ტემპერატურის ზრდასთან ერთად). ერთგვაროვანი მასალებისათვის რომელთაც აქვთ ერთი და იგივე თვისებები ყველა მიმართულებით (მათ იზოტროპულ მასალებს უწოდებენ) გაფართოების კოეფიციენტი გამოიყენება ყველა ზომისათვის (ე.ი. ყველა მიმართულებისათვის). გაფართოების კოეფიციენტის მნიშვნელობები ყველაზე მეტად გავრცელებული მასალებითვის მოცემულია დანართ D-ში.

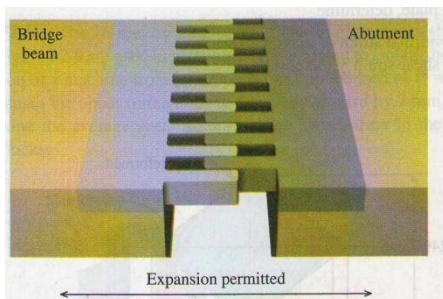
### ჯამური ფარდობითი დეფორმაციები

ტემპერატურის ცვლილებითა და მოდებული დატვირთვებით გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაციები ძირითადად ურთიერთ დამოუკიდებელია. ტემპერატურის ცვლილებითა და მოდებული დატვირთვებით სხეულში აღძრული ჯამური ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციისათვის:

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{\sigma} + \varepsilon_T \quad (2.7)$$

რადგან თავისუფალ მდგომარეობაში ერთგვაროვანი იზოტროპული მასალები გაცხელებისას ყველა მიმართულებით თანაბრად ფართოვდება (და თანაბრად იკლებს გაციებისას), არც სხეულის ფორმაზე, არც მხებ ძაბვებსა და ძვრის ფარდობითი დეფორმაციებზე ტემპერატურის ცვლილება გავლენას არ ახდენს.

### მაგალითი 2.4



ფოლადის ხიდის კოჭის ჯამური სიგრძე 150მ-ია. წლის განმავლობაში ხიდი არის  $-40^{\circ}\text{C}$ -დან  $40^{\circ}\text{C}$ -მდე ტემპერატურული რყევის გავლენის ქვეშ, რაც იწვევს კოჭის გაფართოებასა და შეკუმშვას. ხიდის კოჭის გაფართოების ნაკერები და ხიდის ბოლოების საყრდენები (მათ სანაპირო ბურჯებს უწოდებენ) ისე არის მოწყობილი რომ კოჭის სიგრძის ცვლილება ხდება შეზღუდვის გარეშე. განსაზღვრეთ სიგრძის ცვლილება

რომელიც უნდა უზრუნველყოს გაფართოების ნაკერებმა. თერმული გაფართოების კოეფიციენტი ფოლადისათვის აიღება  $11,9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ .

### ამოხსნის გეგმა

ტემპერატურის ჯამური ცვლილებისათვის განტოლება (2.6)-ით განსაზღვრეთ თერმული ფარდობითი დეფორმაცია. სიგრძის ცვლილება არის თერმული ფარდობითი დეფორმაციისა და კოჭის სიგრძის ფუნქცია.

### ამოხსნა

თერმული ფარდობითი დეფორმაცია  $80^\circ\text{C}$ -ით ტემპერატურის ცვლილებისას ტოლია:

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T = (11,9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C})(80^\circ\text{C}) = 0,000952 \text{ მ/მ}$$

კოჭის სიგრძის ჯამური ცვლილება

$$\delta_T = \varepsilon L = (0,000952 \text{ მ/მ})(150 \text{ მ}) = 0,1428 \text{ მ} = 142,8 \text{ მმ}$$

გაფართოების ნაკერი ჰორიზონტალური მიმართულებით, ყველაზე მცირე 142,8 მმ-ით გადაადგილების საშუალებას უნდა იძლეოდეს.

## მაგალითი 2.5



საჭრელი ინსტრუმენტები, ისეთები როგორც არის ფრეზი და ბურღი, მექანიზმს უკავშირდებიან ინსტრუმენტის დამჭერით. დეტალის ზუსტად დასამუშავებლად, საჭრელი ინსტრუმენტები მჭიდროდ უნდა იყოს დამაგრებული ინსტრუმენტის დამჭერებით და მოჭერით დამაგრებისას მაქსიმალურად გამოიყენება თერმული გაფართოების თვისება, რათა მიღწეულ იქნეს ეს მძლავრი, კონცენტრირებული დამჭერი ძალა. საჭრელი ინსტრუმენტის დასაფიქსირებლად, მოჭერით დამჭერი ოთახის ტემპერატურაზე სწრაფად ცხელდება. როდესაც დამჭერი საკმარისად გაფართოვდება, საჭრელი ინსტრუმენტი ჩავარდება დამჭერში. მისი შემდგომში გაცივებისას ხდება მოჭერა უშუალოდ საჭრელ ინსტრუმენტზე ძალიან დიდი ძალით.

$20^\circ\text{C}$ -ზე საჭრელი ინსტრუმენტის გარე დიამეტრი ტოლია  $18,000 \pm 0,005 \text{ მმ}$  და ინსტრუმენტის დამჭერს კი აქვს შიდა დიამეტრი  $17,950 \pm 0,005 \text{ მმ}$ . თუ ინსტრუმენტის ღეროს ფიქსაცია ხდება  $20^\circ\text{C}$ -ზე, რისი ტოლი იქნება ის მინიმალური ტემპერატურა რამდენზეც უნდა გაცხელდეს ინსტრუმენტის დამჭერი, რომ მოახდინოს საჭრელი ინსტრუმენტის ღეროს დამაგრება. თერმული გაფართოების კოეფიციენტი ინსტრუმენტის დამჭერისათვის აიღება  $11,9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ .

### *ამოხსნის გეგმა*

ღეროს გარე მაქსიმალური დიამეტრისა და დამჭერის შიგა მინიმალური დიამეტრის გასაანგარიშებლად გამოიყენეთ დიამეტრები და დაშვებები. განსხვავება ამ ორ დიამეტრს შორის არის გაფართოების სიდიდე რომელიც უნდა წარმოიქმნას დამჭერში. ინსტრუმენტის ღეროს დამჭერში ჩავარდნისათვის მისი შიგა დიამეტრი ტოლი უნდა იყოს ან აჭარბებდეს ღეროს დიამეტრს.

### *ამოხსნა*

ღეროს მაქსიმალური გარე დიამეტრი ტოლია  $18,000 \pm 0,005$  მმ. დამჭერის მინიმალური შიდა დიამეტრი ტოლია  $17,950 \pm 0,005$  მმ. შესაბამისად, დამჭერის შიგა დიამეტრი უნდა გაიზარდოს  $18,005 - 17,945 = 0,060$  მმ-ით. ამ სიდიდით დამჭერის გაფართოებისათვის საჭიროა ტემპერატურის გაზრდა:

$$\delta_T = \alpha \Delta T d = 0,060 \text{ მმ} \quad \therefore \Delta T = \frac{0,060 \text{ მმ}}{(11,9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C})(17,945 \text{ მმ})} = 281^\circ\text{C}$$

შესაბამისად ინსტრუმენტის დამჭერის ტემპერატურამ უნდა მიაღწიოს

$$20^\circ\text{C} + 281^\circ\text{C} = 301^\circ\text{C}$$



## თავი 3. მასალათა მექანიკური თვისებები

### 3.1 გაჭიმვის ტესტი

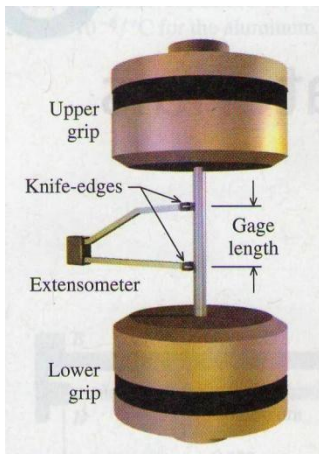
კონსტრუქციის ან მექანიზმის ელემენტის სათანადოდ დასაპროექტებლად ინჟინერი უნდა ერკვეოდეს მახასიათებლებში და მუშაობდეს ელემენტისათვის არსებული შეზღუდვების გათვალისწინებით. ისეთი მასალები როგორც არის ფოლადი, ალუმინი, პლასტმასი და ხე მხოლოდ მათთვის დამახასიათებლად რეაგირებენ დატვირთვებსა და ძაბვებზე. აღნიშნულ მასალათა სიმტკიცისა და მახასიათებლების განვსაზღვრისათვის საჭიროა ლაბორატორიული ტესტების ჩატარება. საინჟინრო კონსტრუქციული ინფორმაციის მიღების ერთერთი ყველაზე მარტივ და ეფექტურ ტესტს წარმოადგენს გაჭიმვის ტესტი.

გაჭიმვის ტესტი ძალიან მარტივია. მასალის ნიმუში, ჩვეულებრივ წრიული ღერო ან ზოლოვანი ელემენტი იჭიმება კონტროლირებადი გამჭიმავი ძალით. ძალის ზრდასთან ერთად ნიმუშის დაგრძელება იზომება და იწერება. მოდებულ ძალასა და შედეგად წარმოქმნილ დეფორმაციას შორის დამოკიდებულებას შეგვიძლია დავაკვირდეთ მიღებული შედეგების გრაფიკზე. დატვირთვა-დეფორმაციის აღნიშნული გრაფიკის გამოყენება შეზღუდულია, იმიტომ რომ ის ჩაწერილია ტესტირების პროცესში გამოყენებული კონკრეტული ნიმუშისათვის (იგულისხმება დიამეტრის ან განივკვეთის კონკრეტულ ზომებს).

დატვირთვა-დეფორმაციის გრაფიკთან შედარებით, მეტად გამოყენებადია ძაბვასა და ფარდობით დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება, რომელსაც ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკს უწოდებენ. აღნიშნული გრაფიკი უფრო მეტად გამოყენებადია იმიტომ რომ ის ასახავს ზოგადად მასალას და არა ტესტში გამოყენებულ კონკრეტულ ნიმუშს. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკიდან მიღებული ინფორმაცია შეიძლება გამოყენებულ იქნას ყოველი ელემენტისათვის, მიუხედავად მათი ზომებისა. დატვირთვისა და დეფორმაციის მონაცემები მიღებული გაჭიმვის ტესტიდან მარტივად გარდაიქმნება ძაბვისა და ფარდობითი დეფორმაციის მონაცემებად.

### გაჭიმვის ტესტის ჩატარება

გაჭიმვის ტესტის ჩასატარებლად, სატესტო ნიმუში ჩამაგრდება სატაცებში, რომლებიც მტკიცედ იჭერენ მას, გამოსაცდელი მექანიზმიდან (ნახაზი 3.1.) გამჭიმავი ძალის მასზე ზემოქმედების მთელი პერიოდის განმავლობაში. ქვედა სატაცი ძირითადად რჩება უძრავად, მაშინ როდესაც ზედა სატაცის მოძრაობა ზემო მიმართულებით წარმოქმნის გაჭიმვას ნიმუშში.



ნახ. 3.1. გაჭიმვის ტესტის ჩატარება

ჩვეულებრივ სატაცების რამდენიმე ტიპი გამოიყენება. არჩევანს განაპირობებს გამოსაცდელი ნიმუში. გლუვი წრიული ან ბრტყელი ნიმუშებისათვის ხშირად გამოიყენება სოლისებრი ტიპის სატაცები. სოლები გამოიყენება წყვილად და მოძრაობს V-ფორმის დამჭერებში. სოლებს აქვთ კბილები რომელთა ჩაჭიდებაც ხდება ნიმუშთან. ნიმუშზე მოდებული გამჭიმავი ძალა სოლებს ერთად დაძრავს ჩამკეტის პრინციპით, რითაც ზრდის ნიმუშზე მოჭერის ძალას. უფრო მეტად რთულ სატაცებში სოლების გასააქტიურებლად და მათი დამჭერი ძალის გასაზრდელად გამოიყენება სითხის დაწნევა.



ნახ. 3.2. გაჭიმვის ტესტის ნიმუშები გამოტვიფრული კუთხვილებით

ცალკეული გასაჭიმი ნიმუშები დამუშავებულია ღეროს ბოლოებზე კუთხვილის მოჭრით და შემცირებულია დიამეტრი კუთხვილიან ბოლოებს შორის (ნახაზი 3.2.). ამ ტიპის კუთხვილებს გამოტვიფრულ კუთხვილებს უწოდებენ. იმის გათვალისწინებით რომ ღეროს დიამეტრი ბოლოებში მეტია ნიმუშის დიამეტრზე, კუთხვილების არსებობა არ ამცირებს ნიმუშის სიმტკიცეს. გამოტვიფრულ კუთხვილიანი გასაჭიმი ნიმუშები მაგრდება გამოსაცდელ მექანიზმში. ის აღჭურვილია კუთხვილიანი ნიმუშის სატაცებით, რაც გამორიცხავს ნებისმიერ შესაძლებლობას ტესტირების პროცესში სატაცებიდან ნიმუშის ამოვარდნის ან ამოცურებებს.

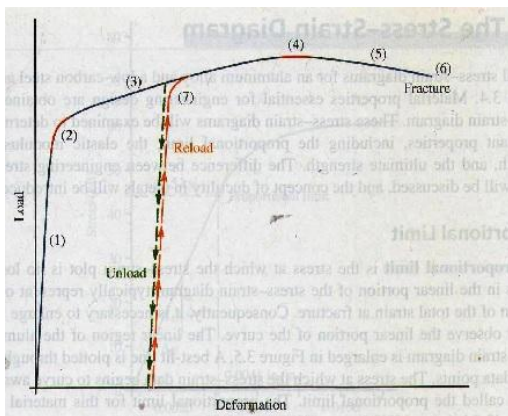
ინსტრუმენტს რომლითაც გაჭიმვის ტესტისას ნიმუშის დაგრძელებას ზომავენ ექსტენზომეტრი ეწოდება. მას აქვს ორი წამახვილებული წვერი, რომელიც ჩაეჭიდება სატესტო ნიმუშს (ჭდეები არ არის ნაჩვენები ნახაზი 1.3.-ზე). წამახვილებულ წვერებს შორის საწყის მანძილს ნიმუშის საანგარიშო სიგრძეს უწოდებენ. ექსტენზომეტრით იზომება გამჭიმავი ძალის

მოდებით ნიმუშის საანგარიშო სიგრძის ზრდა. ექსტენზომეტრით შესაძლებელია ძალიან მაღალი სიზუსტით გაზომვა - ისეთი მცირე დაგრძელებების როგორც არის 0,0001დიუიმი ან 0,002მმ. მათ შეუძლიათ საანგარიშო სიგრძის ისეთ ზღვრებში მუშაობა, რომელიც დამახასიათებელია ყველაზე მეტად გავრცელებული მოდელებისათვის - 0,3 დიუიმიდან 2 დიუიმამდე (US ერთეულებში) და 8მმ-დან 100მმ-მდე (SI ერთეულებში).

### გაზომვები გაჭიმვის ტესტის ჩატარებისას

რამდენიმე გაზომვა ტარდება ტესტამდე, ტესტის მიმდინარეობისას და ტესტის შემდეგ. ტესტამდე უნდა განისაზღვროს ნიმუშის განივკვეთის ზომები. ნიმუშის განივკვეთის ფართობი მოქმედ ძალასთან ერთად გამოიყენება ნორმალური ძაბვების განსაზღვრისათვის. აგრეთვე უნდა ვიცოდეთ ექსტენზომეტრული საანგარიშო სიგრძე.

ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია გამოითვლება ნიმუშის დეფორმაციიდან (ე.ი. ღერძული დაგრძელება) და საანგარიშო სიგრძიდან. ტესტის მსვლელობისას ჩაიწერება ნიმუშზე მოქმედი ძალა და ექსტენზომეტრის წამახვილებულ წვერებს შორის ნიმუშის დაგრძელება. ნიმუშის გაწყვეტის შემდეგ მისი ორი ნახევარი დაფიქსირდება ერთად და გაიზომება საანგარიშო სიგრძე და განივკვეთის დიამეტრი წვერების ადგილზე. საშუალო ფარდობითი დეფორმაცია განსაზღვრული საბოლოო და საწყისი საანგარიშო სიგრძეებიდან წარმოადგენს პლასტიურობის პირველ საზომს. განივკვეთის შემცირებული ფართობის (შემცირება წვერების ადგილზე განივკვეთის ფართობსა და განივკვეთის საწყის ფართობს შორის) გაყოფა განივკვეთის საწყის ფართობზე წარმოადგენს მასალის პლასტიურობის მეორე საზომს. პლასტიურობის ცნებით გამოისახება ფარდობითი დეფორმაციის ის სიდიდე რომელიც შეიძლება მასალამ აიღოს გაწყვეტამდე.



ნახ. 3.3. დატვირთვა-დეფორმაციის გრაფიკი გაჭიმვის ტესტიდან

**გაჭიმვის ტესტის შედეგები.** გაჭიმვის ტესტის ტიპური შედეგები პლასტიური ლითონისათვის ნაჩვენებია ნახაზ 3.3.-ზე. ცალკეული მახასიათებლები როგორც წესი გვხვდება დატვირთვა-დეფორმაციის გრაფიკზე. დატვირთვის მოდებასთან ერთად ჩნდება უბანი (1) რომელზეც დეფორმაცია წრფივად არის დამოკიდებული დატვირთვისაგან. დატვირთვის მცირედი ზრდის შედეგად დატვირთვა-დეფორმაციის გრაფიკი

მრუდდება და დატვირთვის შედარებით მცირე ნაზრდს მნიშვნელოვანდ გაზრდილი დეფორმაცია შეესაბამება (2).

დატვირთვის შემდგომი ზრდისას ნიმუშის დაგრძელება შესამჩნევი ხდება (3). დატვირთვა რომელიმე წერტილში მაქსიმუმს აღწევს (4). ამ პიკის შემდეგ მყისიერად ნიმუში იწყებს შევიწროვებას და დაგრძელებას ერთ სპეციფიურ ადგილზე, რაც იწვევს ნიმუშზე ძალის ზემოქმედების შემცირებას (5). ამის შემდეგ ძალიან მალე ნიმუში წყდება (6). იყოფა რა ორ ნაწილად ყველაზე მეტად დაწვრილებულ განივკვეთთან.

მასალის, განსაკუთრებით ლითონის შემდგომ საინტერესო მახასიათებელს შეიძლება დავაკვირდეთ თუ ტესტს შევწყვიტავთ წრფივი უბნიდან დაცილებულ წერტილში. ნახაზ 3.3.-ზე ასახული ტესტისათვის დატვირთვა მოქმედებდა მე-(3) უბანზე და შემდეგ დატვირთვა მოიხსნა. ნიმუშის განტვირთვა არ მოხდა დატვირთვის მრუდის გასწვრივ. მისი განტვირთვა მოხდა საწყისი წრფივი უბნის (1) პარალელური ტრანექტორიით. დატვირთვის მთლიანად მოხსნის შემდეგ ნიმუშის დეფორმაცია არ არის ნულის ტოლი როგორც ეს იყო ტესტის დასაწყისში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ ნიმუში პერმანენტულად და შეუქცევადად დეფორმირდა. ტესტის განახლებისა და დატვირთვის ზრდასთან ერთად ხელმეორედ დატვირთვის ტრანექტორია ზუსტად გაჰყვება განტვირთვის ტრანექტორიას. როდესაც ის მიუახლოვდება დატვირთვა-

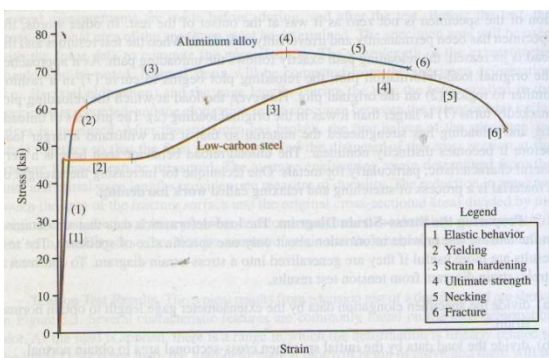


დეფორმაციის საწყის გრაფიკს, ის იწყებს გამრუდებას (7), საწყისი გრაფიკის უბანი (2)-ის მსგავსი მოხაზულობით. თუმცა დატვირთვა რომელზეც განმეორებითი დატვირთვის გრაფიკი გამოკვეთილად მრუდდება (7) მეტია, ვიდრე ეს იყო საწყისი დატვირთვის პირობებში. განტვირთვისა და დატვირთვის პროცესმა განამტკიცა მასალა ისე რომ მკვეთრად გამოხატულ არაწრფივ მდგომარეობაში გადასვლამდე, მას შეუძლია გაუძლოს უფრო დიდ დატვირთვას. როგორც აქ გამოჩნდა განტვირთვა/დატვირთვის რეჟიმი მეტად სასარგებლო მახასიათებელია, განსაკუთრებით ლითონებისთვის. დაგრძელებითა და მოშვებით მასალის განმტკიცების პროცესს დეფორმაციით განმტკიცებას/ცივნაჭედობას უწოდებენ.

**ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის აგება.** გაჭიმვის ტესტიდან მიღებული დატვირთვა-დეფორმაციის მონაცემები იძლევა ინფორმაციას მხოლოდ ერთი, კონკრეტული ზომის ნიმუშებზე. ტესტის შედეგები უფრო მეტად გამოყენებადი იქნება თუ ისინი განზოგადდება ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკად. გაჭიმვის ტესტის შედეგებიდან ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის ასაგებად საჭიროა:

- ა) ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის მისაღებად დაგრძელების მნიშვნელობები გაყავით ექსტენზომეტრულ საწყის სიგრძეზე;
- ბ) ნორმალური ძაბვის მისაღებად დატვირთვის მნიშვნელობები გაყავით ნიმუშის საწყის განივკვეთზე;
- გ) დაიტანეთ ფარდობითი დეფორმაცია ჰორიზონტალურ ღერძზე და ძაბვის მნიშვნელობები ვერტიკალურ ღერძზე.

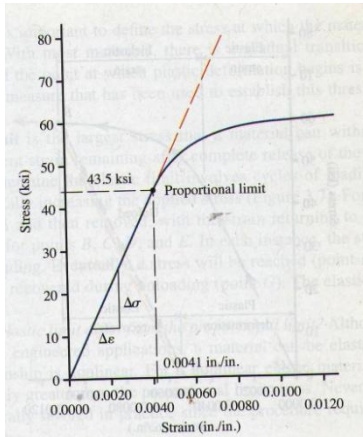
### 3.2 ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი



**ნახ. 3.4. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი ორი ტიპური ლითონისათვის**

ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი ალუმინის შენადნობისა და მცირედ ნახშირბადოვანი ფოლადისათვის ნაჩვენებია ნახაზ 3.4-ზე. საინჟინრო პროექტირებისათვის საჭირო მასალის მახასიათებლები მიიღება ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკიდან. აქ განვიხილავთ აღნიშნული გრაფიკიდან რამდენიმე მნიშვნელოვანი მახასიათებლის მიღებას. ეს მახასიათებლებია: პროპორციულობის ზღვარი, დრეკადობის მოდული, დენადობის ზღვარი და სიმტკიცის ზღვარი. აქვე განვიხილავთ განსხვავება პირობით და რეალურ ძაბვას შორის და პლასტიურობა ლითონებში.

## პროპორციულობის ზღვარი



ნახ. 3.5. პროპორციულობის ზღვარი

პროპორციულობის ზღვარი არის ძაბვა რომელზეც ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი აღარ არის წრფივი. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის წრფივი მონაკვეთის შესაბამისი ფარდობითი დეფორმაცია წარმოადგენს გაწყვეტისას ჯამური დეფორმაციის მხოლოდ მცირე ნაწილს. ამიტომ მრუდის წრფივი მონაკვეთის უკეთესი ვიზუალიზაციისათვის აუცილებელია მასშტაბის გაზრდა. ალუმინის შენადნობის ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის წრფივი უბანი გადიდებულად არის ნაჩვენები ნახაზ 3.5.-ზე. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მახასიათებელ წერტილებზე დატანილია შესაბამისობის ხაზი. ძაბვის იმ მნიშვნელობას, რომელზეც ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაცია იწყებს წრფივი უბნიდან გადახრას ეწოდება პროპორციულობის ზღვარი. პროპორციულობის ზღვარი ამ მასალისთვის ტოლია 43,5ksi (კილოფუნტიძალა/კვადტ.დიუიმიზე).

დავუბრუნდეთ ნახაზ 3.3.-ზე ნაჩვენებ განტვირთვა/დატვირთვის გრაფიკს. სანამ ძაბვის მნიშვნელობა მასალაში, რჩება პროპორციულობის ზღვარს დაბლა, ადგილი არ ექნება დაზიანებას დატვირთვის და განტვირთვის დროს. საინჟინრო კონტექსტში ეს ნიშნავს რომ ელემენტი შეგვიძლია მრავალჯერ დავტვირთოთ და განვტვირთოთ და ის მაინც იქნება „როგორც ახალი“. ამ თვისებას დრეკადობა ეწოდება და ნიშნავს რომ განტვირთვის პროცესში მასალა იბრუნებს თავის საწყის ზომებს. მასალაზე კი ვამბობთ რომ ამ მონაკვეთზე ის არის დრეკადი.

## დრეკადობის მოდული

ელემენტების უმეტესობა დაპროექტებულია ისე რომ, ხდებოდეს მათი დრეკადი ფუნქციონირება. ამიტომ ძაბვისა და ფარდობითი დეფორმაციის დამოკიდებულება გრაფიკის საწყის წრფივ უბანზე, საინჟინრო მასალებისათვის განსაკუთრებული ინტერესის საგანს წარმოადგენს. 1807 წელს თომას იუნგმა დრეკად უბანზე მასალის დახასიათებისთვის შემოგვთავაზა ნორმალური ძაბვის განაყოფი ნორმალურ ფარდობით დეფორმაციაზე. ეს განაყოფი წარმოადგენს ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის საწყისი სწორხაზოვანი მონაკვეთის დახრილობას. მას უწოდებენ იუნგის მოდულს, დრეკად მოდულს ან დრეკადობის მოდულს და აღნიშნავენ E ასოთი:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} \quad (3.1)$$



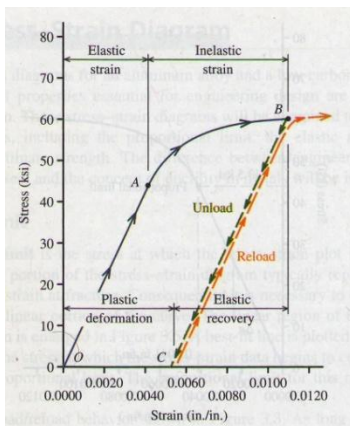
დრეკადობის მოდული E მასალის სიხისტის საზომია. საპირისპიროდ სიმტკიცის საზომისაგან რომელიც განმსაზღვრელია იმისა თუ რა სიდიდის დატვირთვის აღება შეუძლია ელემენტს, სიხისტის საზომი ისეთი როგორც არის დრეკადობის მოდული E მნიშვნელოვანია იმდენად რამდენადაც ის განმსაზღვრელია იმისა თუ რა სიდიდის დაგრძელება, შეკუმშვა, ღუნვა ან გადაადგილება წარმოიქმნება ელემენტში მასზე დატვირთვის მოქმედების შედეგად.

ნებისმიერ ექსპერიმენტში არსებობს რაღაც სიდიდის ცდომილება დაკავშირებული გაზომვის პროცედურებთან. დრეკადობის მოდულის სიდიდეზე ამ ცდომილებათა გავლენის მინიმუზაციისათვის E-ს განსაზღვრისას საუკეთესო გადაწყვეტას წარმოადგენს დიდი ინტერვალით ერთმანეთისგან დაცილებული რიცხვითი მნიშვნელობების წყვილის გამოყენება. ძაბვა-დეფორმაციის გრაფიკის წრფივი უბნისთვის ასეთი წერტილებია პროპორციულობის ზღვრისა და კოორდინატთა სათავის შესაბამისი წერტილები. მათი გამოყენებით E დრეკადობის მოდული შეიძლება განისაზღვროს როგორც:

$$E = \frac{43,5 \text{ კილოფუნტიძალა/დიუიმი}^2}{0,0041 \text{ დიუიმი/დიუიმი}} = 10,610 \text{ კილოფუნტიძალა/დიუიმი}^2 \quad (3.2)$$

პრაქტიკაში E დრეკადობის მოდულის ყველაზე მეტად შესაბამისი მნიშვნელობა მიიღება კოორდინატთა სათავისა და პროპორციულობის ზღვარს შორის. ხაზის უმცირეს კვადრატთა მეთოდით დაზუსტებით. უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ანალიზის საფუძველზე, ამ მასალისთვის დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობა იქნება  $E=10,750 \text{ კ.ფ.ძალა/დიუიმი}^2$ .

### დეფორმაციით განმტკიცება/ცივნაჭედობა



ნახ. 3.6. დეფორმაციით განმტკიცება/ცივნაჭედობა

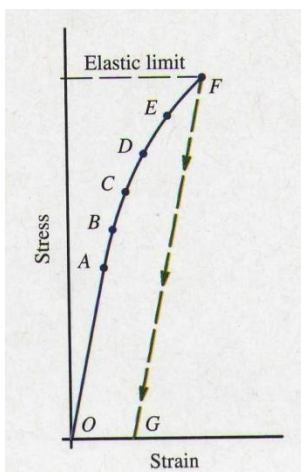
განტვირთვისა და ხელმეორედ დატვირთვის ეფექტი დატვირთვა-დეფორმაციის გრაფიკზე ნაჩვენებია იქნა ნახაზ 3.3.-ზე. იგივე ეფექტი მოცემულ ძაბვისა და ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკზე აჩვენებია იქნა ნახაზ 3.6.-ზე. დაუშვავთ, რომ მასალაში მოქმედმა ძაბვამ გადააჭარბა პროპორციულობის ზღვარს და მისი მნიშვნელობა შეესაბამება B წერტილს. ფარდობით დეფორმაციას კოორდინატთა სათავის შესაბამისი O წერტილსა და პროპორციულობის ზღვრის შესაბამისი A წერტილს შორის უწოდებენ დრეკად ფარდობით დეფორმაციას. ამ ტიპის ფარდობითი დეფორმაცია მთლიანად გაქრება (საწყისი მდგომარეობის დაბრუნება) მას შემდეგ, რაც მასალა განთავისუფლდება ძაბვისაგან. ფარდობით დეფორმაციას A და B წერტილებს

შორის უწოდებენ არადრეკად ფარდობით დეფორმაციას. როდესაც მოხდება ძაბვისგან

განთავისუფლება (ე.ი. ადგილი აქვს განტვირთვას) ფარდობითი დეფორმაციის მხოლოდ ნაწილი გაქრება (საწყისი მდგომარეობის ნაწილობრივი დაბრუნება). მას შემდეგ რაც მასალა განთავისუფლდება ძაბვისაგან, მისი განტვირთვა ხდება დრეკადი უბნის პარალელური ტრანექტორიით - OA-ს პარალელური ტრანექტორია. ფარდობითი დეფორმაციის ნაწილის აღდგენა B წერტილთან ხდება დრეკადად. თუმცა ფარდობითი დეფორმაციის ნაწილი რჩება პერმანენტულად. ამ ფარდობით დეფორმაციას მოიხსენიებენ როგორც ნარჩენ დეფორმაციას ან პლასტიურ დეფორმაციას. ძაბვის ხელახალი წარმოქმნისას, მასალის დატვირთვა ხდება CB ტრანექტორიის გასწვრივ. B წერტილთან მიღწევისას მასალა უბრუნდება ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის საწყისს მრუდს. ხელმეორედ დატვირთვის შემდეგ პროპორციულობის ზღვარი ხდება წერტილი B, რომელიც თავისი მნიშვნელობით მეტია საწყისი დატვირთვის შესაბამის პროპორციულობის ზღვარზე (წერტილი A). ამ მოვლენას ეწოდება დეფორმაციით განმტკიცება/ცივინაჭედობა, იმიტომ რომ ადგილი აქვს მასალის პროპორციულობის ზღვრის ზრდას.

ზოგადად, მასალის მუშაობისას ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდის წრფივ მონაკვეთზე, ამბობენ რომ ადგილი აქვს დრეკად მუშაობას. ფარდობითი დეფორმაციები მასალაში დროებითია, რაც ნიშნავს რომ ძაბვისაგან განთავისუფლებისას ფარდობითი დეფორმაცია ქრება (საწყისი მდგომარეობის დაბრუნება). დრეკადი მონაკვეთის მიღმა მუშაობისას ამბობენ რომ ადგილი აქვს პლასტიურ მუშაობას. თუმცა ფარდობითი დეფორმაციის რაღაც ნაწილი პლასტიურ მონაკვეთზე დროებითია და ქრება ძაბვისგან განთავისუფლებისას, ხოლო ფარდობითი დეფორმაციის ნაწილი მასალაში რჩება მუდმივად. მუდმივ ფარდობით დეფორმაციას პლასტიურ დეფორმაციას უწოდებენ.

### დრეკადობის ზღვარი



ნახ. 3.7. დრეკადობის ზღვარი

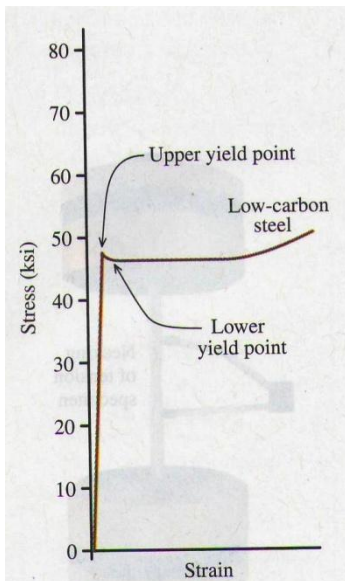
კონსტრუქციული ელემენტების უმეტესობა დაპროექტებულია ისე რომ იმუშაოს დრეკადად. ეს კი ნიშნავს რომ დატვირთვის მოცილებასთან ერთად ის უბრუნდება საწყის, დატვირთვამდელ კონფიგურაციას. სათანადოდ დაპროექტებისათვის ამიტომ არის მნიშვნელოვანი განისაზღვროს ძაბვის ის მნიშვნელობა რომელზეც მასალა უკვე აღარ მუშაობს დრეკადად. მასალების უმეტესობის გადასვლა დრეკადიდან პლასტიურ მუშაობაზე ხდება საფეხურებრივად და რთულია პლასტიური დეფორმაციების დაწყების ზღვრული წერტილის ზუსტი განსაზღვრა. იმ საზომს რომელიც გამოიყენება აღნიშნული ზღვრის დადგენისათვის დრეკადობის ზღვარს უწოდებენ.

დრეკადობის ზღვარი წარმოადგენს ძაბვის იმ ყველაზე მაღალ მნიშვნელობას, რომელიც მასალას შეუძლია აიღოს ისე რომ ძაბვისაგან მთლიანად განთავისუფლების შემდეგ დარჩეს გაზომვადი ნარჩენი

ფარდობითი დეფორმაციების გარეშე. დრეკადობის ზღვრის განსაზღვრის პროცედურა მოიცავს დატვირთვისა და განტვირთვის ციკლებს, საფეხურებრივად ზრდადი ძაბვით ყოველ მომდევნო ჯერზე (იხ. ნახ. 3.7). მაგალითად ძაბვა იზრდება A წერტილამდე და შემდეგ ხდება მისგან განთავისუფლება ფარდობითი დეფორმაციის საწყის O წერტილში დაბრუნებით. ეს პროცესი მეორდება B, C, D და E წერტილებისათვის. ყველა შემთხვევაში განტვირთვის შედეგად ფარდობითი დეფორმაცია უბრუნდება საწყის O წერტილს. საბოლოოდ ძაბვა მიაღწევს ისეთ მნიშვნელობას (F წერტილი), რომლისაგან განტვირთვის შემდეგ (G წერტილი) ფარდობითი დეფორმაცია მთლიანად არ გაქრება. დრეკადობის ზღვარი არის ძაბვა F წერტილში.

როგორ უნდა განვსხვავოთ დრეკადობის ზღვარი პროპორციულობის ზღვრისაგან? მიუხედავად იმისა რომ ასეთი მასალები საინჟინრო პრაქტიკაში არ არიან ფართოდ გავრცელებული, მასალა შეიძლება იყოს დრეკადი მაშინაც კი როდესაც ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაცია არაწრფივია. არაწრფივი დრეკადი მასალებისათვის დრეკადობის ზღვარი მნიშვნელოვნად უნდა აღემატებოდეს პროპორციულობის ზღვარს. მიუხედავად ამისა პრაქტიკული ამოცანების გადაჭრისას უპირატესობა ენიჭება პროპორციულობის ზღვარს, იმდენად რამდენადაც დრეკადობის ზღვრის დასადგენი პროცედურა ხანგრძლივი და შრომატევადია.

## დენადობა



ნახ. 3.8. დენადობის ზღვარი მცირედნახშირბადოვანი ფოლადისათვის

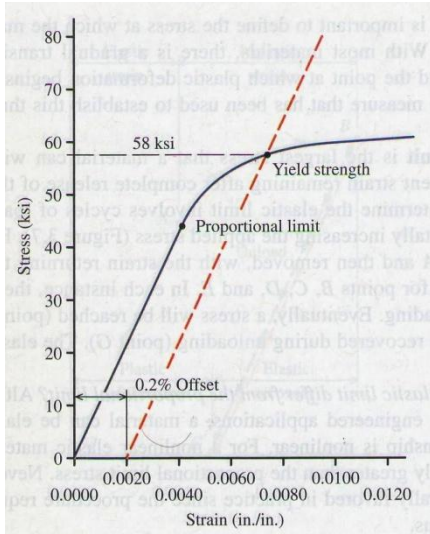
ბევრი გავრცელებული მასალისათვის (ისეთის როგორც არის ნახ. 3.4.-ზე ნაჩვენები და ნახ. 3.8.-ზე დეტალიზირებული მცირედნახშირბადოვანი ფოლადი) დრეკადობის ზღვარი ძნელად გასარჩევია პროპორციულობის ზღვრისაგან. დრეკადობის ზღვრის მომდევნოდ ადგილი აქვს შედარებით დიდ დეფორმაციას ძაბვის ძალიან მცირე ან თითქმის უმნიშვნელო ზრდისას. ასეთ ეფექტს უწოდებენ დენადობას.

მასალაზე რომლის მუშაობაც გამოისახება ნახ. 3.8.-ით იტყვიან რომ გააჩნია დენადობის ზღვარი. დენადობის ზღვარი არის ძაბვა რომელზეც ადგილი აქვს ფარდობითი დეფორმაციის არსებით ზრდას ძაბვის ზრდის გარეშე. მცირედნახშირბადოვან ფოლადს ფატიურად გააჩნია ორი დენადობის ზღვარი. ზედა დენადობის ზღვრის მიღწევისას ძაბვის მნიშვნელობა მყისიერად ეცემა განგრძობად ქვედა დენადობის ზღვრამდე. როდესაც მასალაში ადგილი აქვს დენადობას ძაბვის ზრდის გარეშე, ჩვენთვის ეს ყოველთვის ასოცირდება იდეალურ პლასტიურობასთან. მასლები, რომლებსაც აქვთ ნახ.

3.8.-ზე მოცემული ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის მსგავსი გრაფიკი, იწოდებიან დრეკადპლასტიურად.



ყველა მასალას არ გააჩნია დრეკადობის ზღვარი. ისეთ მასალას როგორც არის ნახ. 3.4.-ზე ნაჩვენები ალუმინის შენადნობი არ გააჩნია მკვეთრად გამოხატული დენადობის ზღვარი. რამდენადაც პროპორციულობის ზღვარი აღნიშნავს დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდის წრფივი უბნის დასასრულს, პრაქტიკულად ზოგჯერ რთულია



**ნახ. 3.9. პირობითი დენადობის ზღვარის განსაზღვრის მეთოდი**

მისი განსაზღვრა, განსაკუთრებით მასალებისათვის რომლებიც ხასიათდებიან სწორი ხაზიდან მრუდზე თანდათანობითი გადასვლით. ასეთი მასალებისათვის განისაზღვრება პირობითი დენადობის ზღვარი. პირობითი დენადობის ზღვარი ეს არის დაბვა რომელიც მასალაში იწვევს როგორც წესი 0,05% ან 0,2% ნარჩენ დეფორმაციას (ე.ი. პლასტიური დეფორმაცია). (შენიშვნა: 0,2% ნარჩენი დეფორმაცია ეს არის 0,002დიუმი/დიუმი ან 0,002მმ/მმ ფარდობითი დეფორმაციის სიდიეების სხვანაირად ჩაწერა). პირობითი დენადობის ზღვრის დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდიდან განსაზღვრისათვის მონიშნეთ ნარჩენი დეფორმაციის წერტილი ფარდობითი დეფორმაციის ღერძზე (ნახ. 3.9). გაატარეთ მასზე დრეკადობის მოდულის საწყისი ხაზის პარალელური ხაზი. ამ ხაზის დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდთან კვეთის წერტილის შესაბამის დაბვას უწოდებენ

პირობითი დენადობის ზღვარს.

### განმტკიცება და სიმტკიცის ზღვარი

დენადობის დასრულების შემდეგ, მასალების უმეტესობას რღვევამდე შეუძლია წინააღმდეგობა გაუწიოს დამატებით დაბვებს. დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდი უწყვეტად გრძელდება დაბვის იმ პიკურ მნიშვნელობამდე, რომელსაც სიმტკიცის ზღვარი ეწოდება. მას აგრეთვე შეიძლება ვუწოდოთ სიმტკიცის ზღვარი გაწყვეტაზე ან სიმტკიცის ზღვარი გაჭიმვაზე (UTS). მრუდის გაგრძელებას განმტკიცებას უწოდებენ. განმტკიცების უბანი და სიმტკიცის ზღვრის შესაბამისი წერტილი მცირედ ნახშირბადოვანი ფოლადებისა და ალუმინის სხმულებისათვის ნაჩვენებია ნახ. 3.4.-ზე წარმოდგენილ დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის მრუდზე.

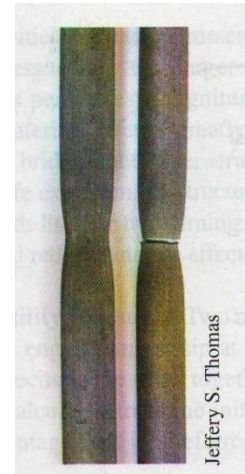
### შევიწროვება

დენადობისა და განმტკიცების უბნებზე ნიმუშის განივკვეთის ფართობი მცირდება თანაბრად და უწყვეტად. მიაღწევს რა ნიმუში დენადობის ზღვარს, მისი განივკვეთის ფართობის ცვლილება აღარ არის თანაბარი მთელ მუშა სიგრძეზე. განივკვეთის ფართობი შემცირებას იწყებს ნიმუშის ლოკალურ უბანზე შევიწროების ან „ყელის“ ფორმირებით. ასეთი ეფექტი ჩვენგან აღიქმება როგორც შევიწროვება (ნახ. 3.10. და ნახ.

3.11.). შევიწროვება წარმოიქმნება პლასტიკურ მასალებში, და არ წარმოიშვება მყიფე მასალებში. (პლასტიკურობა იხილე მომდევნო გვერდზე).



ნახ. 3.10. შევიწროება გაჭიმულ ელემენტში



ნახ. 3.11. შევიწროება ფოლადის პლასტიკურ ელემენტში

## რღვევა



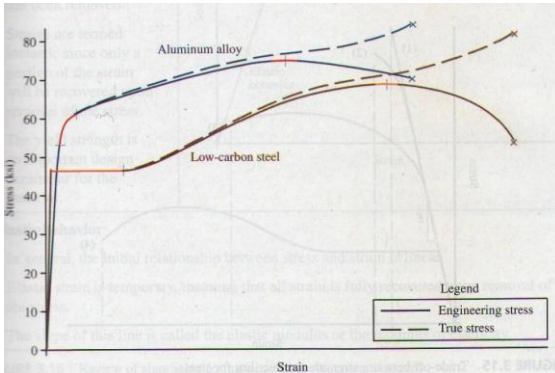
ნახ. 3.12. ჯამურ-კონუსური რღვევის ზედაპირები

პლასტიური მასალების რღვევის ფორმას უწოდებენ ჯამურ-კონუსური რღვევას (ნახ. 3.12.). მაქსიმალური შევიწროვების მდგომარეობაში ფორმირდება რღვევის წრიული ზედაპირი, გაჭიმული ღერძის მიმართ დაახლოებით  $45^\circ$  დახრით. რღვევის ეს ზედაპირი გატეხილი/გაგლეჯილი ნიმუშუს ერთ ნაწილზე წარმოჩინდება როგორც ჯამი და მეორე ნაწილზე როგორც კონუსი. ამის საპირისპიროდ, მყიფე მასალების რღვევა ხდება ბრტყელი ზედაპირით, რომლის ორიენტაციაც მართობულია გაჭიმული ღერძის მიმართ. ძაბვას რომლის დროსაც ხდება ნიმუშის ორ ნაწილად გატეხა/გაგლეჯა უწოდებენ მრღვევ ძაბვას. დააკვირდით სიმტკიცის

ზღვრისა და მრღვევ ძაბვას შორის დამოკიდებულებას ნახ. 3.4-ზე. *უცნაურად არ გეჩვენებათ რომ მრღვევი ძაბვა ნაკლებია სიმტკიცის ზღვარზე?* თუ ნიმუში არ ტყდება სიმტკიცის ზღვრის მიღწევისას, რატომ უნდა ტყდებოდეს ის უფრო დაბალი მნიშვნელობის ძაბვაზე? გაიხსენეთ რომ ნორმალური ძაბვა ნიმუშში განისაზღვრება მისი განივკვეთის საწყის ფართობზე ამავე ნიმუშზე მოდებული დატვირთვის გაყოფით. გამოთვლის ამ მეთოდით განსაზღვრულ ძაბვას პირობით ძაბვას უწოდებენ. პირობითი ძაბვა არ ითვალისწინებს ნიმუშის განივკვეთის ცვლილებას მასზე დატვირთვის მოქმედების განმავლობაში. სიმტკიცის ზღვრის მიღწევისას ნიმუში იწყებს



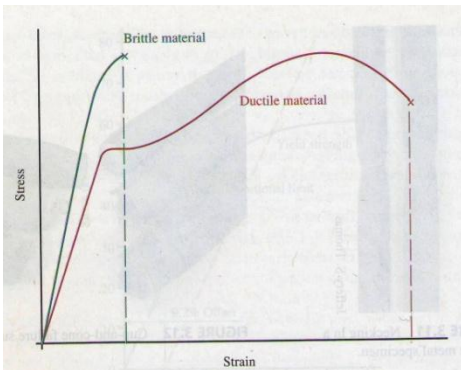
შევიწროვებას. ყელის არეში ლოკალიზებული შევიწროვების მკვეთრად ზრდასთან ერთად პერმანენტულად მცირდება განივკვეთის ფართობი.



ნახ. 3.13. რეალური ძაბვის პირობით ძაბვასთან შედარება

პირობითი ძაბვის გამოთვლა ეფუძნება ნიმუშის განივკვეთის საწყის ფართობს. შესაბამისად, რღვევისას განსაზღვრული პირობითი ძაბვა და ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი არ წარმოადგენს მასალაში აღძრული ნამდვილი ძაბვის ზუსტ ასახვას. თუ გაჭიმვის ტესტის მიმდინარეობისას გავზომავთ ხოლმე ნიმუშის დიამეტრს და განვსაზღვრავთ ნამდვილ ძაბვებს შემცირებული დიამეტრების შესაბამისად, აღმოჩნდება, რომ ნამდვილი ძაბვა იზრდება სიმტკიცის ზღვრის გავლის შემდეგ (ნახაზი 3.13).

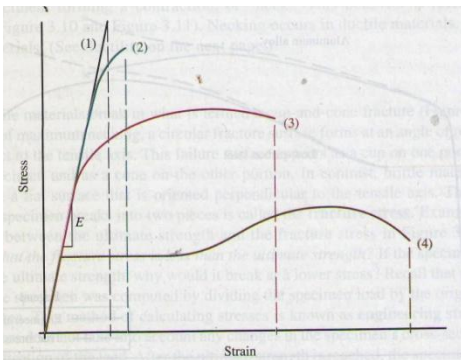
### პლასტიკურობა



ნახ. 3.14. პლასტიკურობის სიმეიფესთან შედარება

ინჟინერ-დამპროექტებლის ინტერესის საგანია არა მხოლოდ სიმტკიცე და სიხისტე. სხვა მნიშვნელოვანი მახასიათებელი არის პლასტიკურობა. პლასტიკურობა ახასიათებს მასალის პლასტიკური დეფორმირების შესაძლებლობას.

მასალას, რომელიც რღვევამდე იღებს მნიშვნელოვან ფარდობით დეფორმაციას, პლასტიკურ მასალას უწოდებენ. მასალებს, რომლებიც მცირედ ან საერთოდ არ ავლენენ დენადობას მყიფე მასალებს უწოდებენ. პლასტიკურობა არ არის აუცილებელ კავშირში სიმტკიცესთან. ორ მასალას შეიძლება ჰქონდეს ზუსტად ერთი და იგივე სიმტკიცე, მაგრამ მნიშვნელოვნად განსხვავებული ფარდობითი დეფორმაციები რღვევისას (ნახ. 3.14).



ნახ. 3.15. სიმტკიცისა და პლასტიკურობის სეადარება ფოლადებისათვის

ხშირად მასალის სიმტკიცის გაზრდა მიიღწევა პლასტიკურობის შემცირებით. ნახ. 3.15-ზე ოთხი განსხვავებული ტიპის ფოლადის ძაბვა-ფარდობითი

დეფორმაციის მრუდები არის ერთმანეთთან შედარებული. ოთხივე მრუდის საწყისი უბნები განსაზღვრავენ ერთი და იგივე დრეკადობის

მოდულს, ამიტომაც ყოველ

მათგანს აქვს ერთი და იგივე სიხისტე. ფოლადები

რანჟირებულია მყიფე ფოლადიდან (1) პლასტიურ ფოლადამდე (4). ფოლადი (1) წარმოადგენს ნაწრთობ ინსტრუმენტალურ ფოლადს, რომელიც არ განიცდის პლასტიკურ დეფორმაციას რღვევამდე. ფოლადი (4) არის ტიპური მცირედნახშირბადოვანი ფოლადი, რომელიც ხასიათდება მნიშვნელოვანი პლასტიკური დეფორმაციით რღვევამდე. ამ ფოლადების შესახებ შეიძლება თქვათ, რომ ფოლადი (1) არის მეტად მტკიცე, მაგრამ ამასთან ძალიან მცირედ პლასტიკური. ფოლადი (4) ნაკლებად მტკიცეა, მაგრამ ამასთან მეტად პლასტიკური.

ინჟინრისთვის პლასტიკურობა მნიშვნელოვანია იმდენად, რამდენადაც მიუთითებს იმ ზღვრებს, რომლებშიც ლითონს შეუძლია რღვევის გარეშე დეფორმირება ისეთი სამუშაოების ჩატარებისას, როგორც არის ღუნვა, გლინვა, დაყალიბება, გამოჭიმვა და შტამპვა. შედუღებულ კონსტრუქციებსა და მანქანა-მექანიზმების ელემენტებში პლასტიკურობა ასევე არის მასალის დეფორმირების შესაძლებლობის მაჩვენებელი ხვრეტების, ღარაკების, კუთხოვანი ნაკერების, ღრმულების და ძაბვების ლოკალურ ინტენსიფიკაციის გამომწვევი სხვა არაერთგვაროვანი არეალების მიმდებარედ. პლასტიკური დეფორმაციები პლასტიკურ მასალებში საშუალებას იძლევა ძაბვები არაერთგვაროვანი არეალების ირგვლივ განივრცოს დიდ ფართობზე. ძაბვების აღნიშნული გადანაწილება მინიმალურს ხდის პიკური ძაბვების მნიშვნელობებს და ახდენს ელემენტის რღვევის პრევენციას. რამდენადაც პლასტიკური მასალები რღვევამდე მნიშვნელოვნად დაგრძელებს/განივრცობს, ელემენტების დაუშვებლად დიდი დეფორმაციები შენობებში, ხიდებსა და სხვა კონსტრუქციებში წარმოადგენს გაფრთხილებას მოსალოდნელ რღვევაზე/ნგრევაზე, უზრუნველყოფს კონსტრუქციული სისტემიდან უსაფრთხო გამოსვლის შესაძლებლობას და იძლევა მათი შეკეთების საშუალებას. მყიფე მასალები ხასიათდებიან მყისიერი რღვევით, უმნიშვნელო გამაფრთხილებელი ნიშნებით ან მათ გარეშე. პლასტიკური მასალები აგრეთვე საშუალებას აძლევენ კონსტრუქციას მოახდინოს გარე დატვირთვებით, მაგალითად ისეთით, როგორც არის მიწისძვრა, გამოწვეული ეფექტების აბსორბირება და გადანაწილება.

**პლასტიკურობის საზომი.** გაჭიმვის ტესტიდან მიიღება პლასტიკურობის ორი საზომი. პირველი არის პირობითი ფარდობითი დეფორმაცია რღვევისას. ამ საზომის განსაზღვრისათვის დარღვეული/გაგლეჯილი ნიმუშის ორი ნახევარი მიედგმება ერთმანეთს და იზომება საბოლოო საანგარიშო სიგრძე. შემდგომ ამისა, საშუალო ფარდობითი დეფორმაცია განისაზღვრება საწყისი და საბოლოო საანგარიშო სიგრძეებიდან. ეს სიდიდე ჩვეულებრივ გამოისახება პროცენტებში და იწოდება ნარჩენ ფარდობით დაგრძელებად.

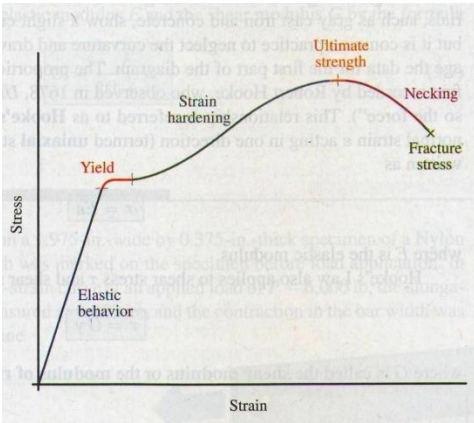
მეორე საზომი არის ფართობის შემცირება რღვევის ზედაპირზე. ეს სიდიდეც ასევე პროცენტებში გამოისახება და იწოდება ფართობის ნარჩენ დანაკარგად. მისი მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\text{ფართობის ნარჩენი დანაკარგი} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} (100\%) \quad (3.3)$$

სადაც  $A_0$  – ნიმუშის განივკვეთის საწყისი ფართობია და  $A_f$  – ნიმუშის განივკვეთის ფართობი რღვევის ზედაპირზე.

### ძირითადი მახასიათებლების მიმოხილვა

ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკით ხდება საინჟინრო პროექტირებისათვის იმ აუცილებელი ინფორმაციით უზრუნველყოფა, რომელიც გამოყენებადია ნებისმიერი ფორმისა და ზომის ელემენტებისათვის. რამდენადაც ყოველ მასალას გააჩნია კონკრეტული მახასიათებლები, ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკზე გამოყოფილია რამოდენიმე, რომლებიც უმეტეს შემთხვევებში გამოიყენება საინჟინრო პრაქტიკაში. ეს მახასიათებლები თავმოყრილია ნახ. 3.16.

<p><b>განმტკიცება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>რამდენადაც ხდება მასალის დაგრძელება მას შეუძლია გაუძლოს ძაბვის გაზრდილ სიდიდეს</li> </ul>	<p><b>სიმტკიცის ზღვარი</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ძაბვის საინჟინრო განმარტების შესაბამისად, სიმტკიცის ზღვარი წარმოადგენს ძაბვის იმ უდიდეს მნიშვნელობას, რომელსაც მასალამ შეიძლება გაუძლოს</li> </ul>
<p><b>დენადობა</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ძაბვის ძალიან მცირე ცვლილება იწვევს ფარდობითი დეფორმაციის არსებით ზრდას</li> <li>დაწყებული დენადობიდან მასალა პერმანენტულად იცვლება. ფარდობითი დეფორმაციის მხოლოდ ნაწილი გაქრება ძაბვის გაქრობასთან ერთად</li> <li>ფარდობით დეფორმაციას უწოდებენ პლასტიურს მაშინ როდესაც დეფორმაციის მხოლოდ ნაწილი გაქრება ძაბვის გაქრობასთან ერთად</li> <li>დენადობის ზღვარი მასალისათვის მნიშვნელოვანი საპროექტო პარამეტრია</li> </ul>	<div style="text-align: center;">  <p>ნახაზი 3.16. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის ძირითადი მახასიათებლების მიმოხილვა</p> </div> <p><b>შევიწროვება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ნიმუშის ლოკალიზებულ არეალში განივკვეთის ფართობი იწყებს მნიშვნელოვან შემცირებას</li> <li>გამჭიმავი ძალა იწვევს ნიმუშის დამატებით დაგრძელებას, რამდენადაც ფართობი მცირდება</li> <li>შევიწროვება წარმოიქმნება პლასტიურ მასალებში და არ წარმოიქმნება მყიფე მასალებში</li> </ul>

<p><b>დრეკადი მუშაობა</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ძირითადად საწყის ეტაპზე ძაბვასა და ფარდობით დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება არის წრფივი</li> <li>• დრეკადი ფარდობითი დეფორმაციები დროებითია რაც ნიშნავს რომ ფარდობითი დეფორმაცია სრულად გაქრება, ძაბვის გაქრობასთან ერთად</li> <li>• ამ წრფის დახრას დრეკადი მოდული ან დრეკადობის მოდული</li> </ul>	<p><b>მრღვევი ძაბვა</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• მრღვევი ძაბვა წარმოადგენს პირობით ძაბვას, რომელზეც ხდება ნიმუშის ორ ნაწილად გატეხა</li> </ul>
---	--

**3.3 ჰუკის კანონი**

ზემოთ აღვნიშნავდით რომ ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკის საწყისი მონაკვეთი საინჟინრო კონსტრუქციებში გამოყენებული მასალების უმეტესობისთვის არის სწორი ხაზი. ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი ცალკეული მასალებისთვის, ისეთებისთვის როგორც არის რუხი თუჯი და ბეტონი, მცირე ძაბვებზეც კი მსუბუქ სიმრუდეს უჩვენებენ, მაგრამ მიღებული პრაქტიკაა სიმრუდის უგულვებლყოფა და გრაფიკის პირველი ნაწილის მონაცემთა გასაშუალოებული მნიშვნელობებისთვის სწორი ხაზის გატარება. დატვირთვისა და გადაადგილებას შორის პროპორციული დამოკიდებულება პირველად ჩაწერილ იქნა რობერტ ჰუკის მიერ 1678 წელს, *Ut tension sic vis* („როგორც არის დაგრძელება, ისეთი არის ძალა“). ეს დამოკიდებულება ცნობილია როგორც ჰუკის კანონი. ერთი მიმართულებით მოქმედი ნორმალური ძაბვისა  $\sigma$  და ფარდობითი დეფორმაციისათვის  $\epsilon$  (უწოდებენ ერთდერძა ძაბვებსა და დეფორმაციებს) ჰუკის კანონი ჩაიწერება როგორც:

$$\sigma = E\epsilon \tag{3.4}$$

სადაც  $E$  დრეკადობის მოდულია.

ჰუკის კანონი ასევე გამოიყენება მხები ძაბვისა  $\tau$  და ძვრის ფარდობითი დეფორმაციისათვის  $\gamma$ :

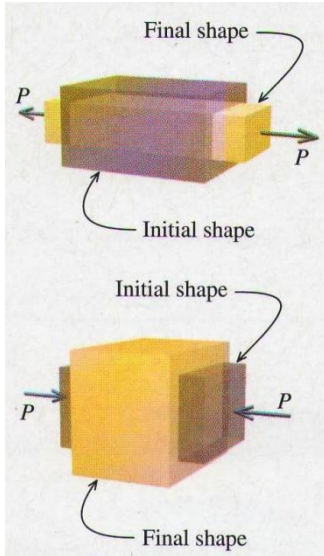
$$\tau = G\gamma \tag{3.5}$$

სადაც  $G$ -ს უწოდებენ ძვრის მოდულს ან ძვრისას სიხისტის მოდულს

**3.4 პუასონის კოეფიციენტი**

ერთი მიმართულებით დატვირთული მასალა განიცდის დეფორმაციას როგორც დატვირთვის პარალელურად. ასევე დატვირთვის მართობულად. სხვა სიტყვებით:

- თუ მყარი სხეული განიცდის ღერძულ/გრძივ გაჭიმვას, ის ვიწროვდება განივი მიმართულებით;
- თუ მყარი სხეული იკუმშება, ის ფართოვდება განივი მიმართულებით.



ნახ. 3.17. მყარი სხეულის განივი შევიწროება და განივი გაფართოება ღერძული ძალების ზემოქმედებით

ეს მოვლენა ილუსტრირებულია ნახ. 3.17.-ზე, სადაც დეფორმაციები ზედმეტად გადიდებულად არის ნაჩვენები. ექსპერიმენტებმა აჩვენა რომ ღერძული ძალით გამოწვეულ განივ და გრძივ ფარდობით დეფორმაციებს შორის თანაფარდობა რჩება მუდმივი, თუ მასალა არის დრეკადი, ერთგვაროვანი და იზოტროპული (როგორც ეს განსაზღვრულია პუნქტ 2.4-ში). ეს მუდმივა მასალის მახასიათებელია, მსგავსად სხვა მახასიათებლებისა, მაგალითად ისეთის როგორც არის დრეკადობის მოდული  $E$ . ერთღერძა/წრფივი დაძაბული მდგომარეობისათვის განივი ფარდობითი დეფორმაციის ( $\epsilon_{lat}$  ან  $\epsilon_t$ ) შეფარდებას, გრძივ ფარდობით დეფორმაციასთან ( $\epsilon_{long}$  ან  $\epsilon_a$ ) ეწოდება პუასონის კოეფიციენტი. სიმეონ დ. პუასონმა შემოიღო ეს მუდმივა 1811 წელს. ის აღნიშნება ბერძნული ასოთი  $\nu$  (ნიუ) და განისაზღვრება შემდეგი სახით:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{long}} = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} \quad (3.6)$$

კოეფიციენტი  $\nu = -\epsilon_t/\epsilon_a$  ძალაშია მხოლოდ ერთღერძა/წრფივი დაძაბული მდგომარეობისათვის (ე.ი. მარტივი გაჭიმვა ან კუმშვა). უარყოფითი ნიშანი (3.6) განტოლებაში არის იმიტომ რომ ერთღერძა ძაბვისთვის განივი და გრძივი ფარდობითი დეფორმაციები ყოველთვის ურთიერთსაწინააღმდეგო ნიშნის არის (ე.ი. თუ ერთი ფარდობითი დეფორმაცია წარმოადგენს დაგრძელებას, მაშინ მეორე დავიწროება).

კოეფიციენტის მნიშვნელობა იცვლება სხვადასხვა მასალისათვის, მაგრამ ლითონების უმრავლესობისათვის პუასონის კოეფიციენტის მნიშვნელობა იცვლება 1/3-სა და 1/4-ს შორის. იმის გათვალისწინებით რომ მასალისათვის კოეფიციენტის მნიშვნელობა არის მუდმივი სიდიდე, პუასონის კოეფიციენტის უდიდესი შესაძლო მნიშვნელობა 0,5-ის ტოლია. აღნიშნულ ზედა ზღვარს უახლოვდება კოეფიციენტის მნიშვნელობა ისეთი მასალებისათვის, როგორც მაგალითად არის რეზინა.

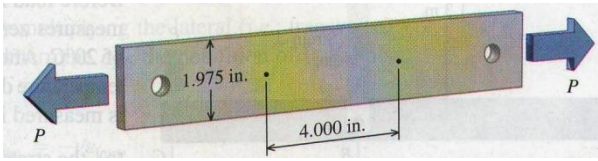
### თანაფარდობა $E$ , $G$ და $\nu$ -ს შორის

პუასონის კოეფიციენტი დაკავშირებულია დრეკადობის  $E$  და ძვრის  $G$  მოდულთან შემდეგი თანაფარდობით:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.7)$$



### მაგალითი 3.1



გაჭიმვის ტესტი ჩატარებულ იქნა ნიმუშზე, რომელიც წარმოადგენდა ნეილონის პლასტიკს ზომებით 1,975დიუიმი სიგანე 0,375დიუიმი სისქეზე. დატვირთვის მოდებამდე ნიმუშზე დატანილ იქნა საანგარიშო სიგრძე - 4,000 დიუიმი. დატვირთვის მოდების

მდე ნიმუშზე დატანილ იქნა საანგარიშო სიგრძე - 4,000 დიუიმი. დატვირთვის მოდების დეფორმაციის მრუდის დრეკად მონაკვეთზე,  $P = 6000$  ფუნტი დატვირთვის მოდების პირობებში, საანგარიშო სიგრძის ზრდამ შეადგინა 0,023დიუიმი და ღეროს სიგანის შევიწროებამ კი შეადგინა 0,004დიუიმი. განსაზღვრეთ:

- დრეკადობის მოდული  $E$
- პუასონის კოეფიციენტი  $\nu$
- ძვრის მოდული  $G$

#### ამოხსნის გეგმა

- დატვირთვითა და ღეროს საწყისი ზომებით შესაძლებელია ნორმალური დაბჯების განსაზღვრა. ნორმალური ფარდობითი დეფორმაცია შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს გრძივი (ე.ი. დეძული) მიმართულებით  $\epsilon_{long}$  გაზრდილი საანგარიშო სიგრძისა და საანგარიშო სიგრძის საწყისი მნიშვნელობის გამოყენებით. მიღებული ორი სიდიდით, (3.4) გამოსახულების გამოყენებით, შეიძლება დრეკადობის მოდულის განსაზღვრა.
- შემცირებული სიგანისა და სიგანის საწყისი მნიშვნელობის გამოყენებით შეიძლება განისაზღვროს ფარდობითი დეფორმაცია განივი (ე.ი. მკვეთი) მიმართულებით  $\epsilon_{lat}$ . შემდეგ განისაზღვრება პუასონის კოეფიციენტი გამოსახულებით (3.6).
- ძვრის მოდული შეიძლება განისაზღვროს გამოსახულებიდან (3.7).

#### ამოხსნა

- ნორმალური დაბჯა ნიმუშში შეადგენს

$$\sigma = \frac{6000 \text{ ფტ}}{(1,975 \text{ დმ})(0,375 \text{ დმ})} = 8101,27 \text{ ფტ/დმ}^2$$

გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია ტოლია

$$\epsilon_{long} = \frac{0,023 \text{ დმ}}{4,000 \text{ დმ}} = 0,005750 \text{ დმ/დმ}$$

შესაბამისად დრეკადობის მოდული ტოლია

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{8101,27 \text{ ფტ/დმ}^2}{0,005750 \text{ დმ/დმ}} = 1408916 \text{ ფტ/დმ}^2 = 1409916 \text{ ფტ/დმ}^2$$

b) განივი დეფორმაცია ტოლია

$$\varepsilon_{lat} = \frac{-0,004 \text{ დმ}}{1,975 \text{ დმ}} = -0,002025 \text{ დმ/დმ}$$

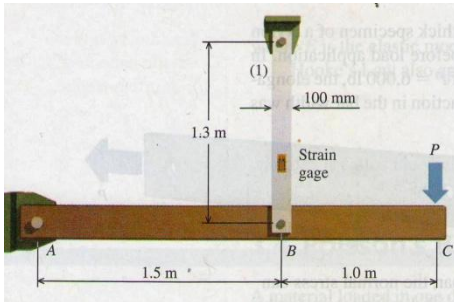
გამოსახულებიდან (3.6) პუასონის კოეფიციენტი შეიძლება განისაზღვროს როგორც

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{long}} = -\frac{-0,002025 \text{ დმ/დმ}}{0,005750 \text{ დმ/დმ}} = 0,352$$

c) ძვრის მოდული  $G$  განისაზღვრება გამოსახულებიდან (3.7) როგორც

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{1408916 \text{ ფტ/დმ}^2}{2(1 + 0,352)} = 521049 \text{ ფტ/დმ}^2 = 521000 \text{ ფტ/დმ}^2$$

### მაგალითი 3.2



ხისტი ღერო ABC სახსრულად (შტიფტით) დამაგრებულია A წერტილში და 100მმ-იანი სიგანის 6მმ სისქეზე ალუმინის შენადნობის ( $E=70$ გპა,  $\alpha=22,5 \times 10^{-6/0}$  C;  $\nu=0,33$ ) ღეროთი B წერტილში. ალუმინის შენადნობის ღეროზე დამაგრებული ტენზოგადამწოდებლით იზომება მისი გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია. ხისტი ღეროს C წერტილში

P ძალის მოდებამდე, ტენზოგადამწოდებლით იზომება ნულოვანი ფარდობითი დეფორმაცია  $20^{\circ}\text{C}$  გარემოს ტემპერატურის პირობებში. ხისტი ღეროს C წერტილში P ძალის მოდებისა და გარემოს ტემპერატურის  $-10^{\circ}\text{C}$ -მდე ვარდნის შემდეგ ალუმინის ღეროზე ფიქსირდება  $+2400 \mu\varepsilon$  ფარდობითი დეფორმაცია. განსაზღვრეთ

- ძაბვა ელემენტში (1)
- P ძალის სიდიდე
- ალუმინის ღეროს სიგანის ცვლილება (ე.ი. ზომა 100მმ)

## ამოხსნის გეგმა

ეს ამოცანა ახდენს იმ ცალკეული გაურკვევლობების ილუსტრირებას, რომელიც გავრცელებულია ჰუკის კანონისა და პუასონის კოეფიციენტის გამოყენებისას, განსაკუთრებით როდესაც ტემპერატურის ცვლილება წარმოადგენს ანალიზის ფაქტორს.

## ამოხსნა

a) რამდენადაც დრეკადობის მოდული  $E$  და გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon$  მოცემულია, შეიძლება ვინმემ მოინდომოს ალუმინის ღეროში (1) აღძრული ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის ჰუკის კანონიდან {განტოლება (3.4)} განსაზღვრა

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 = (70 \text{ გპა})(2400 \mu\varepsilon) = \left| \frac{1000 \text{ მპა}}{1 \text{ გპა}} \right| \left| \frac{1 \text{ მმ/მმ}}{1000000 \mu\varepsilon} \right| = 168 \text{ მპა}$$

**ამ გზით განსაზღვრული ნორმალური ძაბვა ელემენტი (1)-ში სწორი არ არის. რატომ არ არის სწორი?**

განტოლებიდან (2.7) ჯამური ფარდობითი დეფორმაცია ელემენტში  $\varepsilon_{total}$  შედგება ძაბვისგან წარმოქმნილი  $\varepsilon_\sigma$  ნაწილისაგან და ტემპერატურის ცვლილებისაგან წარმოქმნილი  $\varepsilon_T$  ნაწილისაგან. ელემენტ (1)-ზე დამაგრებული ტენზოგადამწოდებლით განსაზღვრული ჯამური ფარდობითი დეფორმაცია ალუმინის ღეროში შეადგენს  $\varepsilon_{total} = +2400 \mu\varepsilon = +0,002400 \text{ მმ/მმ}$ . თუმცა ამ ამოცანაში ფარდობითი დეფორმაციის გაზომვამდე ელემენტ (1)-ის ტემპერატურა  $30^\circ\text{C}$ -ით ვარდება. ტემპერატურის ცვლილებით ალუმინის ღეროში გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაცია განტოლებიდან (2.6) ტოლია

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T = (22,5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C})(-30^\circ\text{C}) = -0,000675 \text{ მმ/მმ}$$

ამიტომ ელემენტ (1)-ში ნორმალური ძაბვით გამოწვეული ჯამური ფარდობითი დეფორმაცია ტოლია

$$\begin{aligned} \varepsilon_{total} &= \varepsilon_\sigma + \varepsilon_T \\ \therefore \varepsilon_\sigma &= \varepsilon_{total} - \varepsilon_T = 0,002400 \text{ მმ/მმ} - (-0,000675 \text{ მმ/მმ}) = +0,003075 \text{ მმ/მმ} \end{aligned}$$

ძაბვის ამ მნიშვნელობის გამოყენებით, ელემენტ (1)-ში ნორმალური ძაბვა ახლა უკვე შეიძლება განისაზღვროს ჰუკის კანონიდან

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 = (70 \text{ გპა})(0,003075 \text{ მმ/მმ}) = 215,25 \text{ მპა} = 215 \text{ მპა}$$

b) გრძივი ძალა ელემენტ (1)-ში განისაზღვრება ფართობზე მოსული ნორმალური ძაბვისაგან

$$F_1 = \sigma_1 A_1 = \left( \frac{215,256}{\text{მ}^2} \right) (100 \text{მმ})(6 \text{მმ}) = 129,1506$$

ჩაწერეთ წონასწორობის განტოლება მომენტების ჯამისათვის A სახსრის მიმართ და გადაწყვიტეთ P ძალისათვის

$$\begin{aligned} \sum M_A &= (1,5 \text{მ})(129,1506) - (2,5 \text{მ})P = 0 \\ \therefore P &= 774906 = 77,5 \text{კნ} \end{aligned}$$

c) ღეროს სიგანის ცვლილება განისაზღვრება განივი (ე.ი. მკვეთი) ფარდობითი დეფორმაციის  $\epsilon_{lat}$  გადამრავლებით 100მმ საწყის სიგანეზე.  $\epsilon_{lat}$ -ის განსაზღვრისათვის ვხელმძღვანელობთ პუასონის კოეფიციენტის განმარტებით {განტოლება 3.6}

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{long}} \quad \therefore \epsilon_{lat} = -\nu \epsilon_{long}$$

პუასონის კოეფიციენტის მოცემული სიდიდისა და გაზომილი ფარდობითი დეფორმაციის გამოყენებით,  $\epsilon_{lat}$  შეიძლება განისაზღვროს

$$\epsilon_{lat} = -\nu \epsilon_{long} = -(0,33)(2400 \mu\epsilon) = -792 \mu\epsilon$$

**ამ გზით განსაზღვრული განივი ფარდობითი დეფორმაცია ელემენტ (1)-ში სწორი არ არის. რატომ არ არის სწორი?**

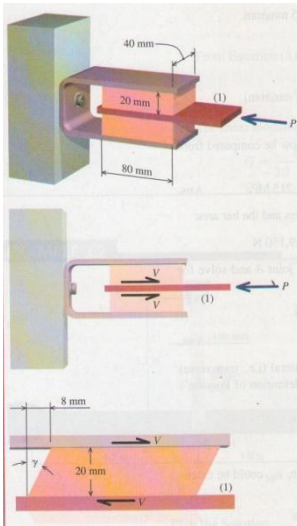
პუასონის ეფექტი გამოყენებადია მხოლოდ ძაბვით (ე.ი. მექნიკური ეფექტებით) გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაციების მიმართ. თავისუფალი, ერთგვაროვანი, იზოტროპული მასალები გაცხელებით თანაბრად ფართოვდებიან ყველა მიმართულებით (ან გაცივებით ვიწროვდებიან თანაბრად). შესაბამისად თერმული ფარდობითი დეფორმაციები არ უნდა აისახოს პუასონის კოეფიციენტის გაანგარიშებაში. ამ ამოცანისთვის განივი ფარდობითი დეფორმაცია უნდა განისაზღვროს როგორც:

$$\epsilon_{lat} = -(0,33)(0,003075 \text{მმ/მმ}) + (-0,000675 \text{მ/მ}) = -0,0016898 \text{მმ/მმ}$$

ალუმინის ღეროს სიგანის ცვლილებისთვის კი გვექნება

$$\delta_{width} = -(-0,0016898 \text{მმ/მმ})(100 \text{მმ}) = -0,1690 \text{მმ}$$

### მაგალითი 3.3



80მმ სიგრძის, 40მმ სიგანისა და 20მმ სიმაღლის რეზინის ბლოკები დაწებებულია ხისტ დამჭერ მოწყობილობაზე და მოძრავ ფილაზე (1). ამ კვანძზე  $P=2800\text{ნ}$  ძალის მოდებისას ფილა (1) 8მმ-ით გადაადგილდება ჰორიზონტალურად. განსაზღვრეთ ბლოკისთვის გამოყენებული რეზინის ძვრის მოდული  $G$ .

#### ამოხსნის გეგმა

ჰუკის კანონი გამოსახავს ურთიერთდამოკიდებულებას მხეხ ძაბვასა და ძვრის ფარდობით დეფორმაციას შორის {განტოლება (3.5)}. მხეხი ძაბვის განსაზღვრა შესაძლებელია მოდებული  $P$  ძალის სიდიდითა და რეზინის ბლოკების ფართობით, რომლებიც უშუალო შეხებაშია მოძრავ ფილა (1)-თან. ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია კუთხური ზომაა, რომელიც შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს ფილის (1) ჰორიზონტალური გადაადგილებით და რეზინის ბლოკების სისქით. ძვრის მოდული  $G$  განისაზღვრება მხეხი ძაბვის ძვრის ფარდობით დეფორმაციაზე გაყოფით.

#### ამოხსნა

განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა მოძრავი ფილისათვის (1). რეზინის ორივე ბლოკი უზრუნველყოფს მოდებული  $P$  ძალის საწინააღმდეგო მძვრელ ძალას. ძალათა ჯამის ჰორიზონტალური მიმართულებით წონასწორობის პირობიდან

$$\sum F_x = 2V - P = 0$$

$$\therefore V = P/2 = (2800\text{ნ})/2 = 1400\text{ნ}$$

ამისშემდგომ განვიხილოთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა რეზინის ზედა ბლოკისთვის გადაადგილებულ მდგომარეობაში. მძვრელი ძალა  $V$  მოქმედებს ზედაპირზე რომლის სიგრძეა 80მმ და სიგანე 40მმ. შესაბამისად მხეხი ძაბვა  $\tau$  რეზინის ბლოკში ტოლია

$$\tau = \frac{1400\text{ნ}}{(80\text{მმ})(40\text{მმ})} = 0,4375\text{მპა}$$

8მმ-იანი ჰორიზონტალური გადაადგილება იწვევს ბლოკის გადახრას, როგორც ეს ნაჩვენებია. კუთხე  $\gamma$  (რადიანებში გაზომილი) წარმოადგენს ძვრის ფარდობით დეფორმაციას

$$\tan\gamma = \frac{8\text{მმ}}{20\text{მმ}} \quad \therefore \gamma = 0,3805\text{რად}$$



მხები ძაბვა  $\tau$ , ძვრის მოდული  $G$  და ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია  $\gamma$  ერთმანეთთან დაკავშირებულია ჰუკის კანონით

$$\tau = G\gamma$$

საიდანაც ბლოკებად გამოყენებული რეზინის დრეკადობის მოდულისათვის მივიღებთ

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{0,4375 \text{ მპა}}{0,3805 \text{ რად}} = 1,150 \text{ მპა}$$

## თავი 4. გაანგარიშების-კონსტრუირების კონცეფციები

### 4.1 შესავალი

ინჟინრების წინაშე მდგარი ამოცანები მოიცავს მრავალ ასპექტს, მაგალითად ისეთებს როგორც არის ფუნქცია, უსაფრთხოება, კაპიტალდაბანდება, თვითღირებულება, გარემოზე ზემოქმედება, ეკონომიურობა და ესთეტიურობა. თუმცა, მასალათა მექანიკაში ჩვენი ინტერესები ფოკუსირებულია მექანიკურ ასპექტებზე: სიმტკიცეზე, სიხისტესა და მდგრადობაზე. წარმატებული კონსტრუირებისათვის აღნიშნულ ასპექტებთან მიმართებაში მრავალი გაურკვეველობა უნდა იქნეს განხილული და დამუშავებული.

დატვირთვები რომლებიც მოქმედებს კონსტრუქციებსა და მანქანებზე როგორც წესი დგინდება და აქ შესაძლებელია არსებითი ცვლილებები ამ დატვირთვებში, მაგალითად ისეთები რაც ქვემოთ არის ჩამოთვლილი:

- დატვირთვის სიდიდე შეიძლება განსხვავდებოდეს კონსტრუირებისთვის მიღებულისგან.
- არსებობს გაურკვეველობები კონსტრუქციებსა და მანქანებში გამოყენებულ მასალასთან მიმართებაში. რამდენადაც გამოცდა როგორც წესი აზიანებს მასალას, ამ უკანასკნელის მექანიკური მახასიათებლების განსაზღვრა ხდება არა უშუალოდ, არამედ მსგავსი მასალისგან დამზადებული ნიმუშების გამოცდით. მაგალითად ისეთი მასალისათვის როგორც არის ხე შესაძლებელია სიმტკიცისა და სიხისტის არსებითი ცვლილებები ცალკეული ფიცრებისა და მორებისათვის.
- მასალათა სიმტკიცე დროთა განმავლობაში შეიძლება შეიცვალოს კოროზიის ან სხვა ეფექტების გამო
- გარემო პირობები როგორც არის ტემპერატურა, ტენიანობა და ქარისა და თოვლის ზემოქმედება შეიძლება განსხვავდებოდეს კონსტრუირებისთვის მიღებულისგან.
- სატესტე ნიმუშები ან ტესტებში გამოყენებული მასალები შეიძლება განსხვავებული იქნეს იმათგან რომლებიც გამოიყენება ელემენტებისათვის, მიუხედავად მათი ქიმიური შემადგენლობის ერთგვაროვნებისა. ამის გამომწვევია ისეთი ფაქტორები როგორც არის მიკროსტრუქტურა, ზომები, გლინვის ან დაყალიბების ეფექტები და ზედაპირის დამუშავება.
- ძაბვები ელემენტში შეიძლება გაჩნდეს მისი დამზადების პროცესში და შესაძლებელია ამ უხარისხო ნაკეთობამ შეამციროს კონსტრუქციის სიმტკიცე.
- ანალიზისთვის გამოყენებულ მოდელებსა და მეთოდებში შეიძლება მოხდეს კონსტრუქციის ზედმეტად გამარტივებული ან მცდარი მოდელირება და შესაბამისად მათი მუშაობის არაადექვატური ასახვა.

სახელმძღვანელოში მოცემულმა ამოცანებმა შეიძლება შეგიქმნათ შთაბეჭდილება რომ ანალიზი და კონსტრუირება წარმოადგენს ზუსტი საანგარიშო პროცედურის გამოყენებას, კონსტრუქციებისა და მანქანების ზუსტად განსაზღვრულ სქემებთან მიმართებაში, განსაზღვრული შედეგის მიღების მიზნით. თუმცა პრაქტიკაში გაანგარიშების/კონსტრუირების პროცედურები უნდა იძლეოდეს დაშვებების საშუალებას ყველა იმ ფაქტორისთვის რომელთა რაოდენობრივად გამოსახვა მაღალი სიზუსტით ვერ ხერხდება

## 4.2 დატვირთვის ტიპები

ძალას რომელიც მოქმედებს კონსტრუქციაზე ან მანქანაზე დატვირთვა ეწოდება. კონსტრუქციებსა და მანქანებზე მოქმედი სპეციფიური ტიპის დატვირთვები, დამოკიდებულია მათი მოდების თავისებურებაზე. ქვემოთ განხილულია დატვირთვის რამდენიმე ტიპი, რომლებიც მოქმედებენ სამშენებლო კონსტრუქციებზე.

### მუდმივი დატვირთვები

მუდმივი დატვირთვა შედგება სხვადასხვა კონსტრუქციული ელემენტების წონისა და მათთან მუდმივად დაკავშირებული ობიექტების წონებისაგან. შენობებისათვის კონსტრუქციების საკუთარი წონა მოიცავს ისეთი ნაწილების საკუთარ წონებს როგორებიც არიან კოჭები, სვეტები, სართულშუა გადახურვის ფილები, კედლები, წყალმომარაგება-კანალიზაციის სისტემა, ელექტრო მოწყობილობა, მუდმივი მექანიკური აღჭურვა და სახურავი. ამ დატვირთვების სიდიდე და მდებარეობა უცვლელია შენობის ექსპლუატაციის მთელი პერიოდის განმავლობაში.

სისტემის კონსტრუირების საწყის ეტაპზე ცნობილი არ არის კოჭის, ფილის, სვეტის და სხვა ელემენტის ზომა. ელემენტების ზომების საბოლოოდ განისაზღვრამდე უნდა შესრულდეს კონსტრუქციის გაანგარიშება; ამასთან გაანგარიშება უნდა ითვალისწინებდეს ელემენტების წონებს. შესაბამისად ხშირად აუცილებელია კონსტრუქციის მრავალჯერადი გაანგარიშება - სხვადასხვა ელემენტის წონის დაშვება; გაანგარიშების ჩატარება; ელემენტების სათანადო ზომების შერჩევა; და თუ აღმოჩნდა მნიშვნელოვანი განსხვავება, გაანგარიშების გამეორება.

მიუხედავად იმისა რომ კონსტრუქციის საკუთარი წონა ძირითადად სწორად ისაზღვრება, მუდმივი დატვირთვა შეიძლება სათანადოდ ვერ განისაზღვროს მისი შემადგენელი სხვა კომპონენტების შესახებ არასაკმარისი სიზუსტის მონაცემების გამო. ეს კომპონენტებია მედმივი აღჭურვილობის, ტიხრების, სახურავის მასალის, იატაკის, მომსახურების ფიქსირებული საშუალებების და სხვა უძრავი საშუალებების წონა. კონსტრუქციის შემდგომი მოდიფიკაცია შეიძლება გასათვალისწინებელი გახდეს. მაგალითად გზატკეცილის საფარის მასალის ხიდის ვაკისისთვის დამატება ექსპლუატაციის შემდგომ ეტაპზე.

## დროებითი დატვირთვები

დროებით დატვირთვებს მიეკუთვნება დატვირთვები რომელთა სიდიდე, მიმართულება და მდებარეობა იცვლება კონსტრუქციის ექსპლუატაციის პერიოდში. ისინი შეიძლება გამოწვეული იყოს მათ ზედაპირზე დროებით განთავსებული ნივთების წონით, მოძრავი ტრანსპორტით ან ადამიანებით ან გარემოს ძალებით. სართულშუა გადახურვებისა და ვაკისებისათვის დროებითი დატვირთვის ტიპიური მოდელი წარმოადგენს ფართობზე თანაბარგანაწილებულ დატვირთვას, რომელიც იანგარიშება იმ ნივთებისთვის რომლებიც როგორც წესი დაკავშირებულია სივრცის დაგეგმილ დანიშნულებასთან. ტიპიური საოფისე და საცხოვრებელი სახლებისათვის ეს მოიცავს მაცხოვრებლებს, ავეჯს და დასაწყობებულ ნივთებს.

ისეთი კონსტრუქციებისათვის როგორც არის ხიდები და პარკინგები, კონცენტრირებული დატვირთვა (ან დატვირთვები) წარმოადგენენ მანქანების ან სხვა მძიმე ნივთების წონას, რომლებიც ფართობზე თანაბარგანაწილებულ დატვირთვასთან ერთად დამატებით უნდა იქნეს გათვალისწინებული. ასეთ კონცენტრირებულ დატვირთვებზე გაანგარიშებისას განხილულ უნდა იქნეს ამ დატვირთვათა მოდების სხვადასხვა შესაძლო კრიტიკული წერტილები.

დატვირთვას რომელიც კონსტრუქციას მყისიერად გადაეცემა დარტყმითი დატვირთვა ეწოდება. საწყობის იატაკზე დავარდნილი ყუთი ან ავტომანქანის „შებტომები“ საგზაო საფარის უთანაბრობებზე კონსტრუქციაზე მოქმედებს გაცილებით უფრო დიდი ძალით, ვიდრე ეს იქნებოდა თუ დატვირთვის მოდება იქნებოდა თანდათანობითი და საფეხურებრივი. განსაზღვრული დროებითი დატვირთვები ძირითადად მოიცავს მახასიათებელ დაშვებებს ჩვეულებრივი საექსპლუატაციო დარტყმითი ზემოქმედებებისა და ტრაფიკისათვის. სპეციალური განხილვა შეიძლება აუცილებელი გახდეს ამწევი მექანიზმების, უკუქვევით-წინსვლითი ან მზრუნავი მთავარი ნაწილის მქონე ჩარხების მზიდი კონსტრუქციებისა და ამწეებისთვის.

გამომდინარე მათი ფიზიკური ბუნებიდან დროებითი დატვირთვები განსაზღვრულია ნაკლები საიმედოობით ვიდრე მუდმივი დატვირთვები. დროებითი დატვირთვების ინტენსივობა და მდებარეობა იცვლება კონსტრუქციის ექსპლუატაციის პერიოდში. მაგალითად შენობებში შეიძლება მოხდეს ადამიანების მოულოდნელი თავშეყრა ან სივრცე შეიძლება მოექცეს ძალიან დიდი დატვირთვის ქვეშ ავეჯის განახლების ან რაიმე სხვა ნივთების ადგილის შეცლის პირობებში.

## თოვლის დატვირთვა

ცივი კლიმატის პირობებში თოვლის დატვირთვა შეიძლება გახდეს არსებითი საანგარიშო მახასიათებელი სახურავის ელემენტებისათვის. თოვლის დატვირთვის

სიდიდე და მიმართულება არ შეიძლება ცნობილი იყოს მაღალი საიმედოობით. უფრო მეტი, ქარის მოქმედების გამო სახურავის კონსტრუქციებზე თოვლის განაწილება არათანაბარია. თოვლის ყველაზე მეტი დაგროვება ხდება ისეთი ადგილების სიახლოვეს, სადაც იცვლება სახურავის სიმაღლე. აღნიშნულის შედეგად წარმოიქმნება დამატებითი დატვირთვები.

## ქარის დატვირთვა

ქარი შენობას გადასცემს მისი სიჩქარის კვადრატის პროპორციულ დატვირთვას. ნებისმიერ მომენტში ქარის სიჩქარე წარმოდგენილია საშუალო სიჩქარეს დამატებული ტურბულენტობით, რომელიც ცნობილია როგორც ქარის მონაბერი. ქარის დაწნევა განაწილებულია შენობის გარე ზედაპირებზე ორნაირად გადანაწილდება: როგორც დამატებითი დაწნევა რომელიც დაწოლით ზემოქმედებას ახდენს კედლების ან სახურავის ზედაპირზე; როგორც უარყოფითი დაწნევა (ან შეწოვა) რომელიც ზემოთ სწევს სახურავს ან „ქაჩავს“ კედელს გარე მიმართულებით. კონსტრუქციაზე მოქმედი ქარის დატვირთვის სიდიდე იცვლება გეოგრაფიული მდებარეობის, მიწის ზედაპირიდან სიმაღლის, გარშემომწერი ტერიტორიის, შენობის ფორმის და თავისებურებების და სხვა ფაქტორების კვლდაკვალ. ქარს შეუძლია ზემოქმედება მოახდინოს კონსტრუქციაზე ნებისმიერი მიმართულებიდან. ყველა ეს ფაქტორი ერთდამდე მეტად ართულებს ქარის დატვირთვის სიდიდისა და მიმართულების ზუსტ პროგნოზირებას.

## 4.3 საიმედოობა

ინჟინერი მიისწრაფის შექმნას ისეთი ობიექტი რომელიც საიმედოდ შეასრულებს მასზე დაკისრებულ ფუნქციას. საიმედოობის მისაღწევად სიმტკიცესთან მიმართებაში კონსტრუქციები და მანქანები ყოველთვის გაანგარიშებულია-კონსტრუირებულია ისე რომ გაუძლოს მოსალოდნელზე უფრო მაღალ დატვირთვებს (რასაც უწოდებენ გადატვირთვას). იმასთან ერთად რომ ეს რეზერვი საჭიროა ექსტრემალური დატვირთვის პირობებში საიმედოობის უზრუნველსაყოფად, ის აგრეთვე საშუალებას იძლევა კონსტრუქციები და მანქანები გამოყენებულ იქნეს გაანგარიშების/კონსტრუირების პროცესში გაუთვალისწინებელ გარემოებებში.

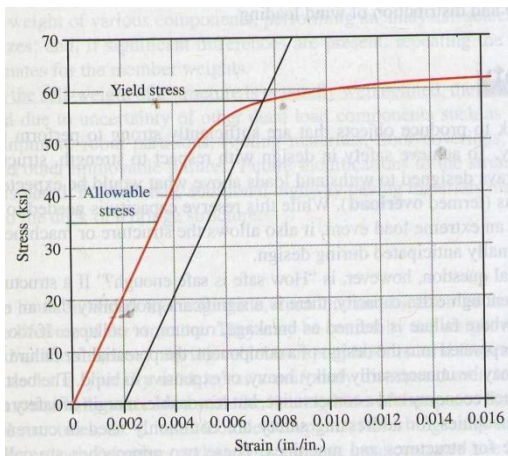
ყველაზე მნიშვნელოვანი შეკითხვა მდგომარეობს შემდეგში „რა სიდიდის საიმედოობა არის საკმარისი საიმედოობა?“. თუ კონსტრუქციას ან მანქანას არ გააჩნია დამატებითი შესაძლებლობები, არსებითია ალბათობა იმისა რომ გადატვირთვას შეუძლია გამოიწვიოს რღვევა. აქ რღვევა განმარტებულია როგორც გატეხა, გაგლეჯა ან ნგრევა. თუ ელემენტის გაანგარიშებისას-კონსტრუირებისას სარეზერვო შესაძლებლობები გათვალისწინებულია ზედმეტად, რღვევის ალბათობა მცირეა მაგრამ შეიძლება მივიღოთ არასაჭიროდ დიდი მოცულობის, მძიმე ან ძვირად ღირებული ობიექტი.



საუკეთესო გაანგარიშება-კონსტრუირება ნიშნავს ბალანსს ეკონომიურობასა და სტაბილურობას შორის, ამასთან რღვევისაგან დამზღვევი საიმედო სიმტკიცის მარაგით.

თანამედროვე საინჟინრო პრაქტიკაში კონსტრუქციებისა და მანქანების საიმედოობის საკითხადმი ძირითადად ორი მიდგომა გამოიყენება. მათ უწოდებენ *დასაშვები ძაბვებით გაანგარიშება-კონსტრუირება* და *დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტებით გაანგარიშება-კონსტრუირება*.

#### 4.4 დასაშვები ძაბვებით გაანგარიშება-კონსტრუირება



ნახ. 4.1. დასაშვები ძაბვა ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკზე

დასაშვები ძაბვებით გაანგარიშება-კონსტრუირების მეთოდი (ASD) ფოკუსირებულია ნორმალურ და ტიპიურ პირობებში მოქმედ დატვირთვებზე. მათ უწოდებენ სასარგებლო დატვირთვებს და ისინი შედგება მუდმივი, დროებითი, ქარის და იმ სხვა დატვირთვებისგან რომელთა არსებობაც მოსალოდნელია კონსტრუქციის ექსპლუატაციის პერიოდში. (ASD) მეთოდის შესაბამისად სასარგებლო დატვირთვებით გამოწვეული ძაბვები არ უნდა აღემატებოდეს მასალის დენადობის ზღვრის

განსაზღვრული მინიმუმის რაღაც ნაწილს. ამ უკანასკნელს უწოდებენ დასაშვებ ძაბვას (ნახ. 4.1). თუ ჩვეულებრივ პირობებში ძაბვები ფიქსირდება

დასაშვებ ან მასზე ნაკლებ მნიშვნელობაზე, სიმტკიცის მარაგი საშუალებას იძლევა გადატვირთვის პირობებში უზრუნველყოფილ იქნეს საიმედოობის ზღვრები.

გაანგარიშებებში გამოყენებული დასაშვები ძაბვა განისაზღვრება მრღვევი ძაბვის საიმედოობის კოეფიციენტზე (FS) გაყოფით:

$$\sigma_{allow} = \frac{\sigma_{failure}}{FS} \quad \tau_{allow} = \frac{\tau_{failure}}{FS} \quad (4.1)$$

რღვევა შეიძლება განიმარტოს რამდენიმე გზით. შეიძლება „რღვევად“ მივიჩნიოთ ელემენტის რეალური რღვევა, რომელ შემთხვევაშიც სიმტკიცის ზღვარი (განსაზღვრული ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკიდან) განიხილება მღვევ ძაბვად (4.1) განტოლებაში. ალტერნატივად ამისა რღვევად შეიძლება მიჩნეულ იქნეს დენადობასთან ასოცირებული ჭარბი დეფორმაცია მასალაში, რაც ელემენტს გამოუსადეგარად აქცევს დანიშნულებისამებრ ექსპლუატაციისათვის. ასეთ შემთხვევაში მრღვევ ძაბვად (4.1) განტოლებაში აიღება დენადობის ზღვარი.

საიმედოობის კოეფიციენტი ადგენს გამოცდილი ინჟინრების ჯგუფი, რომლებიც წერენ ნორმებსა და ტექნიკურ პირობებს. შემდგომში ისინი გამოიყენება სხვა კონსტრუქტორების მიერ. ნორმებითა და ტექნიკური პირობებით ხდება საიმედოობის კოეფიციენტის რაციონალური სიდიდეების დადგენა, არარაციონალური ღირებულებების არ დაშვების უზრუნველყოფით. ელემენტის რღვევის მოსალოდნელი ტიპი (აგრეთვე მსგავსი ელემენტების), რღვევის მოსალოდნელი შედეგები და სხვა საკითხები განიხილება სხვადასხვა სიტუაციებისათვის საიმედოობის კოეფიციენტების განსაზღვრისას. საიმედოობის კოეფიციენტის მნიშვნელობები იცვლება 1,5-დან 3-მდე, ამასთან განსაკუთრებულ შემთხვევებში ვხვდებით უფრო მაღალ სიდიდეებს.

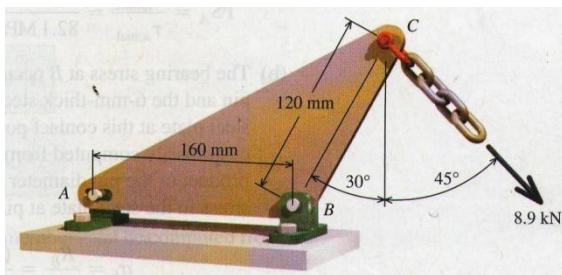
ზოგიერთ შემთხვევაში ინჟინრებს შეიძლება დასჭირდეთ არსებული ან შემოთავაზებული კონსტრუქციის საიმედოობის დონის დადგენა. ამ მიზნისათვის საიმედოობის კოეფიციენტი შეიძლება განისაზღვროს მოსალოდნელი რღვევის ძაბვისა და მოქმედი ძაბვის თანაფარდობით.

$$FS = \frac{\sigma_{failure}}{\sigma_{actual}} \qquad FS = \frac{\tau_{failure}}{\tau_{actual}} \qquad (4.2)$$

საიმედოობის კოეფიციენტის გამოთვლისას საჭირო არ არის შევიზღუდოთ მხოლოდ ძაბვებით. მაგალითად საიმედოობის კოეფიციენტი ასევე შეიძლება განისაზღვროს რღვევის გამომწვევი ძალისა და მოქმედი სასარგებლო ძალის თანაფარდობით.

$$FS = \frac{P_{failure}}{P_{actual}} \qquad FS = \frac{P_{failure}}{P_{actual}} \qquad (4.3)$$

#### მაგალითი 4.1



დატვირთვა სიდიდით 8,9კნ მოდებულია 6მმ სისქის ფოლადის ფილაზე, როგორც ეს ნახაზზე არის ნაჩვენები. A წერტილში ფოლადის ფილა დამაგრებულია 10მმ დიამეტრის მქონე, ერთ სიბრტყეში ძვრადი ფოლადის ღერძით B წერტილში 10მმ დიამეტრის მქონე, ორ სიბრტყეში ძვრადი ფოლადის ღერძით. მისი

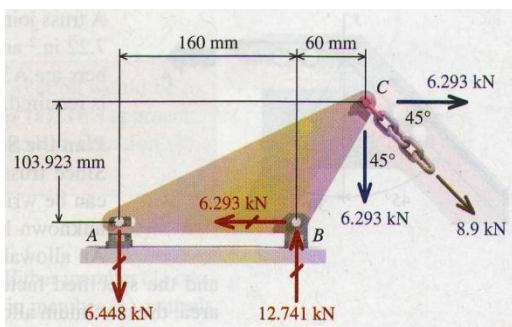
სიმტკიცის ზღვარი ძვრაზე შეადგენს 280მპა-ს და ფოლადის ფილის სიმტკიცის ზღვარი თელვაზე - 530მპა-ს. განსაზღვრეთ:

- საიმედოობის კოეფიციენტი A და B ღერძებისათვის ძვრაზე სიმტკიცის ზღვართან მიმართებაში
- საიმედოობის კოეფიციენტი A და B ღერძებისათვის ძვრაზე სიმტკიცის ზღვართან მიმართებაში

## ამოხსნის გეგმა

რეაქციის ძალები A და B ღერძებზე განისაზღვრება წონასწორობის პირობიდან. კერძოდ, ჯამური ძალა B ღერძზე გამოითვლება მასზე მოსული ჰორიზონტალური და ვერტიკალური რეაქციებიდან. ღერძზე მოქმედი ძალების განსაზღვრის შემდეგ, განსაზღვრული უნდა იქნეს ძვრის ძაბვები ღერძში, იმის გათვალისწინებით ერთ სიბრტყეში არის ძვრადი ღერძი თუ ორში. თელვის ძაბვა ფილაში B-სთან განისაზღვრება ჯამური ძალის, ფილის სისქისა და ღერძის დიამეტრის ნამრავლით. ამ სამი ძაბვის განსაზღვრის შემდეგ საიმედოობის კოეფიციენტები ძვრაზე სიმტკიცის ზღვართან მიმართებაში განისაზღვრება თითოეულის განხილვით.

## ამოხსნა



რეაქციის ძალები A და B ღერძებზე განისაზღვრება წონასწორობის პირობიდან.

**შენიშვნა:** ღერძი A - სთან მოძრაობს ჩანაჭერის მქონე ხვრეტში, ამიტომაც ფოლადის ფილაზე მოდებულია მხოლოდ ვერტიკალური ძალა რეაქციის ძალები შესაბამის მნიშვნელობებთან ერთად ნაჩვენებია მოცემულ სქემაზე

B ღერძიდან ფილაზე გადაცემული ჯამური ძალა ტოლია

$$R_B = \sqrt{(6,293კნ)^2 + (12,74კნ)^2} = 14,210კნ$$

**შენიშვნა:** ღერძში ან ჭანჭიკში ძვრის ძაბვების განსაზღვრისათვის ყოველთვის უნდა გამოიყენებოდეს ჯამური ძალა

10მმ დიამეტრის მქონე ღერძის განივკვეთის ფართობი შეადგენს  $A_{pin} = 78,540მ^2$ . რამდენადაც A წარმოადგენს ერთ სიბრტყეში ძვრად შეერთებას, მისი ძვრის ფართობი  $A_V$  ტოლია ღერძის განივკვეთის ფართობის  $A_{pin}$ . A ღერძში მოქმედი ძვრის ძაბვა განისაზღვრება ღერძზე მოქმედი ძვრის ძალისა (ე.ი. 6,448კნ რეაქციის ძალა) და  $A_V$ -საგან:

$$\tau_A = \frac{V_A}{A_V} = \frac{(6,448კნ)(1000ნ/კნ)}{78,540მ^2} = 82,1მპა$$

B ღერძი წარმოადგენს ორ სიბრტყეში ძვრად შეერთებას, ძვრის ძაბვის  $A_V$  ზემოქმედების ფართობი ტოლია ღერძის განივკვეთის გაორმაგებული ფართობის  $A_{pin}$ . ღერძზე მოქმედი ძვრის ძალა  $V_B$  ტოლია ჯამური ძალისა B-სთან.

$$\tau_B = \frac{V_B}{A_V} = \frac{(14,210კვ)(1000წ/კვ)}{2(78,540მ^2)} = 90,5მპა$$

ღერძის საიმედოობის კოეფიციენტი, ძვრაზე სიმტკიცის ზღვართან (280მპა) მიმართებაში (4.2) განტოლებიდან

$$FS_A = \frac{\tau_{failure}}{\tau_{actual}} = \frac{280მპა}{82,1მპა} = 3,41 \quad FS_B = \frac{\tau_{failure}}{\tau_{actual}} = \frac{280მპა}{90,5მპა} = 3,09$$

თელვის ძაბვა B-სთან წარმოიქმნება 10მმ დიამეტრის ღერძისა და 6მმ სისქის ფილას შორის კონტაქტის ზედაპირზე. ვინაიდან ფოლადის ფილის ამ არეალში მოქმედი ძაბვის განაწილება საკმარისად რთულია, როგორც წესი განისაზღვრება თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა. მისი გამოთვლა ხდება საკონტაქტო ძალითა და ღერძის დიამეტრისა და ფილის სისქის ნამრავლით მიღებული საპროექტო ფართობით. შესაბამისად თელვის ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა ფოლადის ფილაში ღერძ B-სთან იანგარიშება როგორც

$$\sigma_b = \frac{R_B}{d_B t} = \frac{(14,210კვ)(1000წ/კვ)}{(10მმ)(6მმ)} = 236,8მპა$$

ფილის საიმედოობის კოეფიციენტი, თელვაზე სიმტკიცის ზღვართან (530მპა) მიმართებაში იქნება

$$FS_{bearing} = \frac{530მპა}{236,8მპა} = 2,24$$

#### 4.5 დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტებით გაანგარიშება-კონსტრუირება

გაანგარიშება-კონსტრუირების მეორე ფართოდ გავრცელებულ მიდგომას უწოდებენ დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტებით გაანგარიშება-კონსტრუირებას (LRDF). ეს მიდგომა ყველაზე მეტად გამოიყენება რკონაბეტონის, ფოლადისა და ხის კონსტრუქციების გაანგარიშება-კონსტრუირებისას.

LRDF და ASD მიდგომებს შორის განსხვავების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: დავუშვათ ფოლადის ხიდის ფერმის 100კნ-ით დატვირთული გარკვეული ელემენტებისათვის ინჟინერი იყენებს ASD გაანგარიშებას. ამ ტიპის ელემენტისთვის შესაბამისი საიმედოობის კოეფიციენტის, ვთქვათ 1,6-ის გამოყენებით, ინჟინერი აპროექტებს ფერმის ელემენტს ისე რომ მას შეუძლია 160კნ სიდიდის დატვირთვის აღება. რამდენადაც ელემენტის სიმტკიცე აღემატება დატვირთვის სიდიდეს, ფერმის ელემენტი წარმატწობით შეასრულებს თავის ფუნქციას. თუმცა ჩვენ ვიცით რომ დატვირთვა ფერმის ელემენტზე კონსტრუქციის ექსპლუატაციის მთელ პერიოდში

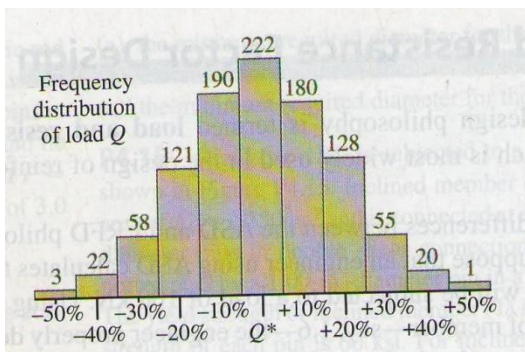


იქნება ცვლადი, იქნება პერიოდები როდესაც ხიდზე ტრანსპორტი არ იმოძრავებს და შესაბამისად ელემენტის დატვირთვა გაცილებით ნაკლები იქნება 100კნ-ზე. იქნება პერიოდები როდესაც ხიდი მთლიანად შევსებული იქნება ტრანსპორტით და ელემენტის დატვირთვა გადააჭარბებს 100კნ-ს. შესაბამისად ინჟინერი ფერმის ელემენტს აპროექტებს ისე რომ მან გაუძლოს 160კნ-ს, მაგრამ აქვე დავუშვათ რომ ფოლადი არ აღმოჩნდა სათანადო სიმტკიცის ან მასში კონსტრუირების პროცესში გაჩნდა ძაბვები. ამიტომ შესაძლებელია ელემენტის მოქმედი სიმტკიცე აღმოჩნდეს ვთქვათ 150კნ და არა მოსალოდნელი 160კნ. თუ ამ ჰიპოთეტური ფერმის ელემენტზე მოქმედი დატვირთვა გადააჭარბებს 150კნ ის დაირღვევა/გატყდება. შეკითხვა მდგომარეობს შემდეგში „რამდენად შესაძლებელია/მოსალოდნელია აღწერილი სუტუაცია?“. ASD მიდგომა ნებისმიერი რაოდენობრივი თვალსაზრისით ვერ პასუხობს ამ შეკითხვას.

LRDF-ის შესაბამისად გაანგარიშება-კონსტრუირება დაფუძნებულია ალბათურ კონცეფციაზე. LRDF-ის მიხედვით სიმტკიცეზე გაანგარიშების პროცედურის შესაბამისად კონსტრუქციაზე მოქმედი დატვირთვები და კონსტრუქციის ელემენტების რეალური სიმტკიცე (LRDF-ში მას უწოდებენ **წინალობას**) ფაქტიურად არის შემთხვევითი სიდიდე, რომელიც არ შეიძლება ცნობილი იყოს უექველად განსაზღვრული სახით. სტატისტიკური მახასიათებლებით დატვირთვისა და წინალობის ცვლილების წარმოდგენით, გაანგარიშების პროცედურა წარიმართება ისე რომ ელემენტები ხასიათდებიან რღვევის მცირე, მაგრამ თვლადი ალბათობით და ეს ალბათობა შესაბამისობაშია ანალოგიური მიზნებისთვის გამოყენებული, სხვადასხვა მასალისაგან (მაგ., ფოლადი, ხე, ბეტონი) დამზადებული კონსტრუქციული ელემენტებისთვის (მაგ. კოჭები, სვეტები, კავშირები და ა.შ.).

### ალბათური კონცეფციები

LRDF-ის კონცეფციის საილუსტრაციოდ (ალბათობის თეორიაში ჩაღრმავების გარეშე) განვიხილოთ ზემოთ მიხსენიებული მაგალითი ფერმის ელემენტის შესახებ. ჩავთვალოთ რომ 1000 ხიდის ფერმა იქნა გამოკვლეული და ყოველ მათგანში ტიპიური

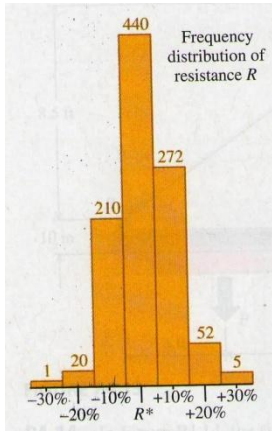


ნახ. 4.2. დატვირთვით გამოწვეული ძაღვების ჰისტოგრამა ძაღვების Q განაწილების სიხშირე

გაჭიმული ელემენტი იქნა გამოყოფილი. ამ გაჭიმული ელემენტისათვის ჩაწერილ იქნა დატვირთვის ორი სიდიდე. პირველი, ფერმის ელემენტისათვის გაანგარიშებაში გამოყენებული სასარგებლო დატვირთვა (ე.ი. გამჭიმავი ძაღვა მოცემულ შემთხვევაში). თვალსაჩინოებისათვის ძაღვა აღვნიშნოთ  $Q^*$ -თი. მეორე, მაქსიმალური მკუმშავი დატვირთვით გამოწვეული ძაღვა რომელმაც იმოქმედა ფერმის ამ ელემენტში მისი ექსპლუატაციის მთელი პერიოდის განმავლობაში. ყველა შემთხვევისათვის მოხდა მაქსიმალური დატვირთვის შესაბამისი ძაღვის შედარება



სასარგებლო დატვირთვის ძალვასთან  $Q^*$  და შედეგები წარმოდგენილ იქნა ჰისტოგრამაზე. მასზე ნაჩვენებია დატვირთვის განსხვავებული დონეების გაჩენის სიხშირეები (ნახ. 4.2.). მაგ., 1000-დან 128 შემთხვევაში მაქსიმალური გამჭიმავი ძალვა ფერმის ელემენტში 20%-ით მეტი იყო გაანგარიშებაში გამოყენებულ გამჭიმავ ძალვაზე.



ნახ. 4.3. წინააღობის ჰისტოგრამა წინააღობის R განაწილების სიხშირე

იგივე გაჭიმული ელემენტებისათვის დავუშვათ რომ ჩაიწერება სიმტკიცის ორი მნიშვნელობა. პირველი, ელემენტის გაანგარიშების შედეგად მიღებული სიმტკიცე. თვალსაჩინოებისათვის ეს სიმტკიცე აღვნიშნოთ როგორც წინააღობა  $R^*$ -ით. მეორე მაქსიმალური სიმტკიცე გაჭიმვაზე რომელიც ფაქტიურად შესაძლებელია ელემენტმა განავითაროს. ეს სიდიდე ელემენტისათვის წარმოადგენს იმ გამჭიმავ დატვირთვას რომლის მოქმედების შედეგად მოხდებოდა მისი რღვევა. მაქსიმალური გამჭიმავი ძაბვა შეიძლება შედარდეს საანგარიშო წინააღობას  $R^*$  და შედეგები ნაჩვენებია იქნეს ჰისტოგრამაზე. მასზე ნაჩვენებია წინააღობების განსხვავებული დონეების გაჩენის სიხშირეები (ნახ. 4.3.). მაგ., 1000-დან 210 შემთხვევაში მაქსიმალური სიმტკიცე გაჭიმვაზე ფერმის ელემენტში 10%-ით ნაკლები გაანგარიშებით მიღებულ ნომინალურ სიმტკიცეზე.

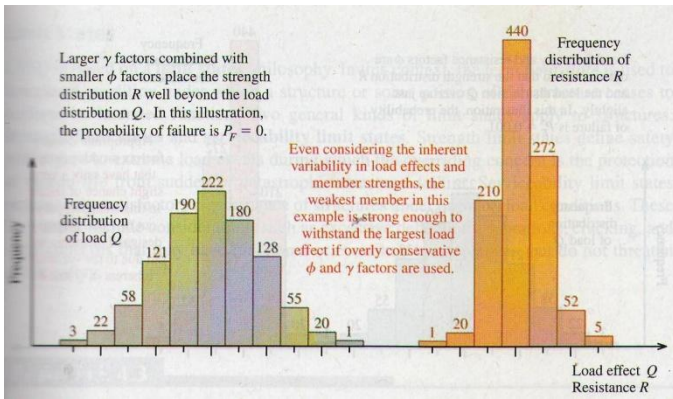
კონსტრუქციული ელემენტი არ დაირვევა მანამ ვიდრე ელემენტის წინააღობა აღემატება დატვირთვით აღძრულ ძალვას. LRDF-ში სიმტკიცეზე გაანგარიშების ძირითადი ფორმას აქვს შემდეგი სახე:

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i Q_{ni} \quad (4.4)$$

სადაც  $\phi$  - კონსტრუქციული ელემენტის ტიპის (ე.ი. კოჭი, სვეტი, შეერთება და ა.შ.) შესაბამისი წინააღობის კოეფიციენტი,  $R_n$ - ელემენტის ნომინალური წინააღობა (ე.ი. სიმტკიცე),  $\gamma_i$  - დატვირთვის ტიპის (ე.ი. მუდმივი დატვირთვა, დროებითი დატვირთვა და ა.შ.) შესაბამისი კოეფიციენტი,  $Q_{ni}$ - ნომინალური სასარგებლო დატვირთვით აღძრული ძალვა (მაგალითად გრძივი/ღერძული ძალა, მძვრელი ძალა და მღუნავი მომენტი). წინააღობის კოეფიციენტები  $\phi$  ძირითადად 1-ზე ნაკლებია და დატვირთვის შესაბამისი კოეფიციენტები  $\gamma_i$  კი 1-ზე მეტი. არა ტექნიკურ ენაზე რომ ვთქვათ, კონსტრუქციული ელემენტის წინააღობა დადაბლებულია (იმის შესაძლებლობის გათვალისწინება რომ ელემენტის ფაქტიური სიმტკიცე შეიძლება მოსალოდნელზე ნაკლები იყოს), მაშინ როდესაც დატვირთვით ელემენტში გამოწვეული ძალები მომეტებული (დატვირთვისათვის დამახასიათებელი ცვალებადობის გამო ექსტრემალური დატვირთვის შესაძლებლობის გათვალისწინებით).

მიუხედავად გაანგარიშებისადმი ზემოთ მოყვანილი მიდგომებისა, სათანადოდ გაანგარიშებულმა კონსტრუქციულმა ელემენტმა უნდა „გაუძლოს“, დატვირთვის

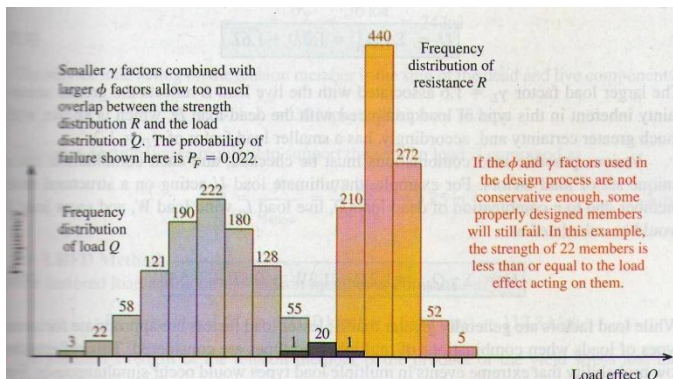
შედეგად მასში აღძრული ძალვას. თუმცა LRDF-ში შესაბამისი საანგარიშო კოეფიციენტების დადგენის პროცესში ელემენტის წინაღობა  $R_n$  და დატვირთვის გამოწვეული ძალვა  $Q_{ni}$  ზუსტად ცნობილი რიცხვითი სიდიდეების ნაცვლად ჩათვლილია შემთხვევით ცვლადებად. LRDF-ის საანგარიშო განტოლებებში გამოსაყენებელი საანგარიშო კოეფიციენტები, როგორც ეს ტიპიზირებულია (4.4) განტოლებით, განისაზღვრება პროცედურით რომელის მიხედვითაც განიხილება ელემენტის წინაღობის  $R$  განაწილებისა (ნახ. 4.3.) და დატვირთვით გამოწვეული ძალვის  $Q$  განაწილების (ნახ. 4.2.) ურთიერთმდებარეობა.  $\phi$  და  $\gamma_i$  კოეფიციენტების შესაბამისი სიდიდეების განსაზღვრის პროცედურა ცნობილია როგორც მახასიათებლების განსაზღვრის წესი დაფუძნებული საიმედოობის ანალიზზე. მასში  $\phi$  და  $\gamma_i$  კოეფიციენტების შერჩევა ხდება ისე რომ მიღწეულ იქნეს კონკრეტული ამოცანის შესაბამისი რღვევის ალბათობა. ელემენტის საანგარიშო სიმტკიცე დამოკიდებულია დატვირთვით აღძრულ ძალვაზე; ამიტომ საანგარიშო კოეფიციენტები „გადაადგილებენ“ წინაღობის განაწილებას დატვირთვის განაწილების მარჯვნივ, ისე, რომ სიმტკიცე მეტი იყოს დატვირთვით აღძრულ ძალვაზე (ნახ. 4.4.).



ნახ. 4.4. დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტები ზედმეტი მარაგით გვაძლევენ კონსტრუქციას რღვევის თითქმის ნულოვანი ალბათობით

ამ კონცეფციის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ 1000 ხიდის მაგალითის მონაცემები. ძალიან მცირე  $\phi$  კოეფიციენტების და ძალიან დიდი  $\gamma_i$  კოეფიციენტების გამოყენება უზრუნველყოფს იმას რომ ფერმის ელემენტები „გაუძლებენ“ ყველა ტიპის დატვირთვით აღძრულ ძალვებს (ნახ. 4.4). თუმცა ასეთ შემთხვევაში გვექნება ზედმეტი

მარაგი და მივიღებთ კონსტრუქციას, რომელიც შეიძლება იყოს საჭიროზე გაცილებით ძვირი.

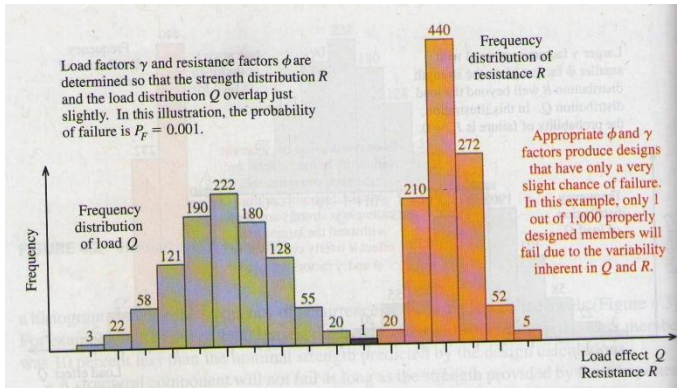


ნახ. 4.5. დატვირთვისა და წინაღობის კოეფიციენტები არასათანადო მარაგით გვაძლევენ კონსტრუქციას რღვევის მიუღებელი დამაკმაყოფილებელი ალბათობით

შედარებით დიდი  $\phi$  კოეფიციენტების და შედარებით მცირე  $\gamma_i$  კოეფიციენტების გამოყენება შექმნის ზონას რომელშიც წინაღობის  $R$  განაწილება და დატვირთვის  $Q_{ni}$  განაწილება ერთმანეთს გადაფარავს (ნახ. 4.5.) ან სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ ელემენტის სიმტკიცე ნაკლები ან ტოლი იქნება დატვირთვით გამოწვეული ძალვის. ნახ. 4.5.-დან შეგვიძლია დავასკვნათ რომ 1000-დან 22

ელემენტი დაირღვევა. (შენიშვნა. ფერმის ელემენტები სათანადოდ არის

განგარიშებული. აქ ნახსენები რღვევის მიზეზი იქნება შემთხვევითი ცვლილებები და არა შეცდომა და არაკომპეტენტურობა). რღვევის ალბათობა  $P_F = 0,022$  წარმოადგენს მისაღებად სარისკოს, განსაკუთრებით მაშინ როდესაც საკითხი ადამიანების უსაფრთხოებას ეხება.



ნახ. 4.6. დატვირთვისა და წინაღობის საჭირო კოეფიციენტები გვაძლევს კონსტრუქციას რღვევის დამაკმაყოფილებელი ალბათობით

$\phi$  და  $\gamma_i$  კოეფიციენტების საჭირო შეთანწყობა წარმოქმნის გადაფარვის პატარა ზონას  $R$ -სა და  $Q$ -ს შორის (ნახ. 4.6.). ამ ნახაზიდან 1000 --დან დაირღვევა 1 ელემენტი ანუ  $P_F = 0,001$ . ეს დონე შეგვიძლია მივიჩნიოთ კომპრომისულად რისკსა და ღირებულებას შორის. (სიდიდე  $P_F = 0,001$  ცნობილია როგორც თეორიული მტყუნების ინტენსივობა. რეალური მტყუნების ინტენსივობა გაცილებით ნაკლებია, როგორც საინჟინრო პრაქტიკამ უჩვენა მრავალწლიანი წარმატებული ექსპლუ-

ატაციით. საიმედოობის ანალიზისას მრავალი ცვლადისთვის ხშირად შეიძლება შეფასდეს მხოლოდ საშუალო მნიშვნელობები და საშუალოკვადრატული გადახრები. ცვლადების განაწილების ფორმა ძირითადად ცნობილი არ არის. ეს და სხვა სახის გადაწყვეტებს მიყვავართ მტყუნების ინტენსივობის უფრო მაღალ მნიშვნელობასთან, ვიდრე რეალურად ადგილი აქვს პრაქტიკაში).

### დატვირთვების შეთანწყობა

კონსტრუქციებზე მოქმედი დატვირთვები თავისი ფიზიკური ბუნებით ცვლადია. მიუხედავად იმისა რომ კონსტრუქტორს შეუძლია გააკეთოს კონსტრუქციაზე გადასაცემი სასარგებლო დატვირთვის მისაღები შეფასება/განსაზღვრა, სავარაუდოდ ფაქტიური დატვირთვა განსხვავდებული იქნება სასარგებლო დატვირთვისგან. უფრო მეტი, განსხვავებულია ყოველი ტიპის დატვირთვისათვის მოსალოდნელი ცვლილების არეალი. მაგა., მოსალოდნელია დროებითი დატვირთვების უფრო ფართო საზღვრებში ცვლილება, ვიდრე მუდმივი დატვირთვების. დატვირთვების ცვალებადობის გასათვალისწინებლად LRDF-ში ყოველი ტიპის დატვირთვა მრავლდება განსაზღვრულ კოეფიციენტზე  $\gamma_i$  და დატვირთვის კომპონენტები იკრიბება ზღვრული დატვირთვის მისაღებად, რომლის მოქმედების შედეგადაც რღვევა (ე.ი. გაგლეჯა ან ნგრევა) განიხილება როგორც გარდაუვალი. კონსტრუქციის ან კონსტრუქციული ელემენტის ზომების განსაზღვრა ხდება ისე რომ ნომინალური სიმტკიცე  $\phi R_n$  ტოლია ან აღემატება ზღვრულ დატვირთვას  $U$ .

მაგალითად ფოლადის კონსტრუქციულ ელემენტზე მოქმედი მუდმივი დატვირთვისა  $D$  და დროებითი  $L$  დატვირთვის კომბინაციით გამოწვეული ზღვრული დატვირთვა  $U$  განისაზღვრება დატვირთვის შემდეგი კოეფიციენტებით:



$$U = \sum \gamma_i Q_{ni} = 1,2D + 1,6L \quad (4.5)$$

დატვირთვის კოეფიციენტის უფრო მაღალი მნიშვნელობა  $\gamma_L = 1,6$  მიკუთვნებულია დროებითი დატვირთვის L და მიუთითებს მისთვის დამახასიათებელ მაღალ განუსაზღვრელობაზე მუდმივ დატვირთვისთან D შედარებით. ეს უკანასკნელი განსაზღვრულია გაცილებით მაღალი სიზუსტით და შესაბამისად აქვს დატვირვის კოეფიციენტის უფრო დაბალი მნიშვნელობა  $\gamma_L = 1,2$ .

უნდა შემოწმდეს დატვირთვათა სხვადასხვა შესაძლო შეთანწყობები. ყველა შეთანწყობას აქვს მხოლოდ მისთვის დამახასიათებელი დატვირთვის კოეფიციენტები. მაგალითად ფოლადის კონსტრუქციულ ელემენტზე მოქმედი ზღვრული დატვირთვა U, რომელიც წარმოადგენს მუდმივი D, დროებითი L, ქარის W და თოვლის S დატვირთვების შეთანწყობას გაანგარიშებულ უნდა იქნეს შემდეგნაირად:

$$U = \sum \gamma_i Q_{ni} = 1,2D + 1,3W + 0,5L + 0,5S \quad (4.6)$$

მაშინ როდესაც დატვირთვის კოეფიციენტები ძირითადად მეტია 1-ზე, მასზე ნაკლები მნიშვნელობის მქონე დატვირთვის კოეფიციენტები გამოიყენება დატვირთვის ცალკეული ტიპებისათვის, მრავალი დატვირთვის შეთანწყობის განხილვისას. ეს მიუთითებს იმაზე რომ ასეთ პირობებში ექსტრემალური სიტუაციის წარმოქმნის ალბათობა დაბალია. მაგალითად ძალიან დაბალია თოვლის, ქარის და დროებითი დატვირთვის მაქსიმალური სიდიდეების ერთდროულად მოქმედების ალბათობა.

### ზღვრული მდგომარეობები

LRDF დაფუძნებულია ზღვრული მდგომარეობების კონცეპციაზე. ამ კონტექსტში ტერმინი ზღვრული მდგომარეობა გამოიყენება იმ მდგომარეობის დასახასიათებლად, რომელშიც კონსტრუქცია ან მისი რაღაც ნაწილი წყვეტს დანიშნულებისამებრ ფუნქციონირებას. კონსტრუქციებთან მიმართებაში განიხილება ზღვრული მდგომარეობის ორი ძირითადი ტიპი: **სიმტკიცის ზღვრული მდგომარეობა** და **საექსპლუატაციოდ ვარგისობის ზღვრული მდგომარეობა**. სიმტკიცის ზღვრული მდგომარეობით განისაზღვრება საიმედოობა ექსტრემალურ დატვირთვებთან მიმართებაში; ზრუნვის მთავარი საგანია ადამიანთა სიცოცხლის დაცვა კონსტრუქციის მყისიერი ან კატასტროფული რღვევისაგან. საექსპლუატაციოდ ვარგისობის ზღვრული მდგომარეობა შეეხება კონსტრუქციის დამაკმაყოფილებელ მუშაობას ორდინარული დატვირთვის პირობებში. ეს ზღვრული მდგომარეობა მოიცავს შესაძლებლობებს როგორც არის ზღვრულზე მეტ ჩალუნვები, ვიბრაციები, დაბზარვა და სხვა; მათ შეიძლება მოჰყვეს ფუნქციონალური ან ეკონომიკური შედეგები, მაგრამ არ ემუქრება ადამიანების უსაფრთხოებას.

## მაგალითი 4.2

მართკუთხა ფოლადის ფილაზე შემოქმედებს 30კვტ მუდმივი ღერძული დატვირთვა და 48კვტ დროებითი დატვირთვა. ფოლადის დენადობის ზღვარი შეადგენს 36კვტ.ძ/დმ<sup>2</sup>

- ASD მეთოდი: განსაზღვრეთ ფილის განივკვეთის საჭირო ფართობი ASD მეთოდის საფუძველზე, თუ საიმედოობის კოეფიციენტი 1,5 მოითხოვება დენადობასთან მიმართებაში
- LRDF მეთოდი: განსაზღვრეთ ფილის განივკვეთის საჭირო ფართობი კვეთი ბრუტოს დენადობის საფუძველზე LRDF მეთოდით. გამოიყენეთ წინააღმდეგობის კოეფიციენტი  $\phi=0,9$  და დატვირთვის კოეფიციენტები 1,2 და 1,6 შესაბამისად მუდმივი და დროებითი დატვირთვებისთვის.

### ამოხსნის გეგმა

მარტივი საანგარიშო ამოცანით ხდება აღნიშნული ორი მეთოდის გამოყენების ილუსტრირება

### ამოხსნა

ASD მეთოდი

განსაზღვრეთ დასაშვები ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობა დენადობის ზღვრისა და საიმედოობის კოეფიციენტის მეშვეობით

$$\sigma_{allow} = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{36\text{კვტ}/\text{დმ}^2}{1,5} = 24\text{კვტ}/\text{დმ}^2$$

გაჭიმულ ელემენტზე მოქმედი სასარგებლო დატვირთვა წარმოადგენს მუდმივი და დროებითი დატვირთვების ჯამს

$$P=D+L=30\text{ კვტ}/\text{დმ}^2 + 48\text{ კვტ}/\text{დმ}^2 = 78\text{ კვტ}/\text{დმ}^2$$

სასარგებლო დატვირთვისთვის საჭირო განივკვეთის ფართობი განისაზღვრება

$$A = \frac{P}{\sigma_{allow}} = \frac{78\text{ კვტ}/\text{დმ}^2}{24\text{ კვტ}/\text{დმ}^2} = 3,25\text{დმ}^2$$

LRDF მეთოდი

გაჭიმულ ელემენტზე მოქმედი დატვირთვა კოეფიციენტების გათვალისწინებით

$$P=1,2D+1,6L=1,2(30\text{ კვტ}/\text{დმ}^2) + 1,6(48\text{ კვტ}/\text{დმ}^2) = 78\text{ კვტ}/\text{დმ}^2$$



გაჭიმული ელემენტის ნომინალური სიმტკიცე არის დენადობის ძაბვისა და განივკვეთის ფართობის ნამრავლი

$$P_n = \sigma_Y A$$

საანგარიშო სიმტკიცე წარმოადგენს ნომინალური სიმტკიცისა და წინაღობის კოეფიციენტის ნამრავლს ამ ტიპის ელემენტისათვის (ე.ი. გაჭიმული ელემენტი). საანგარიშო სიმტკიცე უნდა იყოს ტოლი ან აღემატებოდეს ელემენტზე მოქმედ, კოეფიციენტების გათვალისწინებით განსაზღვრულ დატვირთვას

$$\phi_t P_n \geq P_u$$

ამიტომ განივკვეთის ფართობი რომელმაც უნდა „გაუძლოს“ დატვირთვას:

$$\phi_t P_n = \phi_t \sigma_Y A \geq P_u$$

$$\therefore A = \frac{P_u}{\phi_t \sigma_Y} = \frac{112,8 \text{ კვბ/დმ}^2}{0,9(36 \text{ კვბ/დმ}^2)} = 3,48 \text{ დმ}^2$$

## თავი 5. ღერძული/გრძივი დეფორმაცია

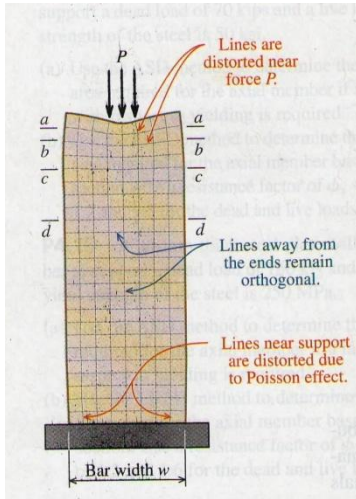
### 5.1 შესავალი

თავი 1-ში ძაბვის ცნება განმარტებული იყო როგორც სხეულში განაწილებული ძალის საშუალო სიდიდე. თავი 2-ში ფარდობითი დეფორმაციის ცნება შემოტანილია სხეულში წარმოქმნილი დეფორმაციის დასახასიათებლად. თავი 3-ში აღწერილია ტიპური საინჟინრო მასალების მუშაობა და ის თუ როგორ ხდება ამ მუშაობის იდეალიზაცია ძაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გამოსახულებებით. განსაკუთრებული ინტერესის საგანს წარმოადგენენ მასალები რომლებიც ხასიათდებიან დრეკად-წრფივი მუშაობით. ამ მასალებისათვის ძაბვასა და ფარდობით დეფორმაციას შორის არსებობს პროპორციული დამოკიდებულება, რომელიც გამოსახულია ჰუკის კანონით. თავი 4-ში მოცემულია ელემენტებისა და კონსტრუქციული სისტემების გაანგარიშებისადმი ორი ძირითადი მიდგომა უსაფრთხოების შესაბამის ზღვრებში მათი ფუნქციონალური დანიშნულების უზრუნველსაყოფად. წიგნის დარჩენილ თავებში ზემოთ ნახსენები ცნებები გამოყენებულ იქნება ღერძული/გრძივი, მგრები და მღუნავი დატვირთვების ზემოქმედების ქვეშ მყოფი სხვადასხვა ტიპის კონსტრუქციული ელემენტების კვლევისათვის.

გარე ძალების ზემოქმედების ქვეშ მყოფი სხეულისათვის რთული დატვირთვა ან სხეულის გეომეტრიის პირობებში, შიგა ძალებისა და დეფორმაციების განსაზღვრა სხეულის ყველა წერტილში წარმოადგენს მეტად რთულ ამოცანას. ამიტომაც ამ ამოცანათა პრაქტიკული ამოხსნისა გამოიყენება მიდგომა, რომელიც ცნობილია როგორც მასალათა მექანიკის კონცეფცია. ამ კონცეფციის მიხედვით რეალური კონსტრუქციული ელემენტები განიხილება როგორც გამარტივებული დატვირთვებისა და კავშირების ზემოქმედების ქვეშ მყოფი იდეალიზირებული მოდელები. მიღებული გადაწყვეტები არის მიახლოებითი რამდენადაც ითვალისწინებენ მხოლოდ იმ ეფექტებს, რომლებიც უშუალო ზეგავლენას ახდენენ ძაბვის, ფარდობითი დეფორმაციისა და დეფორმაციის სიდიდეებზე.

დრეკადობის თეორიაში მიღებული უფრო ძლიერი გამოთვლითი მეთოდებით შესაძლებელია რთულ დატვირთვისა და გეომეტრის მქონე ობიექტების ანალიზი. ამ მეთოდებიდან სასრულ ელემენტთა მეთოდი ყველაზე უფრო ფართოდ გამოიყენება. მიუხედავად იმისა რომ მასალათა მექანიკის აქ მოცემული მიდგომა გარკვეულ წილად ნაკლებად მკაცრია დრეკადობის თეორიის მიდგომასთან შედარებით, პრაქტიკა გვიჩვენებს რომ მასალათა მექანიკის მეთოდებით მიღებული შედეგები სავსებით დამაკმაყოფილებელია სხვადასხვა მნიშვნელოვანი საინჟინრო ამოცანისათვის. ამის ერთ-ერთი საფუძველია სენ-ვენანის პრინციპი.

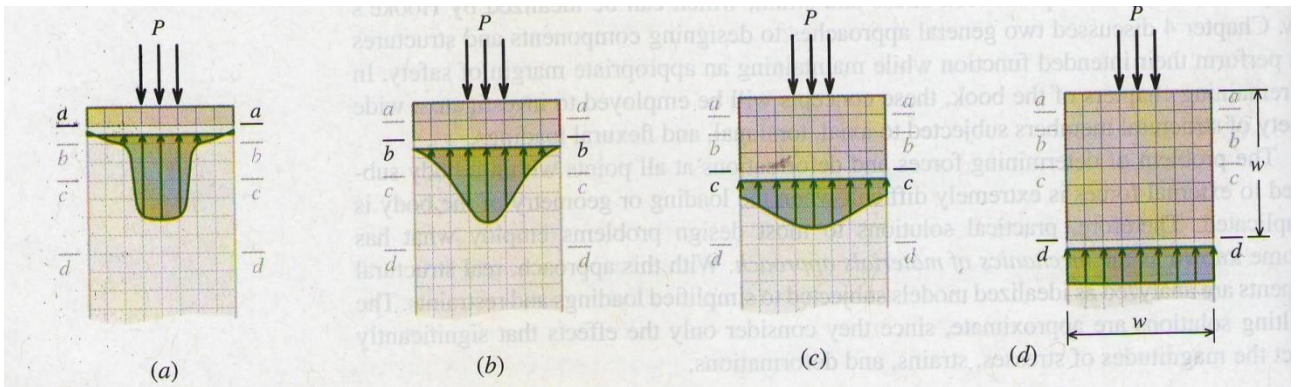
## 5.2 სენ-ვენანის პრინციპი



ნახ. 5.1. მართკუთხა ღერო მკუმშავი ძალის ზემოქმედების ქვეშ

განვიხილოთ მართკუთხა ღერო, რომელზეც ზემოქმედებს ღერძული ძალა  $P$  (ნახ. 5.1.). ღერო ჩამაგრებულია ფუძეში, სათავის მხარეს კი მასზე მოდებულია სამ ტოლ ნაწილად გაყოფილი ჯამური  $P$  ძალა, განაწილებული ღეროს სიგანის ერთი მეოთხედის ტოლ ვიწრო არეალზე (იხილე ნახაზი).  $P$  ძალის სიდიდე ისეთია რომ მასალა მუშაობს დრეკადად, შესაბამისად გამოყენებადია ჰუკის კანონი. ღეროს დეფორმაცია მასზე დატანილი ბადის ხაზებით. კონკრეტულად, ჩანს რომ ბადის ხაზები გამრუდებულია  $P$  ძალის მოდების და ფუძეში ჩამაგრების ადგილების მომიჯნავედ. ამ ორი ადგილიდან მოცილებით ბადის ხაზები

გამრუდებული არ არის. ისინი რჩებიან ურთიერთორთოგონ-ალური და თანაბრად არიან შეკუმშული  $P$  ძალის მიმართულებით.



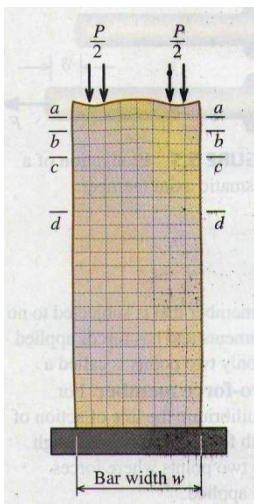
ნახ. 5.2. ნორმალური ძაბვის განაწილება კვეთებზე

ჰუკის კანონის მიხედვით ძაბვა პროპორციულია ფარდობითი დეფორმაციის (და თანმიმდევრულად დეფორმაციის). ამიტომ ძაბვა ღეროში გახდება უფრო და უფრო მეტად თანაბარგანაწილებული  $P$  ძალიდან დაცილების მანძილის ზრდასთან ერთად. ამის საილუსტრაციოდ  $a-a$ ,  $b-b$ ,  $c-c$  და  $d-d$  კვეთებში (იხილე ნახ. 5.1.) ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ნორმალური ძაბვები ნაჩვენებია ნახ. 5.2.-ზე. ნორმალური ძაბვები  $a-a$  კვეთზე (ნახ. 5.2a) უშუალოდ  $P$  - ს ქვემოთ საკმარისად მაღალია მაშინ როდესაც ძაბვების მნიშვნელობა განივკვეთის დარჩენილ ნაწილზე ძალიან დაბალია.  $b-b$  კვეთზე (ნახ. 5.2b) ძაბვის მნიშვნელობები ღეროს შუაში რჩება გამოკვეთილი, მაშინ როდესაც შუა ნაწილიდან დაცილებით ძაბვების მნიშვნელობები მნიშვნელოვნად აღემატება იგივე ძაბვებს  $a-a$  კვეთზე.  $c-c$  კვეთზე ძაბვები უფრო თანაბრად არის განაწილებული (ნახ. 5.2c).  $P$  - ს ქვემოთ მისგან ღეროს სიგანის ტოლი მანძილით დაცილებულ  $d-d$  კვეთზე (ნახ. 5.2d) ძაბვები ფაქტიურად მუდმივია ღეროს მთელ სიგანეზე. ეს შედარება გვიჩვენებს რომ დატვირთვით გამოწვეული ლოკალური

ეფექტები თანდათან ქრება დატვირთვის მოდების ადგილიდან მანძილის ზრდასთან ერთად. საერთოდ ძაბვის განაწილება ხდება თითქმის თანაბარი ღეროს ბოლოდან მისი  $w$  სიგანის ტოლ მანძილზე, სადაც  $w$  არის ღეროვანი ელემენტის მაქსიმალური განივი ზომა (მაგალითად ღეროს სიგანე ან ღეროს დიამეტრი). მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობა ამ მანძილზე მხოლოდ რამდენიმე პროცენტით მეტია საშუალო ძაბვაზე.

პუასონის ეფექტის გამო ნახ. 5.1.-ზე ბადის ხაზები ასევე გამრუდებულია ღეროს ფუძესთან. ღერო ჩვეულებრივ ფართოვდება სიგანეში, რაც წარმოადგენს რეაქციას  $P$  ძალით გამოწვეულ მკუმშავ ფარდობით დეფორმაციაზე. ფუძის ფიქსაცია/ჩამაგრება ეწინააღმდეგება აღნიშნულ გაფართოებას და შესაბამისად წარმოიქმნება დამატებითი ძაბვები. მოცემულის მსგავსი არგუმენტაციის გამოყენებით შეგვიძლია ვაჩვენოთ რომ ძაბვების ეს ზრდა უმნიშვნელოა ფუძიდან ზემოთ  $w$ -ს ტოლ მანძილზე.

ნორმალური ძაბვის გაზრდილი მნიშვნელობები  $P$  -სა და ფუძის არეალში წარმოადგენს ძაბვების კონცენტრაციის მაგალითს. ძაბვების კონცენტრაცია წარმოიქმნება იქ სადაც არის მოდებული დატვირთვა და აგრეთვე ხვრეტების, ღარაკების, ჩაღრმავებების, მომრგვალებების და ფორმის სხვა ისეთი ცვლილებების მიდამოში, რომელშიც ხდება მყარ სხეულში ძაბვის თანაბრი ნაკადის წყვეტა. ძაბვების კონცენტრაცია დაკავშირებული ღერძულ ძალებთან დეტალურად განიხილება პარაგრაფ 5.7-ში და ძაბვების კონცენტრაცია დაკავშირებული დაკავშირებული სხვა ტიპის დატვირთვებთან განიხილება მომდევნო თავებში.



**ნახ. 5.3.**  
მართკუთხა ღერო  
მოდებული  
დატვირთვის  
განსხვავებული,  
მაგრამ  
ექვივალენტური  
განაწილებით

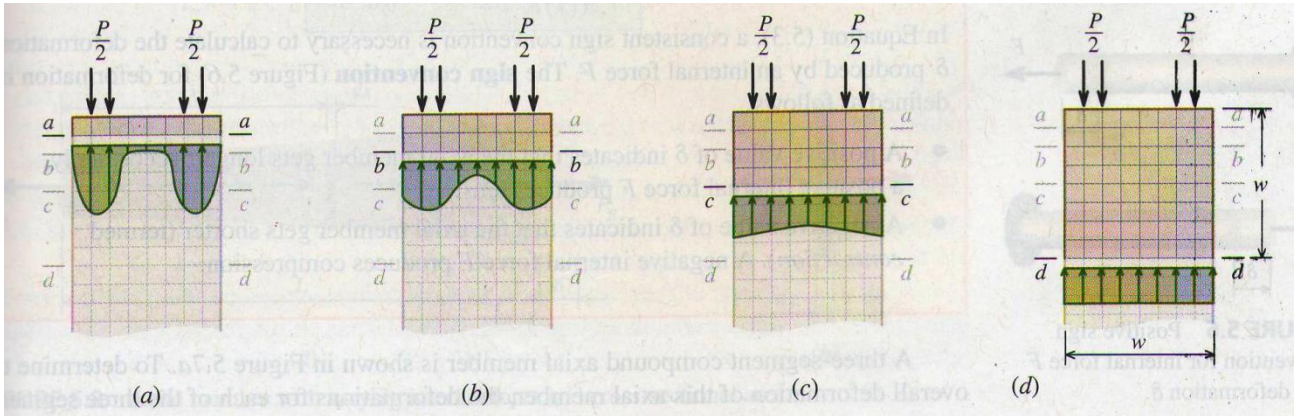
ფარდობითი დეფორმაციები დატვირთვის მოდების წერტილების მიმდებარე არეალზე შესწავლილ იქნა ფრანგი მათემატიკოსი სენ-ვენანის (1797-1886) მიერ. სენ-ვენანის დაკვირვებებმა აჩვენა რომ ლოკალიზებული ეფექტები ქრებოდა რაღაც მანძილზე დატვირთვის მოდების წერტილიდან. უფრო მეტი, დაკვირვებამ უჩვენა ისიც რომ მოვლენა დამოკიდებული არ იყო მოდებული დატვირთვის განაწილებაზე იმ შემთხვევაში თუ ტოლქმედი ძალები იყო „ექვიპოლენტური“ (ე.ი. სტატიკურად ექვივალენტური). ეს იდეა ცნობილია როგორც სენ-ვენანის პრინციპი და ფართოდ გამოიყენება საინჟინრო გაანგარიშებებში.

სენ-ვენანის პრინციპი არის მოქმედი დატვირთვის განაწილების დამოუკიდებლობა ტოლქმედი ძალების ექვიპოლენტურობის შემთხვევაში. ამ დამოუკიდებლობის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ იგივე ღერო, თუმცა ამ შემთხვევაში  $P$  ძალა გაყოფილია ოთხ ტოლ ნაწილად და მოდებულია ღეროს ზედა ბილოზე, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 5.3.-ზე. ისევე როგორც წინა შემთხვევაში, ბადის ხაზები გამრუდებულია მოდებული ძალების სიახლოვეს, მაგრამ ისინი თანაბრდებიან დატვირთვის მოდების წერტილიდან მცირე

მანძილზე. ნორმალური ძაბვები  $a$ - $a$ ,  $b$ - $b$ ,  $c$ - $c$  და  $d$ - $d$  კვეთებზე განაწილებულია ისე,



როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 5.4.-ზე. ნორმალური ძაბვები a-a კვეთზე (ნახ. 5.4a) უშუალოდ მოდებული დატვირთვის ქვემოთ საკმარისად მაღალია მაშინ როდესაც ძაბვების მნიშვნელობა განიკვეთის შუაში ძალიან დაბალია. დატვირთვიდან მანძილის ზრდასთან ერთად პიკური ძაბვები მცირდება (ნახ. 5.4b, ნახ. 5.4c) ვიდრე გახდებიან ძირითადად თანაბარი d-d კვეთზე (ნახ. 5.4d), რომელიც მდებარეობს P -ს ქვემოთ w-ს ტოლ მანძილზე.



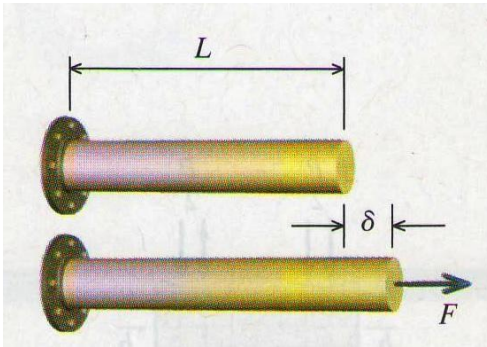
ნახ. 5.4. ნორმალური ძაბვის განაწილება კვეთებზე

რეზიუმეს სახით, პიკური ძაბვები (ნახ. 5.2a, ნახ. 5.4a) შეიძლება შეადგენდეს რამდენიმეჯერ საშუალო ძაბვას (ნახ. 5.2d, ნახ. 5.4d) თუმცა მაქსიმალური ძაბვა მცირდება სწრაფად, ძალის მოდების წერტილიდან მანძილის ზრდასთან ერთად. ეს დაკვირვება სამართლიანია ძაბვათა კონცენტრაციის უმეტესი შემთხვევებისათვის (მაგალითად ხვრეტების, ღარაკების და მომრგვალებებისათვის). ამრიგად, რთული ლოკალიზებული ძაბვის განაწილება, რომელიც ჩნდება დატვირთვების მოქმედების სიახლოვეს ან ძაბვების სხვა კონცენტრაციისას, ვერ მოახდენს არსებით გავლენას სხეულის იმ კვეთებში არსებულ ძაბვებზე, რომლებიც მისგან საკმარისი მანძილით არის დაცილებული. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ ლოკალიზებულ ძაბვებსა და დეფორმაციებს აქვთ მცირე გავლენა მთლიანი სხეულის მუშაობაზე.

მასალათა მექანიკის შესწავლისას გადმოცემული იქნება ძაბვებისა და დეფორმაციების განმსაზღვრელი გამოსახულებები, სხვადასხვა კონსტრუქციული ელემენტებისათვის, სხვადასხვა ტიპის ზემოქმედების პირობებში. სენ-ვენანის პრინციპის შესაბამისად ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ რომ ეს გამოსახულებები მოქმედია მთლიანი ელემენტისათვის, გარდა დატვირთვის მოდების წერტილების, საყრდენების/ჩამაგრებების ან ელემენტის განიკვეთის მყისიერი ცვლილების უშუალოდ მიმდებარე ზონისა.



### 5.3 ღერძულად/გრძივად დატვირთული ღეროების დეფორმაციები



ნახ. 5.5. პრიზმატული ღერძული ელემენტის დაგრძელება

მთლიანი განივკვეთის მქონე ღეროს, ბოლოებში მოდებული ძალებით (ორ-ძალოვანი ელემენტი) ღერძულად/გრძივად დატვირთვისას, ჩათვლილია რომ გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია ღეროს სიგრძის გასწვრივ არის მუდმივი სიდიდე. განმარტების შესაბამისად ღეროს დეფორმაცია  $\delta$  (ნახ. 5.5.) ტოლქმედი  $F$  ძალისაგან შეიძლება გამოისახოს როგორც  $\delta = \epsilon L$ . ძაბვა ღეროში მოცემულია გამოსახულებით  $\sigma = F/A$ , სადაც  $A$  განივკვეთის ფართობია. თუ  $\sigma$  ძაბვის მნიშვნელობა არ აღემატება მასალის პროპორციულობის ზღვარს,

ძაბვასა და ფარდობით დეფორმაციასთან მიმართებაში შეიძლება ჰუკის კანონის  $\sigma = E\epsilon$  გამოყენება. ამრიგად გრძივი დეფორმაციის  $\delta$  გამოსახვა ძაბვის ან დატვირთვის საშუალებით შესაძლებელია შემდეგი სახით:

$$\delta = \epsilon L = \frac{\sigma L}{E} \quad (5.1)$$

ან

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad (5.2)$$

პირველი ფორმა [გამოსახულება (5.1)] ხშირად უფრო მოსახერხებელია გამოსაყენებლად დრეკად ამოცანებში, რომლებშიც შეზღუდული ძაბვები და შეზღუდული დეფორმაციები განსაზღვრულია. გამოსახულებიდან (5.1) შეიძლება მიღებულ იქნეს განსაზღვრული დეფორმაციის შესაბამისი ძაბვა და ის შედარდეს ცნობილ დასაშვებ ძაბვას; შემდგომ ამისა ორი სიდიდიდან უმცირესი გამოიყენება უცნობი დატვირთვის ან განივკვეთის ფართობის განსაზღვრისათვის. საერთოდ, (5.1) გამოსახულებას უპირატესობა ენიჭება როდესაც ამოცანა მოითხოვს ძაბვების განსაზღვრას ან შედარებას.

გამოსახულებები (5.1) და (5.2) შეიძლება გამოყენებულ იქნეს მხოლოდ მაშინ თუ ღერძული ელემენტი:

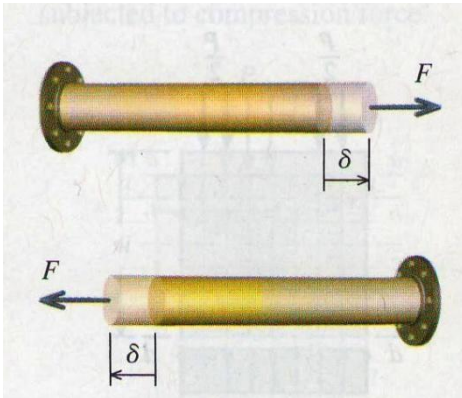
- ერთგვაროვანია (ე.ი. მუდმივი  $E$ );
- პრიზმატულია (აქვს სწორი გრძივი ღერძი, მუდმივი განივკვეთის ფართობი  $A$ );
- მასზე მოქმედებს მუდმივი შიგა ძალა (დატვირთულია მხოლოდ ბოლოებიდან).

თუ გრძივი დატვირთვა ზემოქმედებს ელემენტის შუალედურ წერტილებზე (ე.ი. არა ბოლო წერტილებზე) ან ის შედგება განსხვავებული ფართობის განივკვეთებისაგან ან მასალებისაგან, ღერძული ელემენტი უნდა დაიყოს მონაკვეთებად, რომლებიც

დააკმაყოფილებენ ზემოთ მოცემულ სამ პირობას. ორი ან მეტი მონაკვეთისაგან შედგენილი ღერძული ელემენტებისათვის მთლიანი დეფორმაცია განისაზღვრება მონაკვეთების დეფორმაციების ალგებრული ჯამით:

$$\delta = \sum_i \frac{F_i L_i}{A_i E_i} \quad (5.3)$$

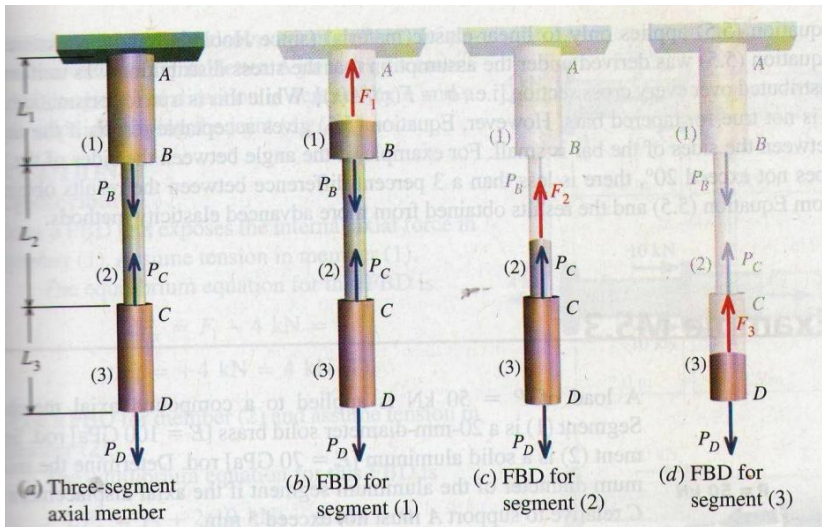
აქ  $F_i$ ,  $L_i$ ,  $A_i$  და  $E_i$  წარმოადგენენ შიგა ძალას, სიგრძეს, განივკვეთის ფართობს და დრეკადობის მოდულს შესაბამისად შედგენილი ღერძული ელემენტის ყოველი  $i$  მონაკვეთისათვის.



ნახ. 5.6. დადებითი ნიშნის წესი გარე ძალის  $F$  და დეფორმაციისათვის  $\delta$

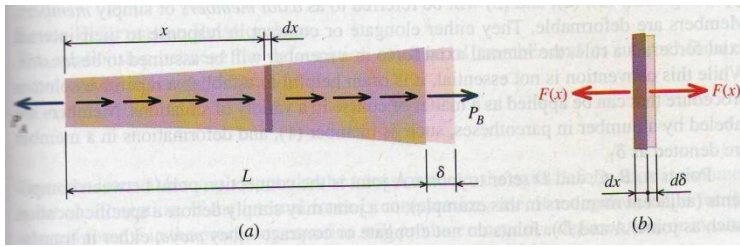
$F$  გარე ძალით გამოწვეული  $\delta$  დეფორმაციის განსაზღვრისათვის (5.3) გამოსახულებით, აუცილებელია გაანგარიშების ჩატარება ნიშნის შეთანხმებული წესით. ნიშნის წესი (ნახ. 5.6.) დეფორმაციისათვის განისაზღვრება შემდეგნაირად:

- $\delta$ -ს დადებითი სიდიდე აღნიშნავს ელემენტის დაგრძელებას, შესაბამისად დადებითი შიგა ძალა იწვევს გაჭიმვას;
- $\delta$ -ს უარყოფითი სიდიდე აღნიშნავს ელემენტის დამოკლებას, შესაბამისად უარყოფითი შიგა ძალა იწვევს კუმშვას.



ნახ. 5.7. შედგენილი ღერძული ელემენტი და მასთან დაკავშირებული თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა

ნახ. 5.7a ნაჩვენებია სამ მონაკვეთიანი შედგენილი ღერძული ელემენტი. მთლიანი დეფორმაციის განსაზღვრისათვის თავდაპირველად გაანგარიშებულ უნდა იქნეს სამიდან თითოეულის დეფორმაცია. შემდეგ ეტაპზე დეფორმაციის სამი სიდიდის შეკრებით ვიღებთ მთლიან დეფორმაციას.  $F$  შიგა ძალა ყოველი მონაკვეთისთვის განისაზღვრება თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემით, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზებზე 5.7b-d.



ნახ. 5.8. ღერძული ელემენტი ცვლადი შიგა ძალითა და განივკვეთის ფართობით

განსაზღვრული იყო როგორც  $\epsilon = d\delta/dL$ . შესაბამისად დეფორმაციის ნაზრდი დაკავშირებული სიგრძის დიფერენციალურ ელემენტთან  $dL = dx$  შესაძლოა გამოისახოს როგორც  $d\delta = \epsilon dx$ . თუ გამოვიყენებთ ჰუკის კანონს, ფარდობითი დეფორმაცია ისევ შეიძლება ჩაიწეროს როგორც  $\epsilon = \sigma/E$ , სადაც  $\sigma = F(x)/A(x)$  და როგორც შიგა ძალა  $F$ , ასევე განივკვეთის ფართობი  $A$  შეიძლება იყოს ღეროს გასწვრივ  $x$ -ის მდებარეობის ფუნქცია (ნახ. 5.8b). შესაბამისად:

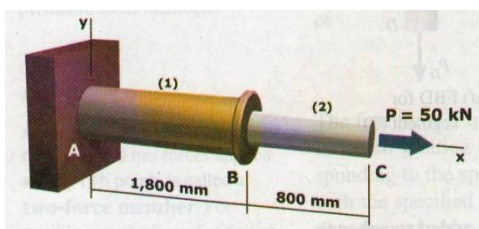
$$d\delta = \frac{F(x)}{A(x)E} dx \quad (5.4)$$

განტოლება (5.4)-ის ინტეგრირებით ღეროს მთლიანი დეფორმაციისათვის ვიღებთ:

$$\delta = \int_0^L d\delta = \int_0^L \frac{F(x)}{A(x)E} dx \quad (5.5)$$

განტოლება (5.5) გამოიყენება მხოლოდ წრფივი-დრეკადი მასალებისათვის (სანამ ჰუკის კანონი მისაღებია). განტოლება (5.5) მიღებულ იქნა მთლიან განივკვეთზე ძაბვის თანაბრგანაწილებულად ჩათვლის საფუძველზე (ე.ი.  $\{\sigma = F(x)/A(x)\}$ ). ასეთი პირობა მისაღებია პრიზმატული ღეროებისათვის, მაგრამ მიუღებელია ცვლადი განივკვეთიანი ღეროებისათვის. განტოლება (5.5) იძლევა მისაღებ შედეგებს თუ კუთხე ღეროს კიდევებს შორის მცირეა. მაგალითად თუ კუთხე ღეროს კიდევებს შორის არ აღემატება 20°, განსხვავება განტოლება (5.5)-ით მიღებულ შედეგებსა და დრეკადობის თეორიის მეთოდებით მიღებულ შედეგებს შორის შეადგენს 3 პროცენტს.

### მაგალითი 5.1



ნაჩვენები შედგენილი ღერძული ელემენტი შედგება 20მმ დიამეტრიანი მთლიანი ალუმინის ( $E=100$ გპა) მონაკვეთისაგან (1), 24მმ დიამეტრიანი მთლიანი ალუმინის მონაკვეთისაგან (2) და 16მმ დიამეტრიანი მთლიანი ფოლადის ( $E=70$ გპა) მონაკვეთისაგან (3). განსაზღვრეთ B, C და D წერტილების გადაადგილება

A კიდის მიმართ.

### **ამოხსნის გეგმა**

ყოველ მონაკვეთში შიგა ძალების გამოსახვისათვის ვხაზავთ თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემას. შიგა ძალისა და განივკვეთის ფართობის გამოყენებით შესაძლებელია ნირმალური ძაბვების გაანგარიშება. ყოველი მონაკვეთის დეფორმაცია შეიძლება განისაზღვროს განტოლებებით (5.2) და (5.3). მიღებული შედეგები გამოყენებულ იქნება A კიდის მიმართ B, C და D წერტილების გადაადგილებების განსაზღვრისათვის.

### **ტერმინოლოგია**

ამოცანის ამოხსნის დაწყებამდე მიმოვიხილოთ ამ ტიპის ამოცანებში გამოყენებული ტერმინები. მონაკვეთებს (1), (2) და (3) ვუწოდოთ *ღერძული ელემენტები* ან უბრალოდ *ელემენტები*. ელემენტები დეფორმირებადია. ყოველი მათგანი დაგრძელდება ან დამოკლდება მოქმედი შიგა ძალების შესაბამისად. როგორც წესი, ელემენტის გრძივ შიგა ძალად ჩათვლილია გაჭიმვა. რამდენადაც ეს დაშვება არ არის არსებითი, ხშირად სასარგებლოა დადგინდეს განმეორებადი ამოხსნის პროცედურა, რომელიც გამოიყენება მდებარეობების ცვლილებასთან ერთად. ელემენტები დანომრილია მრგვალ ფრჩხილებში ჩასმული ციფრებით, მაგალითად როგორც ელემენტი (1). ელემენტის დეფორმაცია აღნიშნულია  $\delta$ -თი.

A, B, C და D წერტილები აღნიშნავს *კავშირებს*. ისინი ელემენტებს (მომიჯნავე ელემენტები ამ მაგალითში) შორის შეერთების წერტილებია ან კავშირი შეიძლება აღნიშნავდეს სპეციფიურ მდებარეობას (მაგალითად წერტილები A და D). კავშირები არ გრძელდება და არ მოკლდება - ისინი მოძრაობენ როგორც გადატანით, ასევე ბრუნვით. ამიტომ შეიძლება ითქვას კავშირები განიცდიან გადაადგილებას (სხვა კონტექსტში კავშირი შეიძლება ასევე მობრუნდეს ან გაიღუნოს). კავშირები აღინიშნება დიდი ასოებით. კავშირის გრძივი მიმართულებით გადაადგილება აღინიშნება  $u$ -თი, ინდექსი კი აღნიშნავს კავშირს (მაგალითად  $u_A$ )

### **ამოხსნა**

#### **წონასწორობა**

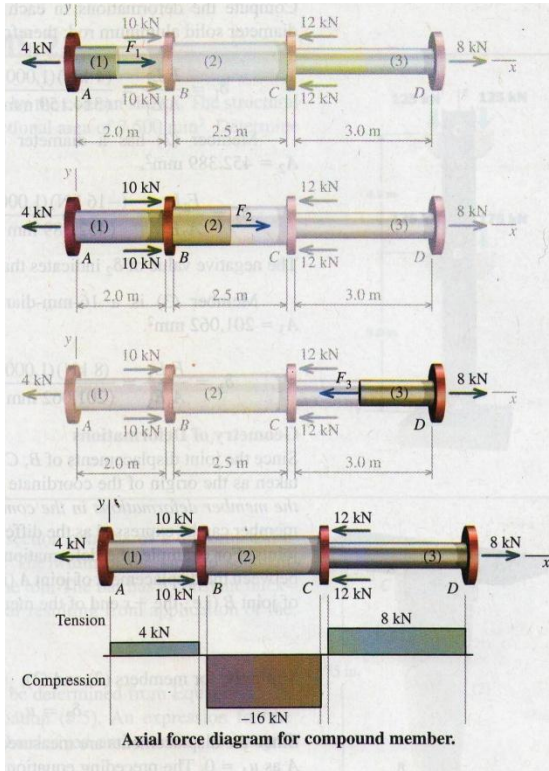
დახაზეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა რომელიც გამოსახავს შიგა ძალებს ელემენტ (1)-ში. ჩათვალეთ რომ ელემენტი (1) იჭიმება.

წონასწორობის განტოლება თავისუფალი სხეულის ამ ძალოვანი სქემისათვის:

$$\sum F_x = F_1 - 4\epsilon = 0$$

$$\therefore F_1 = +4\epsilon = 4\epsilon \text{ (გაჭიმვა)}$$





დახაზეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ელემენტი (2)-სათვის და ჩათვალეთ რომ ელემენტი (2) იჭიმება:

$$\sum F_x = F_2 + 2(10\text{კნ}) - 4\text{კნ} = 0$$

$$\therefore F_2 = -16\text{კნ} = 16\text{კნ (კუმშვა)}$$

ანალოგიურად დახაზეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ელემენტი (3)-სათვის და ჩათვალეთ რომ ელემენტი (3) იჭიმება. მიუხედავად იმისა რომ შესაძლებელია ორი განსხვავებული თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, ნაჩვენებია უფრო მარტივი სქემა.

წონასწორობის განტოლება თავისუფალი სხეულის ამ ძალოვანი სქემისთვის

$$\sum F_x = F_3 + 8\text{კნ} = 0$$

$$\therefore F_3 = +8\text{კნ} = 8\text{კნ (გაჭიმვა)}$$

გაგრძელებამდე გამოხაზეთ შემადგენელ ელემენტებში მოქმედი  $F_1$ ,  $F_2$  და  $F_3$  შიგა ძალების დიაგრამა. ეს შიგა ძალებია და არა A, B, C და D წერტილები მოდებული გარე ძალები, რომლებიც იწვევენ ღერძული ელემენტების დეფორმაციას.

**სასარგებლო რჩევა ამოცანის ამოხსნისათვის:** როდესაც თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე ახდენთ ღერძული ელემენტის ჭრას, ჩათვალეთ რომ შიგა ძალა არის გაჭიმვა და ძალის ისარი მიმართეთ ჭრის ზედაპირიდან. თუ გაანგარიშებით მიღებული შიგა ძალა აღმოჩნდება დადებითი, დადასტურდება დაშვება. თუ გაანგარიშებით მიღებული სიდიდე აღმოჩნდება უარყოფითი, მაშინ შიგა ძალა ფაქტიურად მკუმშავია.

### ძალისა და დეფორმაციის დამოკიდებულება

ღერძული ელემენტის დეფორმაციასა და მასში მოქმედ შიგა ძალას შორის გამოისახება განტოლებით (5.2)

$$\delta = \frac{FL}{AE}$$



რამდენადაც შიგა ძალა ჩათვლილია გამჭიმავ ძალად, უნდა ჩაითვალოს რომ ღერძული დეფორმაცია წარმოადგენს დაგრძელებას. თუ შიგა ძალა მკუმშავი ძალაა, წინა განტოლებაში  $F$  შიგა ძალისთვის უარყოფითი სიდიდის გამოყენება მოგვცემს უარყოფით დეფორმაციას, სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ კუმშვას.

იანგარიშეთ დეფორმაცია სამი ელემენტიდან თითოეულში. ელემენტი (1) 20მმ დიამეტრიანი მთლიანი ალუმინის ღეროა, ამიტომ მისი განივკვეთის ფართობი იქნება:  $A_1 = 314,159\text{მმ}^2$

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 E_1} = \frac{(4\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(2,0\text{მ})(1000\text{მმ/მ})}{(314,159\text{მმ}^2)(70\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = 0,364\text{მმ}$$

ელემენტი (2)-ის დიამეტრი შეადგენს 24მმ-ს, ამიტომ მისი განივკვეთის ფართობი იქნება:  $A_2 = 452,389\text{მმ}^2$

$$\delta_2 = \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} = \frac{(-16\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(2,5\text{მ})(1000\text{მმ/მ})}{(452,389\text{მმ}^2)(70\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = -1,263\text{მმ}$$

$\delta_2$ -ის უარყოფითი მნიშვნელობა მიუთითებს რომ ელემენტი (2) იკუმშება ელემენტი (3) 16მმ დიამეტრიანი მთლიანი ფოლადის ღეროა. მისი განივკვეთის ფართობი შეადგენს:  $A_3 = 201,062\text{მმ}^2$

$$\delta_3 = \frac{F_3 L_3}{A_3 E_3} = \frac{(8\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(3\text{მ})(1000\text{მმ/მ})}{(201,062\text{მმ}^2)(70\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = 0,597\text{მმ}$$

## დეფორმაციების გეომეტრია

რამდენადაც B, C და D კავშირების გადაადგილება გვინდა მივიღოთ A კავშირის მიმართ, ის (კავშირი A) აღებულ იქნება როგორც კოორდინატა სისტემის საწყისი წერტილი. რა კავშირი არსებობს ელემენტების კავშირების გადაადგილებასა და დეფორმაციას შორის? ელემენტის დეფორმაცია შეიძლება გამოსახულ იქნეს როგორც ელემენტის ბოლოებზე კავშირების გადაადგილებებს შორის სხვაობა. მაგალითად ელემენტი (1)-ის დეფორმაცია შეიძლება გამოისახოს როგორც კავშირ A-ს გადაადგილებასა (ე.ი. ელემენტის -x ბოლო) და კავშირ B-ს გადაადგილებას (ე.ი. ელემენტის +x ბოლო) შორის

$$\delta_1 = u_B - u_A$$

მსგავსად ელემენტებისათვის (2) და (3)

$$\delta_2 = u_C - u_B \quad \delta_3 = u_D - u_C$$

იმის გათვალისწინებით რომ გადაადგილებები აითვლება A კავშირის მიმართ, განვსაზღვრავთ A კავშირის გადაადგილებას როგორც  $u_A = 0$ . წინა განტოლებები შეიძლება ამოიხსნას კავშირების გადაადგილებებისათვის, ელემენტების დაგრძელების გამოსახულებებით

$$u_B = \delta_1 \quad u_C = u_B + \delta_2 = \delta_1 + \delta_2 \quad u_D = u_C + \delta_3 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

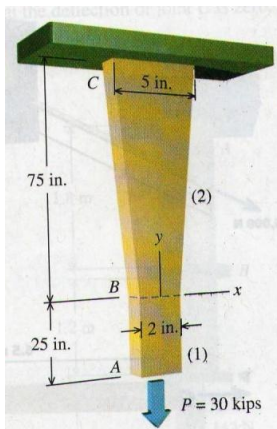
ამ გამოსახულებათა გამოყენებით ჩვენ შეგვიძლია ვიანგარიშოთ კავშირების გადაადგილებები:

$$\begin{aligned} u_B &= \delta_1 = 0,364\text{მმ} \\ u_C &= \delta_1 + \delta_2 = 0,364\text{მმ} + (-1,263\text{მმ}) = -0,899\text{მმ} = 0,899\text{მმ} \\ u_D &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0,364\text{მმ} + (-1,263\text{მმ}) + 0,597\text{მმ} = -0,302\text{მმ} = 0,302\text{მმ} \end{aligned}$$

დადებითი  $u$  სიდიდე აღნიშნავს გადაადგილებას  $+x$  მიმართულებით უარყოფითი  $u$  სიდიდე აღნიშნავს გადაადგილებას  $-x$  მიმართულებით. D კავშირი გადაადგილდება მარცხნივ მიუხედავად იმისა რომ ელემენტ (3)-ში მოქმედეს გაჭიმვა

ამ მაგალითში მოცემული ტერმინოლოგია და ნიშნის წესი შეიძლება არ აღმოჩნდეს აუცილებელი, მაგალითად მარტივი ამოცანისათვის. თუმცა აქ წარმოდგენილი საანგარიშო პროცედურის გამოყენებადობა დადასტურებულია უფრო რთული ამოცანებისათვის, განსაკუთრებით იმ ამოცანებისათვის რომლებიც მხოლოდ სტატიკით ვერ ამოიხსნება.

## მაგალითი 5.2



მართკუთხა განივკვეთის მქონე ფოლადის ( $E=30000\text{კგტ/დმ}^2$ ) ღერო შედგება თანაბარი სიგანის მონაკვეთისაგან (1) და სოლისერბი მონაკვეთისგან (2) როგორც ეს ნახაზზე არის ნაჩვენები. სოლისერბი მონაკვეთის სიგანე იცვლება წრფივად 2 დიუიმიდან ქვედა ბოლოში 5 დიუიმამდე ზედა ბოლოში. ღეროს აქვს მუდმივი სისქე, რაც შეადგენს 0,5 დიუიმს. განსაზღვრეთ ღეროს დაგრძელება 30 კილოფუნტი დატვირთვის შემთხვევაში. არ გაითვალისწინოთ ღეროს საკუთარი წონა.

### ამოხსნის გეგმა

თანაბარი სიგანის მქონე მონაკვეთის (1) დაგრძელება განისაზღვრება განტოლებით (5.2). სოლისერბი მონაკვეთისთვის (2) საჭიროა განტოლება (5.5). მიღებულ უნდა იქნეს მონაკვეთი (2)-ის განივკვეთის ფართობის ცვლილების გამოსახულება და მოხდეს მისი ინტეგრება 75 დიუიმი სიგრძის მონაკვეთისათვის.

## ამოხსნა

თანაბარი სიგანის მქონე მონაკვეთისათვის (1) დეფორმაცია განტოლება (5.2)-დან

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 E_1} = \frac{(30 \text{ კგ})(25 \text{ დმ})}{(2 \text{ დმ})(0,5 \text{ დმ})(30000 \text{ კგ/დმ}^2)} = 0,0250 \text{ დმ}$$

სოლისებრი მონაკვეთისათვის (2)  $w$  სიგანე იცვლება წრფივად  $y$  კოორდინატის მდებარეობასთან ერთად. განიკვეთის ფართობისათვის გვექნება:

$$A_2(y) = wt = \left[ 2 \text{ დმ} + \frac{3 \text{ დმ}}{75 \text{ დმ}} (y \text{ დმ}) \right] (0,5 \text{ დმ}) = 1 + 0,02y \text{ დმ}^2$$

რამდენადაც ღეროს წონა უგულებელყოფილია ძალა სოლისებურ მონაკვეთში მუდმივია და ტოლია 30 კილოფუნტის. გამოსახულება (5.5)-ის ინტეგრირებით მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \int_{75}^0 \frac{F_2}{A_2(y) E_2} dy = \frac{F_2}{E_2} \int_{75}^0 \frac{1}{A_2(y)} dy = \frac{30 \text{ კგ}}{30000 \text{ კგტ/დმ}^2} \int_{75}^0 \frac{1}{(1 + 0,02y)} dy = \\ &= (0,001 \text{ დმ}^2) \left( \frac{1}{0,02 \text{ დმ}} \right) [\ln(1 + 0,02y)]_0^{75} = 0,0458 \text{ დმ} \end{aligned}$$

ღეროს მთლიანი დაგრძელება განისაზღვრება მონაკვეთების დაგრძელებების ჯამით:

$$u_A = \delta_1 + \delta_2 = 0,0250 \text{ დმ} + 0,0458 \text{ დმ} = 0,0708 \text{ დმ}$$

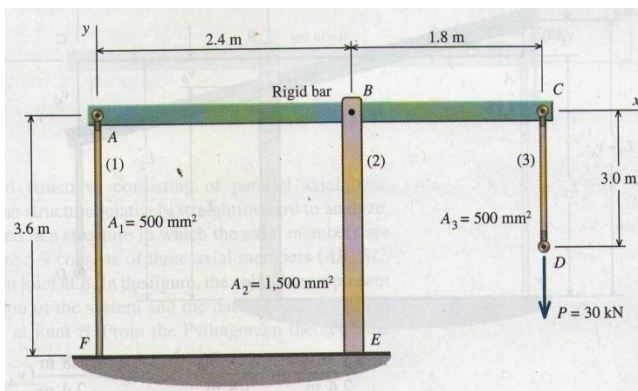
**შენიშვნა:** თუ ღეროს საკუთარი წონა უგულებელყოფილი არ იქნებოდა, შიგა ძალა  $F$  როგორც თანაბარი სიგანის მქონე სეგმენტისათვის (1), ასევე სოლისებრი სეგმენტისათვის (2) არ იქნებოდა მუდმივი და ვერ მოხერხდებოდა განტოლება (5.5)-ის გამოყენება. ანალიზში ღეროს საკუთარი წონის ჩართვისათვის, ფუნქცია მიღებული უნდა იქნეს ყოველი მონაკვეთისათვის და გამოსახავდეს  $F$  შიგა ძალებს, როგორც  $y$ -ის ფუნქციას.  $F$  შიგა ძალა ნებისმიერ  $y$  წერტილში წარმოადგენს მუდმივი  $P$  დატვირთვის და ელემენტის  $y$ -ს ქვემოთ მდებარე ნაწილის საკუთარი წონის ტოლი ცვლადი ძალის ჯამს. საკუთარი წონით გამოწვეული ძალა იქნება ფუნქცია რომელიც გამოსახულია  $y$ -ის ნებისმიერი მდებარეობის ქვემო ნაწილის სიდიდე გამრავლებული მისივე მასალის წონაზე. შესაბამისად  $F$  შიგა ძალის ცვლილება  $y$ -თან ერთად უნდა შედიოდეს განტოლება (5.5) ინტეგრალში.

## 5.4 დეფორაციები გრძივად დატვირთულ ღეროვან სისტემებში

მრავალი კონსტრუქცია შედგება ერთზე მეტი გრძივად დატვირთული ელემენტისაგან. ამ კონსტრუქციებისთვის გრძივი დეფორმაციები და ძაბვები უნდა განისაზღვროს როგორც სახსრულად შეერთებული დეფორმირებადი ღეროებისთვის. ამოცანას უნდა მივუდგეთ დეფორმირებადი სისტემის გეომეტრიის შესწავლით, საიდანაც სისტემის გრძივი ღეროების დეფორმაციები მიიღება.

ამ პარაგრაფში განვიხილავთ სტატიკურად რკვევად კონსტრუქციებს, შედგენილს ერთგვაროვანი, პრიზმატული ღერძული ელემენტებით. ამ ტიპის კონსტრუქციების ანალიზი იწყება თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის გამოყენებით კონსტრუქციის ძირითად ელემენტებზე მოქმედი ყველა ძალის ჩვენებით. შემდეგ ხდება კვლევა იმისა თუ როგორ გადაადგილდება ერთიანი სისტემა, მის ღეროვან ელემენტებში წარმოქმნილი დეფორმაციის შედეგად.

### მაგალითი 5.3



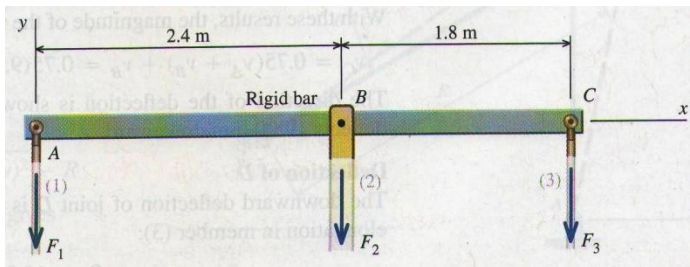
ნაჩვენები სისტემა შედგება ABC ხისტი ღეროსაგან, ორი ცალი ბოჭკოთი არმირებული პლასტმასის (FRP) ღეროსაგან (1) და (3), და (FRP)-ის დგარისაგან (2). (FRP)-ის დრეკადობის მოდული  $E=18$ გპა. განსაზღვრეთ D კავშირის ვერტიკალური გადაადგილება მისი საწყისი მდებარეობის მიმართ 30კნ დატვირთვის მოდების შემდეგ.

### ამოხსნის გეგმა

უნდა განისაზღვროს D კავშირის გადაადგილება მისი საწყისი მდებარეობის მიმართ. D კავშირის გადაადგილება C კავშირის მიმართ წარმოადგენს ელემენტი (3)-ის დაგრძელებას. ამ ამოცანის მთავარი გამოწვევა მაინც არის გადაადგილების განსაზღვრა C-ში. ხისტი ღერო გადაადგილება და მობრუნდება შესაძლებელი (1) და (2) ელემენტების გაჭიმვითა და შეკუმშვით. ხისტი ღეროს საბოლოო მდებარეობის განსაზღვრისათვის თავდაპირველად წონასწორობის განტოლებების გამოყენებით უნდა განვსაზღვროთ ხსენებულ ელემენტებში მოქმედი ძალები. შემდეგ განტოლება (5.2)-ით ვანგარიშობთ თითოეული ელემენტის დეფორმაციას. შესაძლებელია დაიხაზოს დეფორმაციის დიაგრამა A, B, და C წერტილებში ხისტი ღეროს გადაადგილებებს შორის კავშირების განსაზღვრისათვის. შემდეგ მოხდება ელემენტის დეფორმაციის დაკავშირება ხისტი ღეროს გადაადგილებებთან. საბოლოოდ D კავშირის გადაადგილება

შეიძლება გავიანგარიშოთ C-სთან. ხისტი ღეროს ჯამური გადაადგილებით C -ში და ელემენტი 3-ის დაგრძელებით.

**ამოხსნა**  
**წონასწორობა**



დახაზეთ ხისტი ღეროს როგორც თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა და ჩაწერეთ წონასწორობის ორი განტოლება:

$$\sum F_y = -F_1 - F_2 - F_3 = 0$$

$$\sum M_B = (2,4\text{მ})F_1 - (1,8\text{მ})F_3 = 0$$

შემოწმებით მივიღებთ  $F_3 = P = 30\text{კნ}$ . ამ შედეგის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ ერთდროულად ორი განტოლება. ვიღებთ  $F_1 = 22,5\text{კნ}$  და  $F_2 = -52,5\text{კნ}$

**ძალა-დეფორმაციის ურთიერთდამოკიდებულება**

იანგარიშეთ დეფორმაცია სამივე ელემენტში

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 E_1} = \frac{(22,5\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(3,6\text{მ})(1000\text{მმ}^2/\text{მ}^2)}{(500\text{მმ}^2)(18\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = 9,00\text{მმ}$$

$$\delta_2 = \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} = \frac{(-52,5\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(3,6\text{მ})(1000\text{მმ}^2/\text{მ}^2)}{(1500\text{მმ}^2)(18\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = -7,00\text{მმ}$$

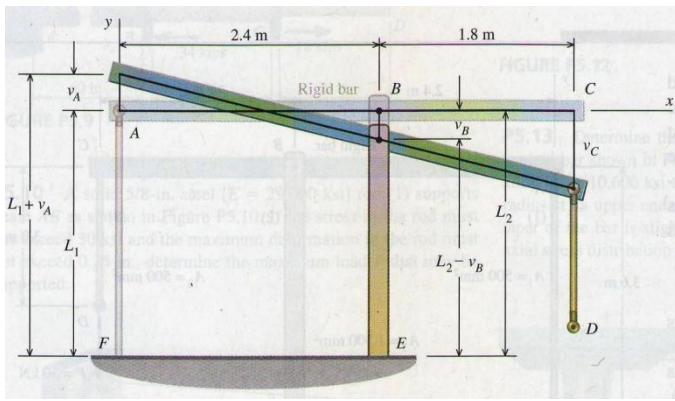
$\delta_2$ -ის უარყოფითი მნიშვნელობა მიუთითებს რომ ელემენტი (2) იკუმშება

$$\delta_3 = \frac{F_3 L_3}{A_3 E_3} = \frac{(30\text{კნ})(1000\text{ნ/კნ})(3,0\text{მ})(1000\text{მმ}^2/\text{მ}^2)}{(500\text{მმ}^2)(18\text{გპა})(1000\text{მპა/გპა})} = 10,0\text{მმ}$$

**დეფორმაციის გეომეტრია**

დახაზეთ ხისტი ღეროს გადაადგილებით მიღებული საბოლოო მდგომარეობა. ელემენტი (1) დაგრძელდა, შესაბამისად A გადაადგილდება ზემოთ. ელემენტი (2) დამოკლდა, შესაბამისად B გადაადგილდება ქვემოთ. უნდა განვსაზღვროთ C-ს გადაადგილება.





(შენიშვნა: კავშირების გადაადგილება ხისტი ღეროს მართობული მიმართულებით აღნიშნულია  $v$ -თი)

ხისტი ღეროს გადაადგილება A, B, და C კავშირებში შეიძლება მოიძებნოს მსგავსი სამკუთხედებიდან:

$$\begin{aligned} \frac{v_A + v_B}{2,4\vartheta} &= \frac{v_C - v_B}{1,8\vartheta} && \therefore v_C \\ &= \frac{1,8\vartheta}{2,4\vartheta}(v_A + v_B) + v_B \\ &= 0,75(v_A + v_B) + v_B \end{aligned}$$

როგორ არის დაკავშირებული ხისტი ღეროს ნახაზზე ნაჩვენები  $v_A$  და  $v_B$  გადაადგილებები ელემენტების  $\delta_1$  და  $\delta_2$  დეფორმაციებთან? განმარტების მიხედვით დეფორმაცია წარმოადგენს ღეროვანი ელემენტის საწყისი და საბოლოო სიგრძეების სხვაობას. ხისტი ღეროს გადაადგილების სქემის გამოყენებით შეგვიძლია ხსენებული განმარტების მიხედვით განვსაზღვროთ ელემენტი (1)-ს დეფორმაცია:

$$\delta_1 = L_{final} - L_{initial} = (L_1 + v_A) - L_1 = v_A \quad \therefore v_A = \delta_1 = 9,00\vartheta\vartheta$$

ამ შედეგების საფუძველზე ახლა შეგვიძლია ვიანგარიშოთ ხისტი ღეროს გადაადგილება C-ში

$$v_C = 0,75(v_A + v_B) + v_B = 0,75(9,00\vartheta\vartheta + 7,00\vartheta\vartheta) = 19,00\vartheta\vartheta$$

გადაადგილების მიმართულება ნაჩვენებია დეფორმაციის სქემაზე. ამრიგად კავშირი C გადაადგილდება 19,00მმ-ით ქვევით.

### D-ს გადაადგილება

D-ს გადაადგილება ქვემოთ წარმოადგენს C-ში ხისტი ღეროს გადაადგილებისა და ელემენტი (1) დაგრძელების ჯამს

$$v_D = v_C + \delta_3 = 19,00\vartheta\vartheta + 10,00\vartheta\vartheta = 29,00\vartheta\vartheta$$

### 5.5 სტატიკურად ურკვევი ღერძულად/გრძივად დატვირთული ელემენტები

ღერძულად/გრძივად დატვირთული ელემენტების მქონე მრავალ მარტივი ტიპის კონსტრუქციებსა და მექანიკურ სისტემებში შესაძლებელია განისაზღვროს რეაქციები საყრდენებზე და შიგა ძალები ელემენტებში თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის

დახაზვითა და წონასწორობის განტოლებების ამოხსნით. ასეთი კონსტრუქციები და სისტემები კლასიფიცირებულია როგორც სტატიკურად რკვევადი.

სხვა კონსტრუქციებისა და მექანიკური სისტემებისათვის მხოლოდ წონასწორობის განტოლებები საკმარისი არ არის ელემენტებში წარმოქმნილი გრძივი ძალების და საყრდენების რეაქციების განსაზღვრისათვის. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ არ გვაქვს წონასწორობის განტოლებათა საკმარისი რაოდენობა იმისათვის რომ განვსაზღვროთ ყველა უცნობი. ასეთ კონსტრუქციებსა და სისტემებს უწოდებენ სტატიკურად ურკვევს. ამ ტიპის კონსტრუქციების ანალიზი შესაძლებელია წონასწორობის განტოლებებზე კონსტრუქციის ან სისტემის დეფორმაციის გეომეტრიის აღმწერი განტოლებების დამატებით. ძირითადად ამოხსნის პროცესი შეიძლება წარიმართოს როგორც ხუთსაფეხურიანი პროცედურა:

**საფეხური 1 - წონასწორობის განტოლებები:** განტოლებები ჩაიწერება უცნობი გრძივი ძალებით და მიიღება კონსტრუქციების წონასწორობის განხილვის საფუძველზე.

**საფეხური 2 - დეფორმაციის გეომეტრია:** დეროვანი ელემენტების დეფორმაციების ურთიერთკავშირის გამოსავლენად ხდება კონკრეტული კონსტრუქციის გეომეტრიის რიცხვითი გამოსახვა

**საფეხური 3 - ძალისა და დეფორმაციის დამოკიდებულება:** დეროვან ელემენტში მოქმედი შიგა ძალასა და მისგან გამოწვეულ დაგრძელებას შორის ურთიერთდამოკიდებულების გამოსახვა ხდება გამოსახულებით (5.2)

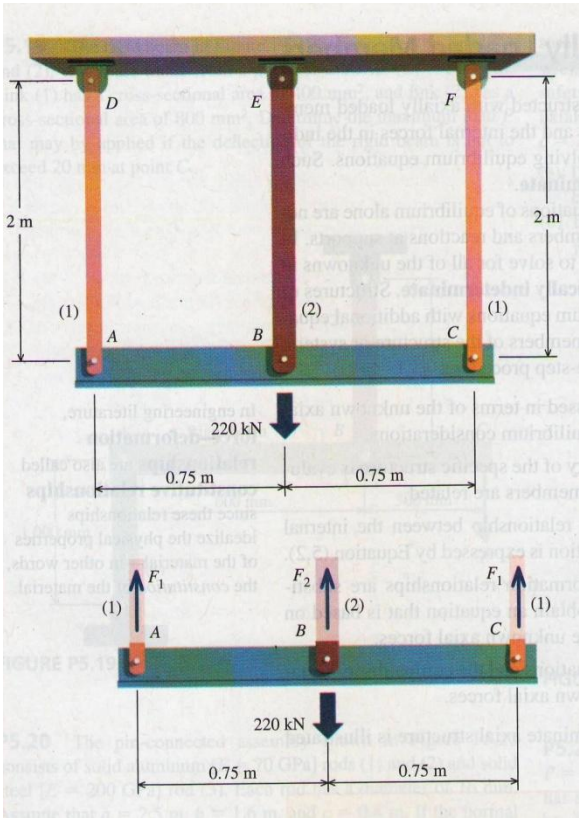
**საფეხური 4 - ერთობლიობის განტოლება:** ძალისა და დეფორმაციის დამოკიდებულება აისახება დეფორმაციის გეომეტრიის განტოლებაში იმისათვის რომ მივიღოთ განტოლება, რომელიც დაფუძნებულია კონსტრუქციის გეომეტრიაზე, მაგრამ ჩაწერილია უცნობი გრძივი ძალებით.

**საფეხური 5 - განტოლებების ამოხსნა:** უცნობი გრძივი ძალების განსაზღვრისათვის ერთად იხსნება წონასწორობისა და ერთობლიობის განტოლებები

## მაგალითი 5.4

1,5მ სიგრძის ხისტი კოჭი ABC ეყრდნობა სამ დეროვან ელემენტს, როგორც ეს ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემულ ნახაზზე. 220კნ სიდიდის კონცენტრირებული ძალა მოდებულია ხისტ კოჭზე B-ზე გამავალ დერძის ხაზზე. A და C წერტილებში შეერთებული დეროვანი ელემენტები (1) დამზადებულია ერთი და იგივე ალუმინის სხმულისაგან ( $E=70$ გპა) და თითოეულის განივკვეთის ფართობი შეადგენს  $A_1=550$ მმ<sup>2</sup>. თითოეულის სიგრძე  $L_1=2$ მ. ელემენტი (2) წარმოადგენს ფოლადის ( $E=200$ გპა) დეროს და მისი განივკვეთის ფართობი შეადგენს  $A_2=900$ მმ<sup>2</sup>. სიგრძე  $L_2=2$ მ. ყველა ელემენტი ერთმანეთთან დაკავშირებულია მარტივი სახსრით.

თუ სამივე ღერო თავიდან დაუძაბავია, განსაზღვრეთ:  
 ნორმალური ძაბვები ალუმინისა და ფოლადის ღეროებში  
 ხისტი ღეროს გადაადგილება 220კნ დატვირთვის მოდების შემდეგ



**ამოხსნის გეგმა**

დაიხაზება ABC კოჭის როგორც თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა და ამ ნახაზიდან მიიღება წონასწორობის განტოლება, ჩაწერილი ელემენტების უცნობი \$F\_1\$ და \$F\_2\$ ძალებით. დატვირთვა გადანაწილებულია სიმეტრიულად ხისტი კოჭის შუაწერტილის B მიმართ, ძალები ალუმინის ორ ღეროში (1) უნდა იყოს ერთნაირი. ღერძულ ელემენტებში შიგა ძალები დეფორმაციებთან დაკავშირებულია განტოლებით (5.2). ვინაიდან ელემენტები (1) და (2) დაკავშირებულნი არიან ABC ხისტ კოჭთან, მათი ურთიერთდამოუკიდებელი დეფორმირება ვერ მოხდება. ზემოთ აღნიშნულზე დაფუძნებითა და კონსტრუქციის სიმეტრიის გათვალისწინებით (1) და (2) ელემენტების დეფორმაცია უნდა იყოს ტოლი. აღნიშნული ელემენტში ძალებისა

და დეფორმაციების კავშირთან (განტოლება (5.2)) გვაძლევს სხვა განტოლებას, რომელიც ჩაწერილია უცნობი \$F\_1\$ და \$F\_2\$ ძალებით. მათ ვუწოდებთ **ერთობლიობის** განტოლებებს. ელემენტებში მოქმედი ძალების განსაზღვრისათვის წონასწორობისა და ერთობლიობის განტოლებები იხსნება ერთად. \$F\_1\$ და \$F\_2\$ - ის განსაზღვრის შემდეგ განისაზღვრება ნორმალური ძაბვები თითოეულ ღეროში და ABC ხისტი კოჭის გადაადგილება.

**5.6 თერძული ეფექტები გრძივ დეფორმაციებში**

როგორც აღნიშნული იყო პარაგრაფ 2.4-ში ტემპერატურის ცვლილება \$\Delta T\$ მასალაში წარმოქმნის ნორმალურ ძაბვებს:

$$\epsilon_T = \alpha \Delta T \tag{5.10}$$

ღერძული ელემენტის მთელ სიგრძეზე L ტემპერატურული ცვლილების შედეგად წარმოქმნილი დეფორმაცია ტოლია

$$\delta_T = \epsilon_T L = \alpha \Delta T L \tag{5.11}$$

თუ არსებობს ღერძული ელემენტის თავისუფლად დაგრძელების ან დამოკლების საძუალეა, ტემპერატურული ცვლილებები არ წარმოქმნიან ძაბვებს მასალაში. მნიშვნელოვანი ძაბვები ღერძულ ელემენტში წარმოიქმნება მაშინ როდესაც მისი დაგრძელება ან დამოკლება შეზღუდულია.

ძალა - ტემპერატურა - დეფორმაციის ურთიერთდამოკიდებულება

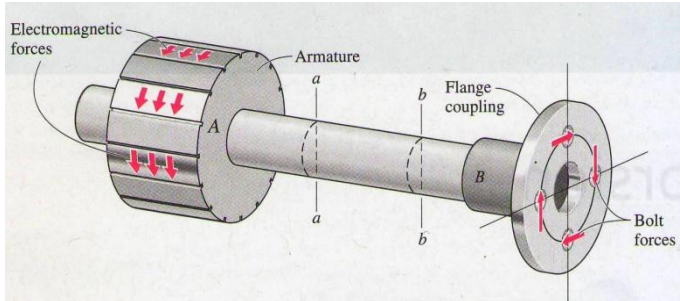
შიგა ძალასა და გრძივ დეფორმაციას შორის განტოლება (5.2)-ით მოცემული ურთიერთდამოკიდებულება შეიძლება განივრცოს ტემპერატურული ცვლილებების ჩართვით

$$\delta = \frac{FL}{AE} + \alpha\Delta TL \quad (5.12)$$

სტატიკურად რკვევადი ღერძული ელემენტის დეფორმაცია შეიძლება განისაზღვროს (5.12) განტოლებით, ვიდრე ელემენტს შეუძლია თავისუფლად დაგრძელდეს ან დამოკლდეს ტემპერატურის ცვლილების გამო. სტატიკურად ურკვევ ღეროვან კონსტრუქციებში კი პირიქით ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული დეფორმაცია შეიძლება შეიზღუდოს საყრდენებით ან კონსტრუქციის სხვა კომპონენტებით. ასეთი სახის შეზღუდვა აფერხებს ელემენტის დაგრძელებას ან დამოკლებას, რაც არის მათში ნორმალური ძაბვების გამომწვევი. ამ ძაბვებს ხშირად თერმულ ძაბვებს უწოდებენ, თუმცა ტემპერატურის ცვლილება თავისთავად არ იწვევს ძაბვებს.

## თავი 6. გრეხა

### 6.1 შესავალი



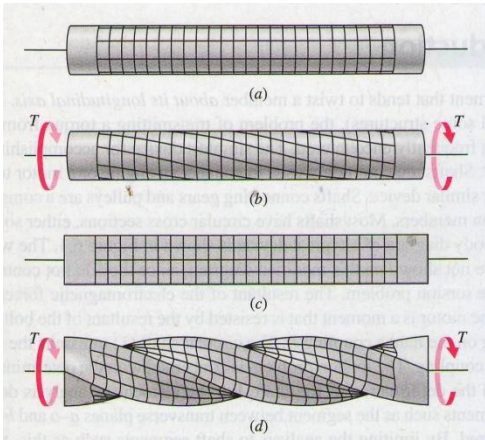
ნახ. 6.1. თავისუფალი სხეულის მოდიფიცირებული ძალოვანი სქემა ტიპური ელექტრო ძრავისათვის

მგრეხი მომენტი იწვევს ელემენტის დახვევას გრძივი ღერძის გარშემო. მანქანა-მექანიზმების (აგრეთვე ცალკეული ტიპის კონსტრუქციების) პროექტირებისას ხშირად დგას ხოლმე ერთი სიბრტყიდან მეორე სიბრტყეში მგრეხი მომენტის გადაცემის პრობლემა. ამ ფუნქციის შემსრულებელ უმარტივეს მოწყობილობას ლილვს უწოდებენ. ლილვები ჩვეულებრივ

გამოიყენება მანქანის ან ძრავის ტუმბოსთან, კომპრესორთან, ღერძთან ან სხვა მსგავს მოწყობილობასთან დასაკავშირებლად. კბილებისა და ბორბლების შემართებელი ლილვები წარმოადგენენ საერთო დანიშნულების სისტემებს, რომელიც მგრეხი ელემენტებისგან შედგება. ლილვების უმეტესობას აქვს წრიული განივკვეთი, როგორც მთლიანი ასევე მილისებრი. თავისუფალი სხეულის მოდიფიცირებული ძალოვანი სქემა ტიპური მოწყობილობისათვის ნაჩვენებია ნახ. 6.1-ზე. წონა და საყრდენინი რეაქციები მოდიფიცირებულ სქემაზე ნაჩვენები არ არის, იმდენად რამდენადაც ისინი არ მოიცავენ გრეხის პრობლემასთან დაკავშირებით გამოყენებად ინფორმაციას. ძრავის A ღუზაზე მოდებული ელექტრომაგნიტური ძალების ტოლქმედი წარმოადგენს მომენტს, რომელსაც წინააღმდეგობას უწევს ჭანჭიკებში აღძრული, მილტუჩა შეერთებაზე B მოქმედი ძალები (სხვა მომენტი). წრიულ ლილვს (1) გადააქვს გრეხა ღუზიდან შეერთებაზე. გრეხის პრობლემა უკავშირდება ლილვში (1) ძაბვებისა და ლილვის დეფორმაციის განსაზღვრას. ამ წიგნში განვითარებული ელემენტარული ანალიზისათვის განიხილება ლილვის მონაკვეთები, ისეთი როგორიც არის მონაკვეთი  $a - a$  და  $b - b$  განივკვეთებს შორის ნახ. 6.1-ზე. შემოვიფარგლებით ლილვის მხოლოდ ასეთი მონაკვეთების ანალიზით და არ განვიხილავთ რთულ დაძაბულ მდგომარეობას, რომელიც წარმოიქმნება მგრეხ კომპონენტებში (ე.ი. ძრავის ღუზაში და მილტუჩა შეერთებაში). გავიხსენოთ რომ სენ-ვენანის პრინციპის მიხედვით ღუზისა და შეერთების მოქმედებით ლილვში გაჩენილი ეფექტი, შესამჩნევი აღარ იქნება ამ კომპონენტებიდან დაახლოებით ლილვის ერთი დიამეტრის ტოლ მანძილზე.

1784 წელს ფრანგმა ინჟინერმა ს.ა. კოლომბმა ექსპერიმენტალურად დაადგინა დამოკიდებულება მგრეხ ძალვასა და წრიული განივკვეთის ღეროს გრეხის კუთხეს შორის. ა. დიულენმა, სხვა ფრანგმა ინჟინერმა, 1820 წელს გამოქვეყნებულ სტატიაში იგივე დამოკიდებულება მიიღო ანალიტიკურად, დაუშვა რა რომ გრეხამდე ბრტყელი განივკვეთი, ასეთად რჩება გრეხის შემდეგაც და რომ რადიალური ხაზი განივკვეთზე

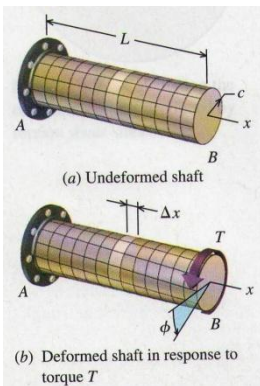




ნახ. 6.2. გრებითი დეფორმაცია ილუსტრირებული რეზინის წრიული (a, b) და კვადრატული (c, d) განივკვეთების მქონე მოდელებით

ნახ. 6.2-ზე ნაჩვენებია პრიზმული ფორმის რეზინის ლილვის მოდელზე. ნახაზებზე 6.2 a და 6.2 b ნაჩვენებია რეზინის წრიული ლილვი გარე მგრები T მომენტის მოდებამდე და მოდების შემდეგ. მგრები T მომენტის წრიული ლილვის ბოლოებზე მოდებისას, ლილვზე დატანილი წრიული კვეთები და ბადის გრძივი ხაზები დეფორმირდება ისე როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 6.2b-ზე. ბადის ყოველი გრძივი ხაზი იღებს სპირალურ ფორმას, რომლებიც კვეთენ წრიულ განივკვეთებს ტოლი კუთხეებით. ლილვის სიგრძე და რადიუსი რჩება უცვლელი. ყოველი განივკვეთი რჩება ბრტყელი და არადაცერებელი/არადეფორმირებული, თითქოს ის ბრუნავს თავისი მომიჯნავე განივკვეთის მიმართ. ნახაზებზე 6.2 c და 6.2 d ნაჩვენებია კვადრატული განივკვეთის რეზინის ლილვი, მის ბოლოებზე ექსტრემალური მგრები T მომენტის მოდებამდე და მოდების შემდეგ. ბრტყელი განივკვეთი მგრებ მომენტამდე, არ რჩება ბრტყელი მგრები T მომენტის მოდების შემდეგ (ნახ. 6.2 d). კვადრატული განივკვეთის მქონე ლილვის „ქცევა“ დამახასიათებელია ყველა მისი მსგავსისათვის მაგრამ არა წრიულისათვის; ამიტომაც მომდევნო ანალიზი მისაღებია მხოლოდ მთლიანი ან მილისებრი წრიული ლილვებისათვის.

## 6.2 ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია გრებისას

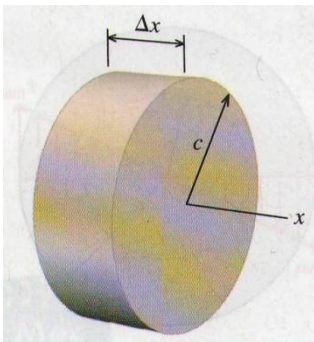


ნახ. 6.3. პრიზმატული ღერო სუფთა ძვრის ზემოქმედების ქვეშ

განვიხილოთ L სიგრძისა და c რადიუსის მქონე გრძელი, მოქნილი ლილვი, რომელიც ჩამაგრებულია ერთი ბოლოთი, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 6.3 a-ზე. ღეროს თავისუფალ ბოლოზე B გარე მგრები T მომენტის მოდებისას, ლილვი დეფორმირდება ისე, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 6.3 b-ზე. ლილვის ყველა განივკვეთი განიცდის იგივე გარე მგრები T მომენტის ზემოქმედებას; ამიტომაც ამბობენ რომ ლილვი განიცდის სუფთა გრებას. გრძივი ხაზები ნახ. 6.3 a-ზე იგრძობა სპირალურად ლილვის თავისუფალი ბოლოს მობრუნების  $\phi$  კუთხით მობრუნების გამო. მობრუნების ეს კუთხე ცნობილია როგორც გრების კუთხე. ის იცვლება ლილვის L სიგრძის გასწვრივ. გრების დეფორმაცია არ იწვევს განივკვეთის გადაცერებას/დეფორმირებას და ლილვის სიგრძე კი რჩება

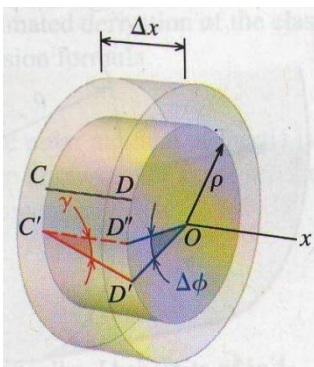
უცვლელი. ქვემოთ მოცემული დაშვებები, როგორც აღვნიშნავდით პარაგრაფ 6.1-ში, შეიძლება გამოყენებულ იქნეს მთლიანი ან მილისებრი წრიული განივკვეთის მქონე ლილვების გრებისას. ეს დაშვებებია:

- გრებამდე ბრტყელი განივკვეთი რჩება ასეთად გრების შემდეგაც. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ წრიული განივკვეთი გრებისას არ გადაცერდება/დეფორმირდება;
- განივკვეთი შემობრუნდება ლილვის ღერძის გარშემო და რჩება მისი პერპენდიკულარული;
- ყოველი განივკვეთი რჩება ბრტყელი და არადაცერებული/არადეფორმირებული, თითქოს ის ბრუნავს თავისი მომიჯნავე განივკვეთის მიმართ. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ განივკვეთი რჩება წრიული და მის სიბრტყეში არ ვითარდება ფარდობითი დეფორმაციები. რადიალური ხაზები რჩება სწორი და რადიალური განივკვეთის მობრუნებისას;
- გრებითი დეფორმაციისას მანძილი განივკვეთებს შორის რჩება მუდმივი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ წრიული ლილვის გრებისას გრძივი დეფორმაციები არ წარმოიქმნება.



ნახ. 6.4a. ლილვის  $\Delta x$  სიგრძის მონაკვეთი

გრებისას წარმოქმნილი დეფორმაციის უკეთესად გაგებისათვის, ნახ. 6.3-ზე ნაჩვენები ლილვის მოკლე მონაკვეთ  $\Delta x$  გამოყოფილად ნაჩვენებია ნახ. 6.4a-ზე. ლილვის რადიუსი არის  $c$ ; თუმცა იმისათვის რომ ამოცანას მივცეთ ზოგადი ხასიათი განვიხილავთ ლილვის შიგა ცილინდრულ მონაკვეთს (ნახ. 6.4b). ამ შიგა მონაკვეთის რადიუსი აღნიშნულია  $\rho$ -თი, ამასთან  $0 < \rho \leq c$ . რამდენადაც ლილვი იგრისება მონაკვეთის ორი განივკვეთი მობრუნდება  $x$  ღერძის მიმართ და არადეფორმირებული ლილვის ხაზოვანი ელემენტი  $CD$  იღებს  $C'D'$  სპირალის ფორმას. კუთხური ძვრა ორი განივკვეთის მობრუნებისას ტოლია  $\Delta\phi$ -ის. ეს კუთხური ძვრა ლილვში წარმოქმნის ძვრის ფარდობით დეფორმაციას  $\gamma$ . ის ტოლია კუთხის ორ ხაზოვან  $CD$  და  $C'D'$  ელემენტებს შორის, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 6.4b-ზე.  $\gamma$  კუთხის მნიშვნელობა მოცემულია გამოსახულებით:



ნახ. 6.4b. ლილვის მონაკვეთის გრებითი დეფორმაცია

$$\tan \gamma = \frac{D'D''}{\Delta x}$$

$D'D''$  მანძილი ასევე შეიძლება გამოისახოს  $\rho\Delta\phi$  რკალის სიგრძით, რაც გვაძლევს:

$$\tan \gamma = \frac{\rho\Delta\phi}{\Delta x}$$

თუ ფარდობითი დეფორმაციის მნიშვნელობა მცირეა  $\tan \gamma \approx \gamma$ ; შესაბამისად

$$\gamma = \rho \frac{\Delta \phi}{\Delta x}$$

რამდენადაც ლილვის მონაკვეთის  $\Delta x$  სიგრძე მიისწრაფის ნულისაკენ, ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია ტოლი იქნება:

$$\gamma = \rho \frac{d\phi}{dx} \quad (6.1)$$

სიდიდე  $d\phi/dx$  წარმოადგენს სიგრძის ერთეულზე მოსულ გრეხის კუთხეს. გაითვალისწინეთ რომ ფორმულა (6.1) წრფივია რადიალური  $\rho$  კოორდინატის მიმართ; ამიტომ ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია ცენტრალურ ღერძზე (ე.ი.  $\rho=0$  შემთხვევაში) ნულის ტოლია, მაშინ როდესაც ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის მაქსიმალურ მნიშვნელობას ვიღებთ  $\rho$ -ს მაქსიმალური მნიშვნელობისათვის (ე.ი.  $\rho=c$  შემთხვევაში), რასაც ადგილი აქვს ლილვის გარე ზედაპირზე.

$$\gamma_{max} = c \frac{d\phi}{dx} \quad (6.2)$$

ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის მაქსიმალური მნიშვნელობებით, ნებისმიერი რადიალური  $\rho$  კოორდინატისათვის ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის ჩასაწერად ფორმულები (6.1) და (6.2) შეიძლება გაერთიანდეს.

$$\gamma_\rho = \frac{\rho}{c} \gamma_{max} \quad (6.3)$$

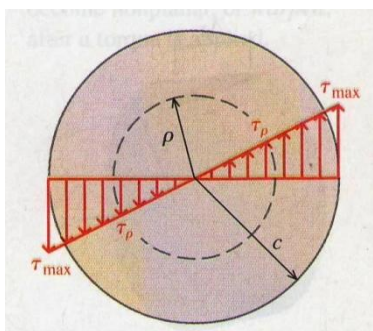
შემდგომ გაითვალისწინეთ რომ ეს ფორმულები ძალაშია დრეკადი და არადრეკადი მუშაობისას, ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი მასალების შემთხვევაში, თუ ფარდობითი დეფორმაცია არ არის დიდი (ე.ი.  $\tan \gamma \approx \gamma$ ). ამ წიგნში მოცემული ამოცანები და მაგალითები აკმაყოფილებენ ამ მოთხოვნას.

### 6.3 მხები ძაბვები გრეხისას

თუ დავუშვებთ რომ ჰუკის კანონი გამოყენებადია, მაშინ ძვრისას ფარდობითი დეფორმაციის  $\gamma$  დამოკიდებულება მხებ ძაბვასთან  $\tau$  იქნება  $\tau = G\gamma$  [ფორმულა 3.5], სადაც  $G$  არის ძვრის მოდული (ასევე უწოდებენ ძვრისას სიხისტის მოდულს). დაშვება მისაღებია თუ მხები ძაბვის მნიშვნელობა ლილვის მასალისათვის რჩება პროპორციულობის ზღვარს დაბლა. ჰუკის კანონის ფორმულის გამოყენებით გამოსახულება (6.3) შეიძლება ჩაიწეროს  $\tau$ -ს მიმართ. ნებისმიერი  $\rho$  რადიალური კოორდინატისათვის დამოკიდებულება  $\tau_\rho$  მხებ ძაბვასა და ლილვის გარე ზედაპირზე (ე.ი.  $\rho = c$ ) მაქსიმალურ მხებ ძაბვას  $\tau_{max}$  შორის:



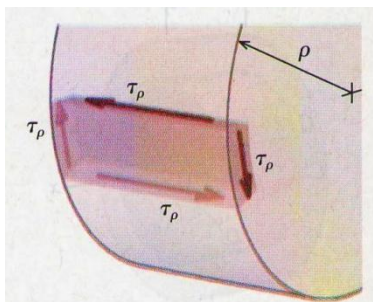
$$\tau_\rho = \frac{\rho}{c} \tau_{max} \quad (6.4)$$



ნახ. 6.5. მხები ძაბვის ინტენსივობის, როგორც რადიალური  $\rho$  კოორდინატის წრფივი ფუნქცია

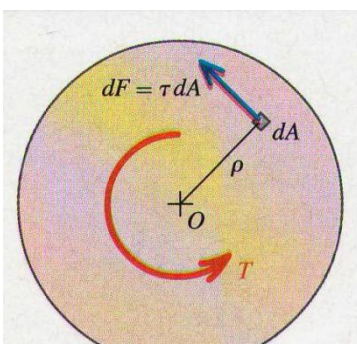
ისევე როგორც ძვრის ფარდობითი დეფორმაციის შემთხვევაში, მხები ძაბვების ინტენსივობა წრიულ ლილვში იზრდება წრფივად ღერძის ხაზიდან, რადიალური მანძილის  $\rho$  ზრდასთან ერთად. მხები ძაბვების ინტენსივობა მაქსიმალურია ლილვის გარე ზედაპირზე. მხები ძაბვების სიდიდის ცვლილება ილუსტრირებულია ნახ. 6.5-ზე. ამასთან ერთად მხები ძაბვა არასოდეს მოქმედებს ცალად

ერთ ზედაპირზე. მხებ ძაბვას განივკვეთზე ყოველთვის თან სდევს გრძივ ზედაპირზე მოქმედი იგივე სიდიდის მხები ძაბვა, როგორც ეს მოცემულია ნახ. 6.6-ზე.



ნახ. 6.6. მხები ძაბვები მოქმედებს როგორც განივკვეთის, ასევე გრძივ სიბრტყეზე

განვავითაროთ ლილვით გადაცემულ  $T$  მგრეხ მომენტსა და ლილვს შიგნით აღძრულ  $\tau_\rho$  მხებ ძაბვებს დამოკიდებულების თემა. განვიხილოთ განივკვეთის ზედაპირის ძალიან მცირე  $dA$  ნაწილი (ნახ. 6.7). როგორც მგრეხ მომენტზე რეაქცია,  $\tau_\rho$  მხები ძაბვა წარმოიქმნება განივკვეთის ზედაპირის  $dA$  ფართზე რომელიც მდებარეობს ლილვის გრძივი ღერძიდან  $\rho$  რადიალურ მანძილზე. მცირე ელემენტზე მოქმედი  $dF$  ჯამური მხები ძალა წარმოადგენს  $\tau_\rho$  მხები ძაბვისა და  $dA$  ფართის ნამრავლს.  $dF$  ძალა წარმოქმნის  $dM$  მომენტს ცენტრალური  $O$  ღერძის მიმართ,



ნახ. 6.7. მგრეხი მხები ძაბვებით წარმოქმნილი ჯამური მომენტის გაანგარიშება

რომელიც შეიძლება გამოისახოს როგორც  $dM = \rho dF = \rho(\tau_\rho dA)$ . ლილვის ცენტრალური ღერძის მიმართ მხები ძაბვით წარმოქმნილი ჯამური მომენტი, განისაზღვრება  $dM$ -ის ინტეგრირებით განივკვეთის მთელ ფართზე:

$$\int dM = \int_A \rho \tau_\rho dA$$

(6.4) ფორმულის ამ გამოსახულებაში ჩასმით მივიღებთ

$$\int dM = \int_A \rho \frac{\tau_{max}}{c} \rho dA = \int_A \frac{\tau_{max}}{c} \rho^2 dA$$

რამდენადაც  $\tau_{max}$  და  $c$  არ იცვლება  $dA$ -სთან ერთად, შეიძლება მათი გამოტანა ინტეგრალის ნიშნის გარეთ. ამასთან ერთად, წონასწორობის უზრუნველსაყოფად ელემენტარული მომენტების  $dM$  ჯამი ტოლი უნდა იყოს მგრეხი მომენტის. შესაბამისად:

$$T = \int dM = \frac{\tau_{max}}{c} \int_A \rho^2 dA \quad (a)$$

ინტეგრალს (a) გამოსახულებაში უწოდებენ პოლარული ინერციის მომენტს J:

$$T = \int_A \rho^2 dA \quad (b)$$

(b) გამოსახულების (a)-ში ჩასმით ვიღებთ დამოკიდებულებას მგრეხ მომენტსა T და მაქსიმალურ მხებ ძაბვას  $\tau_{max}$  შორის:

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} J \quad (c)$$

მაქსიმალური მხები ძაბვა

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (6.5)$$

თუ გამოსახულება (6.4)-ს ჩავსვამთ გამოსახულება (6.5)-ში მივიღებთ მეტად ზოგად გამოსახულებას მხები ძაბვისათვის  $\tau_\rho$  ლილვის ცენტრალური ღერძიდან ნებისმიერ რადიალურ  $\rho$  მანძილზე:

$$\tau_\rho = \frac{T\rho}{J} \quad (6.6)$$

ფორმულა (6.6) რომლის კერძო შემთხვევასა წარმოადგენს ფორმულა (6.5) ცნობილია როგორც დრეკადი გრეხის ფორმულა. ზოგადად, ლილვში ან ლილვის მონაკვეთში აღძრული მგრეხი მომენტი T მიიღება თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემიდან და წონასწორობის განტოლებიდან. შენიშვნა: ფორმულები (6.5) და (6.6) გამოიყენება წრფივი დრეკადი მუშაობისა და ერთგვაროვანი და იზოტროპული მასალებისთვის.

### პოლარული ინერციის მომენტი J

მთლიანი წრიული ლილვისთვის პოლარული ინერციის მომენტი J ტოლია:

$$J = \frac{\pi}{2} r^4 = \frac{\pi}{32} d^4 \quad (6.7)$$

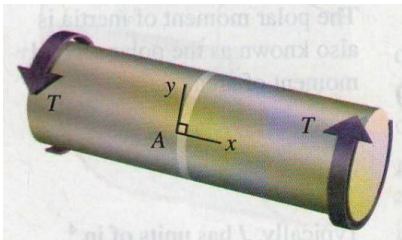
სადაც r=რადიუსს და d=დიამეტრს. მილისებრი წრიული ლილვისათვის პოლარული ინერციის მომენტი J ტოლია:



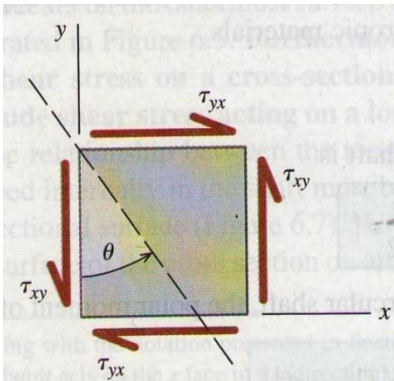
$$J = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) \quad (6.8)$$

სადაც  $R$ =გარე რადიუსს,  $r$ =შიგა რადიუსს და  $D$ =გარე დიამეტრს,  $d$ =შიგა დიამეტრს.

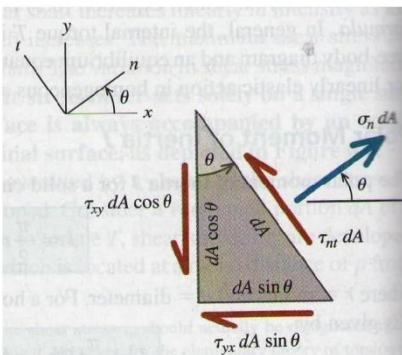
### 6.4 ძაბვები დახრილ სიბრტყეებზე



ნახ. 6.8a. ლილვი სუფთა ღუნვის ზემოქმედების ქვეშ



ნახ. 6.8b. დიფერენციალური ელემენტი ლილვის A წერტილში



ნახ. 6.8c. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა დიფერენციალური ელემენტის სოლისებრი ნაწილისათვის

დრეკადი გრების ფორმულა [გამოსახულება (6.6)] შეიძლება გამოყენებულ იქნეს მგრები მომენტიტ აღძრული მაქსიმალური მხები ძაბვის გასაანგარიშებლად წრიულ ლილვის განივკვეთზე. აუცილებელია დადგინდეს არის თუ არა განივკვეთზე მოქმედი მხები ძაბვები

მაქსიმალური და არსებობს თუ არა მგრები მომენტიტ აღძრული სხვა მნიშვნელოვანი ძაბვები. ამისათვის გამოკვლევლით ძაბვები ნახ. 6.8a-ზე ნაჩვენები ლილვის A წერტილში. ნახ. 6.8b-ზე ნაჩვენებია ლილვის A წერტილიდან აღებული დიფერენციალური ელემენტი და მასთან ერთად განივ და გრძივ სიბრტყეებზე მოქმედი მხები ძაბვები. ძაბვა  $\tau_{xy}$  შეიძლება განისაზღვროს დრეკადი გრების ფორმულით და  $\tau_{yx} = \tau_{xy}$  (იხილე პარაგრაფი 1.6). თუ განვიხილავთ თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემას ნახ. 6.8c-ზე მივიღებთ შემდეგ შედეგს:

$$\sum F_t = \tau_{nt} dA - \tau_{xy} (dA \cos \theta) \cos \theta + \tau_{yx} (dA \sin \theta) \sin \theta = 0$$

შემდეგ გვექნება

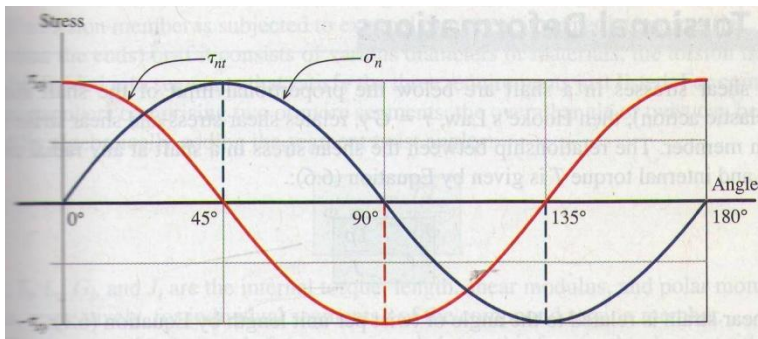
$$\tau_{nt} = \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (6.9)$$

და

$$\sum F_n = \sigma_n dA - \tau_{xy} (dA \cos \theta) \sin \theta + \tau_{yx} (dA \sin \theta) \cos \theta = 0$$

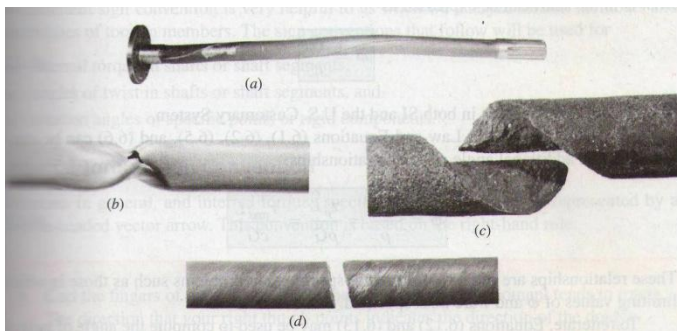
საიდანაც გამომდინარეობს რომ

$$\sigma_n = 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$



ნახ. 6.9. ნორმალური და მხები ძაბვების ცვლილება ლილვის ზედაპირზე  $\theta$  კუთხესთან ერთად

მიმართ  $45^\circ$  დახრილ სიბრტყეებში და ისინი ლილვის ზედაპირის მართობულია. ამ სიბრტყეებიდან ერთზე ( $\theta = 45^\circ$  ნახაზი 6.8b) ნორმალური ძაბვა გამჭიმავია, ხოლო მეორეზე ( $\theta = 135^\circ$ ) კი მკუმშავი. ამასთან ერთად  $\sigma$  და  $\tau$  მაქსიმალური მნიშვნელობები ერთმანეთის ტოლია. ამიტომაც დრეკადი გრეხის ფორმულით მიღებული მხები ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა, ასევე ტოლია იმ ნორმალური ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობისა რომლებიც წარმოიქმნება წრიული ლილვის სუფთა გრეხის ზემოქმედების ქვეშ მყოფ წერტილებში.



ნახ. 6.10. რეალური ლილვის მტყუნების/რღვევის ფოტოები

ზემოთ განხილულ ძაბვათაგან ნებისმიერი შეიძლება მნიშვნელოვანი აღმოჩნდეს კონკრეტულ შემთხვევაში. მაგალითისათვის შეადარეთ ერთმანეთს ნახ. 6.10-ზე ნაჩვენები მტყუნებები/რღვევები. ნახ. 6.10a-ზე ნაჩვენებია სატვირთო ავტომობილის გრძივად დაბზარული ღერძი. ანალოგიური რღვევა აგრეთვე მოსალოდნელია ხის ლილვში რომლიც ბოჭკოებიც ორიენტირებულია გრძივად. ნახ. 6.10b-

ზე ნაჩვენებია ალუმინის თხელკედლიანი მილი, რომელიც მკუმშავი ძაბვის ზემოქმედებით ამობურცულია  $45^\circ$ -ით დახრილი ერთ-ერთი სიბრტყის გასწვრივ, მაშინ როდესაც გამჭიმავი ძაბვა გამო აგლეჯილია სხვა  $45^\circ$ -ით დახრილ სიბრტყეზე. გრეხითი დატვირთვის ზემოქმედებით თხელკედლიანი მილების (და სხვა ფორმების) გამობურცვა (მდგრადობის დაკარგვა) წარმოადგენს ძალიან დიდი ინტერესის საგანს კონსტრუქტორისთვის. ნახ. 6.10c-ზე გამჭიმავი ძაბვებით რუხი თუჯის ლილვის რღვევა გაჭიმვით, რაც ტიპურია მყიფე მასალისათვის გრეხითი ზემოქმედებისას. ნახ. 6.10d-ზე ნაჩვენებია მცირედ ნახშირბადოვანი ფოლადის რღვევა ჭრით თითქმის მართობულ კვეთზე - ტიპური რღვევა პლასტიური მასალებისათვის. მიზეზი იმისა რომ ნახ. 6.10d-ზე ნაჩვენები რღვევა არ ემთხვევა განივკვეთის სიბრტყეს მდგომარეობს იმაში რომ გაგლეჯამდე დიდი პლასტიური დეფორმაციების ქვეშ (შენიშვნა: ელემენტზე გაჩენილი სპირალური ხაზები თავდაპირველად პარალელურია ღეროს ღერძის)

განიცდის გრძივი ღერძული დატვირთვის ზემოქმედებას. ეს უკანასკნელი წარმოიქმნება იმიტომ, რომ გამოსაცდელი მანქანის სატაცები გრეხად ნიშნულს არ აძლევს დამოკლების საშუალებას, მისი სპირალურად მოგრების პირობებში. ეს ღერძული გრძივი ძაბვა (არ არის ნაჩვენები ნახ. 6.8-ზე) ცვლის მაქსიმალური მხები ძაბვების სიბრტყეს განიკვეთიდან დახრილ კვეთზე (შედეგი გაგლეჯის სოლისებრი ზედაპირი).

## 6.5 გრეხითი დეფორმაციები

თუ მხები ძაბვები ლილვში არ აღემატება მისი მასალის პროპორციულობის ზღვარს (ე.ი. დრეკადი მუშაობა), მაშინ ჰუკის კანონი  $\tau = G\gamma$  გამოხატავს გრეხილი ელემენტის მხებ ძაბვასა და ძვრის ფარდობით დეფორმაციას შორის კავშირს. დამოკიდებულება ლილვში ნებისმიერი რადიალური კოორდინატისათვის  $\rho$  მხებ ძაბვასა და შინაგან მგრეხ მომენტს  $T$  შორის მოცემულია გამოსახულებით (6.6):

$$\tau_\rho = \frac{T\rho}{J} \quad (6.6)$$

ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია დაკავშირებულია სიგრძის ერთეულზე გრეხის კუთხესთან (6.1) გამოსახულებით:

$$\gamma = \rho \frac{d\phi}{dx} \quad (6.1)$$

გამოსახულებები (6.6) და (6.1) შესაძლებელია ჩავსვათ ჰუკის კანონის გამოსახულებაში

$$\tau_\rho = G\gamma \quad \therefore \frac{T\rho}{J} = G\rho \frac{d\phi}{dx}$$

რომ გამოვსახოთ სიგრძის ერთეულზე გრეხის კუთხე მგრეხი მომენტის  $T$  მეშვეობით

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{JG} \quad (6.11)$$

ლილვის სპეციფიური მონაკვეთისათვის გრეხის კუთხის მისაღებად შესაძლებელია გამოსახულება (6.11)-ის ინტეგრირებით  $x$  გრძივი კოორდინატით მონაკვეთის  $L$  სიგრძეზე:

$$\int d\phi = \int_L \frac{T}{JG} dx$$

თუ ლილვი ერთგვაროვანი (ე.ი.  $G$  მუდმივია) და პრიზმატულია (ე.ი. მუდმივია დიამეტრი და მიყოლებით მუდმივია  $J$ ) და თუ მუდმივია ლილვის შიგა მგრები მომენტი  $T$  მაშინ გრების კუთხე  $\phi$  ლილვში შეიძლება გამოისახოს როგორც:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (6.12)$$

$\phi$ -ს განზომილება არის რადიანი როგორც SI სისტემაში, ასევე აშშ-ში არსებული სისტემისათვის.

როგორც ალტერნატივა, ჰუკის კანონი და (6.1), (6.2), (6.5) და (6.6) განტოლებები შეიძლება გაერთიანდეს გრების კუთხისთვის დამატებითი დამოკიდებულებების ჩასაწერად:

$$\phi = \frac{\gamma_{\rho}L}{\rho} = \frac{\tau_{\rho}L}{\rho G} = \frac{\tau_{max}L}{cG} \quad (6.13)$$

ეს დამოკიდებულებები უფრო მეტად გამოყენებადია ორმაგი ტექნიკური პირობების მქონე ამოცანებისთვის, მაგალითად ისეთებისთვის რომლებშიც შეზღუდულია  $\phi$  და  $\tau$  სიდიდეები, ამასთან ორივე განსაზღვრულია.

ვიმეორებთ რომ გამოსახულებები (6.12) და (6.13) გრების  $\phi$  კუთხის განსაზღვრისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში თუ გრებადი ელემენტი

- ერთგვაროვანია (ე.ი.  $G$  მუდმივია)
- პრიზმატულია (ე.ი. მუდმივია დიამეტრი და მიყოლებით მუდმივია  $J$ ) და
- მუდმივია ლილვის შიგა მგრები მომენტი  $T$

თუ გრებადი ელემენტი გარე მგრები მომენტის ზემოქმედებას შუალედურ წერტილებში (ე.ი. ბოლოებისგან განსხვავებულ წერტილებში) ან თუ შედგება სხვადასხვა დიამეტრებისგან ან მასალებისგან, მაშინ გრებადი ელემენტი უნდა დაიყოს მონაკვეთებად ისე რომ დაკმაყოფილდეს ზემოთ ჩამოთვლილი სამი მოთხოვნა. ორი და მეტი მონაკვეთისაგან შედგენილი გრებადი ელემენტისათვის, მთლიანი გრების კუთხე შეიძლება განისაზღვროს მონაკვეთების გრების კუთხეების ალგებრული ჯამით:

$$\phi = \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i} \quad (6.14)$$

აქ  $T_i$ ,  $L_i$ ,  $G_i$  და  $J_i$  არიან შედგენილი გრებადი ელემენტის თითოეული  $i$  მონაკვეთის, შესაბამისად შიგა მგრები მომენტი, სიგრძე, ძვრის მოდული და პოლარული ინერციის მომენტი

გრების სიდიდე ლილვში (ან კონსტრუქციულ ელემენტში) ხშირად მთავარი განსახილველი საკითხია კონსტრუირებისას. გრების კუთხე  $\phi$  განსაზღვრული (6.12) და (6.13) გამოსახულებებიდან, გამოყენებადია ლილვის მუდმივი დიამეტრის მქონე მონაკვეთებისათვის, რომლებიც საკმარისად დაცილებულნი არიან მილტუჩებისგან, კავშირებისგან ან სხვა სამაგრი მექანიკური მოწყობილობებისაგან (ისე რომ მისაღები იყოს სენ-ვენანის პრინციპი). თუმცა, პრაქტიკული მიზნებისათვის მიღებულია კავშირებთან ლოკალური გადაცერების/დეფორმირების უგულვებელყოფა და გრების კუთხეებს ანგარიშობენ ისე თითქოს არ არის წყვეტები.

## ბრუნვის კუთხეები

ხშირად აუცილებელია შედგენილი გრებადი ელემენტის ან რამდენიმე გრებადი ელემენტებით შედგენილი სისსტემის სიგნით კონკრეტული წერტილების კუთხური გადაადგილების განსაზღვრა. მაგალითად ლილვებისა და კბილანების სისსტემის სათანადოდ ოპერირებამ შეიძლება მოითხოვოს რომ კუთხურმა გადაადგილებამ სპეციალურ კბილანაში არ გადააჭარბოს ზღვრულ სიდიდეს. ტერმინი გრების კუთხე შეეხება ლილვების ან მათი მონაკვეთების გრებით დეფორმაციებს. ტერმინი ბრუნვის კუთხე გამოიყენება მაშინ როდესაც განიხილება გრებადი სისსტემის სპეციფიური წერტილის ან ხისტი კომპონენტების, მაგალითად შკივების, კბილანების, ქუროების და მილტუჩების კუთხური გადაადგილებები.

## 6.6 გრების ნიშნის წესი

გრებადი ელემენტების და გრებადი ელემენტების ერთობლიობის ანალიზისას მეტად ხელსაყრელია მკაფიოდ განსაზღვრული და თანმიმდევრული ნიშნების წესი. ნიშნის წესები რომელებიც ქვემოთ იქნება მოცემული გამოიყენება

- მგრები მომენტებისათვის ლილვებში ან ლილვის მონაკვეთებში
- გრების კუთხეებისათვის ლილვებში ან ლილვის მონაკვეთებში და
- სპეციფიური წერტილების ან ხისტი კომპონენტების ბრუნვის კუთხეებისათვის

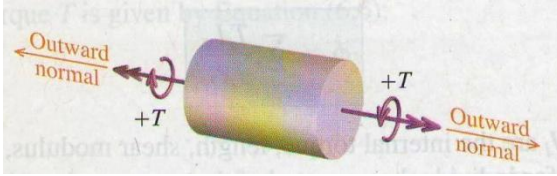
### შიგა მგრები მომენტის ნიშნის წესი

მომენტები ზოგადად და შიგა მგრები მომენტები კონკრეტულად მოსახერხებელია წარმოდგენილ იქნეს ორმიმართულებიანი ვექტორული ისრით. ნიშნის წესები დაფუძნებულია მარჯვენა ხელის წესზე:

- მოკვეთ თითები მარჯვენა ხელზე იმ მიმართულებით, რა მიმართულებითაც უნდა მობრუნდეს მომენტი. მიმართულება რომელსაც მიუთითებს თქვენი მარჯვენა დიდი თითი იქნება ორმიმართულებიანი ვექტორული ისრის მიმართულება.



- საპირისპიროდ, მიმართეთ თქვენი მარჯვენა ხელის დიდი თითი ორმიმართულეზიანი ვექტორული ისრის მიმართულებით და თითები თქვენს მარჯვენა ხელზე მოიკეცება იმ მიმართულებით, რა მიმართულებითაც უნდა მოზრუნდეს მომენტი.

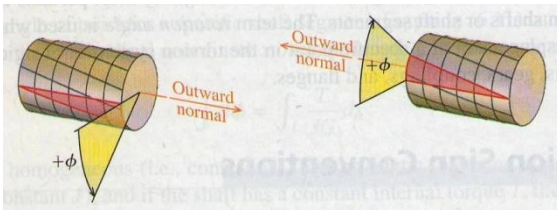


ნახ. 6.11. ნიშნის წესი შიგა მგრები მომენტისათვის

დადებითი მგრები მომენტი  $T$  ლილვში ან სხვა გრებად ელემენტში ცდილობს ზემოქმედების ქვეშ მყოფი კვეთის ცენტრიდანული ნორმალის მიმართ მოზრუნდეს მარჯვენა ხელის წესით განსაზღვრული მიმართულებით. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ შიგა მგრები მომენტი დადებითია თუ მარჯვენა ხელის დიდი თითი

მიუთითებს კვეთიდან გამომავალ მიმართულებას, მაშინ როდესაც მარჯვენა ხელის თითები მოკეცილია იმ მიმართულებით, რა მიმართულებითაც შიგა მგრები მომენტი ცდილობს მოზრუნებას. ნიშნების ეს წესი ილუსტრირებულია ნახ. 6.11-ზე.

### გრების კუთხის ნიშნის წესი



ნახ. 6.12. ნიშნის წესი გრების კუთხეებისთვის

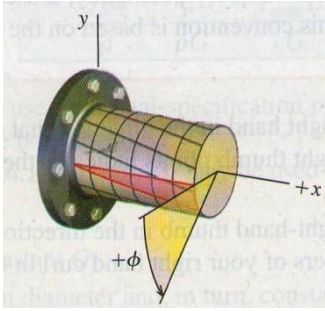
ნიშნის წესი გრების კუთხისათვის თავსებადია შიგა მგრები მომენტის ნიშნის წესთან. გრების დადებითი კუთხე  $\phi$  ლილვში ან სხვა გრებად ელემენტში, ზემოქმედების ქვეშ მყოფი კვეთის ცენტრიდანული ნორმალის მიმართ მოქმედებს მარჯვენა ხელის წესით განსაზღვრული მიმართულებით. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ:

- გრებადი ელემენტის ზემოქმედების ქვეშ მყოფ კვეთზე, მოხარეთ მარჯვენა ხელის თითები მგრები დეფორმაციის მიმართულებით
- თუ თქვენი მარჯვენა ხელის დიდი თითი დეტალის ზედაპირიდან მიმართულია ცენტრიდანულად, გრების კუთხე დადებითია

ნიშნების ეს წესი ილუსტრირებულია ნახ. 6.12-ზე.

### მოზრუნების კუთხის ნიშნის წესი

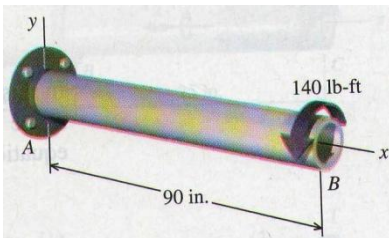
ლილვის გრძივი ღერძი აღვნიშნოთ როგორც  $x$  ღერძი. მოზრუნების დადებითი კუთხე მოქმედებს მარჯვენა ხელის წესით განსაზღვრული მიმართულებით, დადებითი  $x$  ღერძის მიმართ. ნიშნის ამ წესისათვის კოორდინატთა სათავე უნდა განისაზღვროს გრებადი ელემენტის კოორდინატთა სისტემისათვის. თუ განიხილება ორი



პარალელური ლილვი, მაშინ ორი დადებითი  $x$  დერძი უნდა იყოს მოცემული იგივე მიმართულებით. ნიშნების ეს წესი ილუსტრირებულია ნახაზი 6.13-ზე.

ნახ. 6.13. ნიშნის წესი მობრუნების კუთხეებისთვის

## მაგალითი 6.1



ფოლადის მილოვანი წრიული ლილვი გარე დიამეტრით 1,50დმი და კედლის სისქით 0,125დმი განიცდის სუფთა გრეხას სიდიდით 140ფუნტ.ფუტ. ლილვის სიგრძეა 90დმი. ფოლადის ძვრის მოდული შეადგენს  $G=12000$ კვძ/დმი<sup>2</sup>. განსაზღვრეთ:

- (ა) მაქსიმალური მხები ძაბვა ლილვში
- (ბ) გრეხის კუთხის სიდიდე ლილვში

### ამოხსნის გეგმა

მაქსიმალური მხები ძაბვის გასაანგარიშებლად გამოიყენება დრეკადი გრეხის ფორმულა [გამოსახულება (6.5)] და მილოვანი ლილვის გრეხის კუთხის სიდიდის განსაზღვრისათვის გამოიყენება გრეხის კუთხის განტოლება [გამოსახულება (6.12)].

### ამოხსნა

ამ გაანგარიშებისათვის საჭიროა ვიცოდეთ მილოვანი ლილვის პოლარული ინერციის მომენტი  $J$ . ლილვის გარე დიამეტრია  $D=1,50$ დმი და კედლის სისქე  $t=0,125$ დმი. ლილვის შიგა დიამეტრი  $d$  ტოლი იქნება  $d=D-2t=1,50 - 2 \times 0,125=1,25$ დმი. მილოვანი ლილვის პოლარული ინერციის მომენტი

$$J = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{32} [(1,50\text{დმი})^4 - (1,25\text{დმი})^4] = 0,257325\text{დმი}^4$$

- (ა) მაქსიმალური მხები ძაბვა იანგარიშება დრეკადი გრეხის ფორმულით

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Tc}{J} = \frac{(140\text{ფუნტ. ფუტ}) \cdot (90\text{დმი}) \cdot (12\text{დმ/ფუტ})}{0,257325\text{დმი}^4} = 4,8965\text{ფუნტ/დმი}^2 \\ &= 4,900\text{ფუნტ/დმი}^2 \end{aligned}$$

(ბ) გრების კუთხის სიდიდე 90 დმი სიგრძის ლილვში

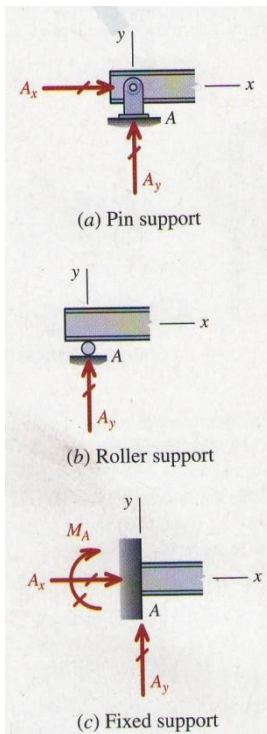
$$\phi = \frac{TL}{JG} = \frac{(140\text{ფუნტ. ფუტ}) \cdot (90\text{დმი}) \cdot (12\text{დმი/ფუტ})}{(0,257325\text{დმი}^2) \cdot (12000\text{კგმ/დმი}^2)} = 0,0490\text{რად}$$

## თავი 7. კოჭების წონასწორობა

### 7.1 შესავალი

ღერძული და გრეხითი დატვირთვის ქვეშ მომუშავე მოქნილი კონსტრუქციული ელემენტები განხილული იყო, შესაბამისად, მე-5 და მე-6 თავებში. ამ თავით იწყება კონსტრუქციული და მექანიკური სისტემების ყველაზე გავრცელებული და მნიშვნელოვანი კომპონენტის - კოჭების განხილვა. კოჭები როგორც წესი წარმოადგენენ გრძელ (თავიანთივე განივკვეთის ზომებთან შედარებით), სწორ, პრიზმატულ ელემენტებს, რომლებიც განიცდიან მათი გრძივი ღერძის პერპენდიკულარული დატვირთვის ზემოქმედებას. ისინი წინააღობას უწევენ განივად მოდებულ დატვირთვებს შიგა განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის კომბინირებით.

### საყრდენების ტიპები



ნახ. 7.1. საყრდენის ტიპები

კოჭები ჩვეულებრივ კლასიფიცირდება მათი დამაგრების ტიპის შესაბამისად. ნახ. 7.1-ზე ნაჩვენებია გრაფიკული სიმბოლოები რომლებიც გამოიყენება საყრდენების სამი ტიპის აღსანიშნავად.

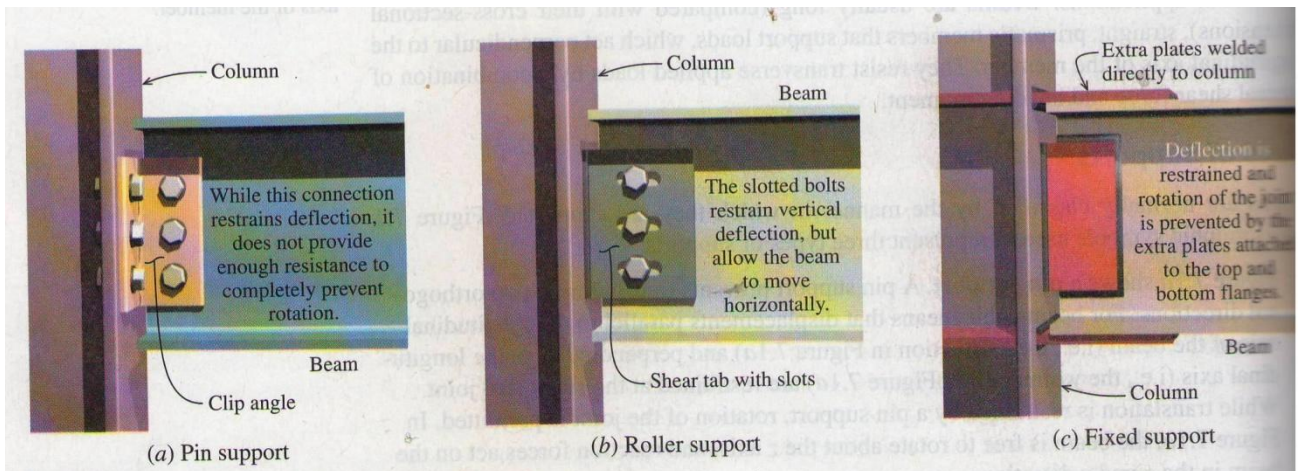
- ნახ. 7.1a-ზე ნაჩვენებია უძრავ-სახსროვანი საყრდენი. ის ზღუდავს გადატანით გადაადგილებას ორი ურთიერთორთოგონალური მიმართულებით. კოჭებისთვის ეს ნიშნავს რომ გადაადგილება კოჭის გრძივი ღერძის პარალელურად (ე.ი. მიმართულება  $x$  ნახ. 7.1a-ზე) და გადაადგილება კოჭის გრძივი ღერძის პერპენდიკულარულად (ე.ი. მიმართულება  $y$  ნახ. 7.1a-ზე) შეზღუდულია საყრდენი კვანძით. მიუხედავად იმისა რომ გადატანითი გადაადგილება უძრავ-სახსროვანი საყრდენით იზღუდება, ეს უკანასკნელი არ ზღუდავს მობრუნებას. ნახ. 7.1a-ზე კოჭს შეუძლია თავისუფლად მობრუნდეს  $z$  ღერძის გარშემო და რეაქციის ძალები კოჭზე მოქმედებენ  $x$  და  $y$  მიმართულებით.

- ნახ. 7.1b-ზე ნაჩვენებია მგორავი (მოდრავ-სახსროვანი) საყრდენი. ის ზღუდავს გადატანით გადაადგილებას კოჭის გრძივი ღერძის პერპენდიკულარულად (ე.ი. მიმართულება  $y$  ნახ. 7.1b-ზე); მიუხედავად ამისა გადატანითი გადაადგილება  $x$  ღერძისა და მობრუნება  $z$  ღერძის გარშემო მგორავი საყრდენით არ იზღუდება. ამასთან ერთად ზოგჯერ სპეციალური გარემოებების გამო მიუთითებენ რომ მგორავი საყრდენი ზღუდავს გადაადგილებას  $+y$  და  $-y$  მიმართულებებით. ნახ. 7.1b-ზე

ნაჩვენები მგორავი საყრდენიდან რეაქციის ძალა კოჭზე მოქმედებს მხოლოდ  $y$  მიმართულებებით.

- ნახ. 7.1c-ზე ნაჩვენებია უძრავი საყრდენი (ხისტად ჩამაგრება). ის ზღუდავს საყრდენი კვანძის როგორც გადატანით, ასევე ბრუნვით გადაადგილებას. ნახ. 7.1c-ზე ნაჩვენები უძრავი კვანძი განაპირობებს როგორც რეაქციის ძალების კოჭზე მოქმედებას  $x$  და  $y$  მიმართულებებით, ასევე რეაქციული მომენტის მოქმედებას  $z$  მიმართულებით. საყრდენის ამ ტიპს ზოგჯერ უწოდებენ მომენტურ შეერთებას.

ნახ. 7.1-ზე ნაჩვენებია სიმბოლოები რომლითაც ხდება კოჭებთან ასოცირებული სამი ტიპის საყრდენის წარმოდგენა. მნიშვნელოვანია გვახსოვდეს, რომ ეს სიმბოლოები არის მარტივი გრაფიკული ნიშნები, რომლებიც გამოიყენება კოჭების საყრდენების პირობების მარტივი ასახვისათვის. რეალური უძრავ-სახსროვანი, მგორავი და უძრავი საყრდენები გვხვდება მრავალი კონფიგურაციით. ნახ. 7.2-ზე ნაჩვენებია ერთი შესაძლო ვარიანტი საყრდენის თითოეული ტიპისათვის.



ნახ. 7.2. კოჭის რეალური საყრდენების მაგალითები

ნახ. 7.2a-ზე ნაჩვენებია უძრავ-სახსროვანი საყრდენის ერთი ტიპი. ამ შეერთებაში სამი ჭანჭიკი გამოყენებულია კოჭის მისაერთებლად მცირე ელემენტზე რომელსაც მაერთებელ კუთხოვანას უწოდებენ. თავის მხრივ მაერთებელი კუთხოვანა ჭანჭიკებით მიერთებულია ვერტიკალურ მზიდ ელემენტზე, რომელსაც სვეტს უწოდებენ. ჭანჭიკები ზღუდავენ კოჭის მოძრაობას ჰორიზონტალურად და ვერტიკალურად. ზუსტად რომ ვთქვათ, ჭანჭიკები ასევე უზრუნველყოფენ გარკვეულ წინაღობას მობრუნების მიმართაც. იმის გავალისწინებით რომ ჭანჭიკები განლაგებულია კოჭის სიმაღლის შუა ნაწილთან ახლოს, მათ არ შეუძლიათ სრული წინაღობა გაუწიონ მობრუნებას. შეერთების ეს ტიპი საკმარისი სიდიდით მობრუნების საშუალებას იძლევა; შესაბამისად ეს შეერთება წარმოადგენს უძრავ სახსროვან შეერთებას.

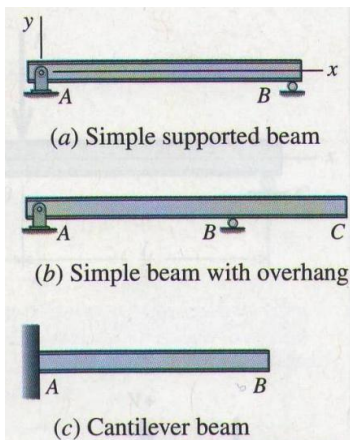
ნახ. 7.2b-ზე ნაჩვენებია მგორავი (მოძრავ-სახსროვანი) საყრდენის ერთი ტიპი. ჭანჭიკები დაფიქსირებულია პატარა ფილაზე განლაგებულ განივი ჩანაჭერის მქონე



ხვრეტებში. ასეთ ფილას განივ თათს უწოდებენ. იმის გათვალისწინებით რომ ჭანჭიკები დაფიქსირებულია ჩანაჭრებში, კოჭი თავისუფლად გადაადგილდება ჰორიზონტალური მიმართულებით, მაგრამ ზევით და ქვევით მისი გადაადგილება შეზღუდულია. განივი ჩანაჭრების მქონე ხვრეტები ზოგჯერ გამოიყენება კონსტრუირების პროცესის გასაიოლებლად; მძიმე კოჭების სვეტებთან მიერთების პროცესის დასაჩქარებლად.

ნახ. 7.2c-ზე ნაჩვენებია ფოლადის შედუღებით მოწყობილი მომენტური შეერთება. გაითვალისწინეთ რომ დამატებითი ფილები დადუღებულია კოჭის ზედა და ქვედა ზედაპირებზე და ეს ფილები პირდაპირ მიერთებულია სვეტებთან. დამატებითი ფილები უზრუნველყოფენ კოჭის შეერთებაში არ მოხრუნებას.

### სტატიკურად რკვევადი კოჭების ტიპები



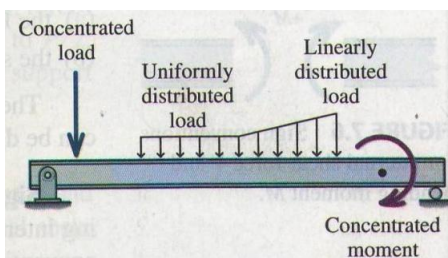
ნახ. 7.3. სტატიკურად რკვევადი კოჭების ტიპები

დამატებით კოჭები კლასიფიცირდება მათი საყრდენების განლაგების შესაბამისად. ნახ. 7.3-ზე ნაჩვენებია სამი სტატიკურად რკვევადი კოჭი. ნახ. 7.3a-ზე ნაჩვენებია მარტივად დაყრდნობილი კოჭი (ასევე უწოდებენ მარტივ კოჭსაც). მარტივად დაყრდნობილ კოჭს ერთ ბოლოზე აქვს უძრავ-სახსროვანი საყრდენი, მეორე ბოლოზე კი მგორავი. ნახ. 7.3b-ზე ნაჩვენებია მარტივად დაყრდნობილი კოჭის ვარიანტი, როდესაც კოჭი გადადის საყრდენზე. ამ ნაწილს გამოტანას/შვერილს უწოდებენ. ორივე შემთხვევაში უძრავ-სახსროვანი და მგორავი საყრდენები მარტივად დაყრდნობილ კოჭს გადასცემენ რეაქციის სამ ძალას: რეაქციის

ჰორიზონტალურ ძალას უძრავ-სახსროვან საყრდენში და რეაქციის ვერტიკალურ ძალებს უძრავ-სახსროვან და მგორავ საყრდენებში. ნახ. 7.3c-ზე ნაჩვენებია კონსოლური კოჭი. მას აქვს უძრავი დაყრდნობა/ჩამაგრება მხოლოდ ერთ ბოლოში. უძრავი დაყრდნობა/ჩამაგრება წარმოქმნის რეაქციის სამ ძალას: რეაქციის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ძალები და რეაქტიული მომენტი. რეაქციის სამი უცნობი ძალა შეიძლება განისაზღვროს ხისტი სხეულის წონასწორობის სამი განტოლებიდან (ე.ი.  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$  და  $\sum M = 0$ ).

ჰორიზონტალურ ძალას უძრავ-სახსროვან საყრდენში და რეაქციის ვერტიკალურ ძალებს უძრავ-სახსროვან და მგორავ საყრდენებში. ნახ. 7.3c-ზე ნაჩვენებია კონსოლური

### დატვირთვების ტიპები

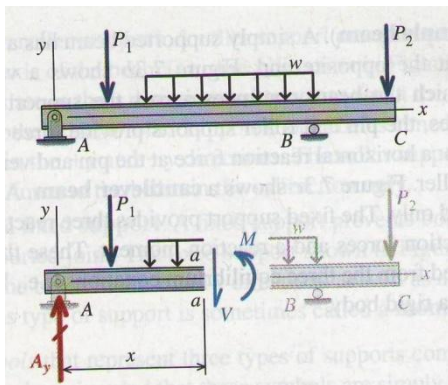


ნახ. 7.4. სხვადასხვა ტიპის დატვირთვების აღმნიშვნელი სიმბოლოები

კოჭები მუშაობენ სხვადასხვა ტიპის დატვირთვებზე (ნახ. 7.4). კოჭის მცირე სიგრძეზე მოთავსებულ დატვირთვას კონცენტრირებულ დატვირთვას უწოდებენ. დატვირთვები სვეტებიდან ან სხვა ელემენტებიდან, ისევე როგორც რეაქციის ძალები წარმოდგენილია კონცენტრირებული დატვირთვებით. ამ უკანასკნელით ასევე შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს

დატვირთვები ავტომობილის ბორბლებიდან ან ძრავიდან ზედაპირზე გადაცემული დატვირთვები. დატვირთვებს რომლებიც გაშლილია კოჭის გარკვეულ მონაკვეთზე განაწილებულ დატვირთვებს უწოდებენ. მუდმივი სიდიდის მქონე განაწილებულ დატვირთვებს თანაბარგანაწილებულ დატვირთვებს უწოდებენ. ამ უკანასკნელის მაგალითს წარმოადგენს ბეტონის იატაკის წონა ან ქარის დაწოლით წარმოქმნილი დატვირთვა. ზოგ შემთხვევაში დატვირთვა შეიძლება იყოს წრფივად განაწილებული, რაც ნიშნავს რომ ტერმინის ქვეშ იგულისხმება მალზე მოქმედი დატვირთვის წრფივი ცვლილება. თოვლის, გრუნტისა და სითხის დაწნევა წარმოადგენენ მაგალითებს იმ დატვირთვებისა, რომლებმაც შეიძლება წარმოქმნან წრფივად განაწილებული დატვირთვა. კოჭი ასევე შეიძლება განიცდიდეს კონცენტრირებული მომენტის ზემოქმედებას, რომელიც იწვევს კოჭის ღუნვასა და მობრუნებას. კონცენტრირებულ მომენტს, უმეტეს შემთხვევაში, იწვევენ კოჭთან მიერთებული ელემენტები.

### 7.7 განივი ძალა და მომენტი კოჭებში



ნახ. 7.5. კვეთის მეთოდი გამოყენებული კოჭებისათვის

მოქმედი დატვირთვებით წარმოქმნილი ძაბვების განსაზღვრისათვის თავდაპირველად აუცილებელია კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი შიგა განივი ძალისა  $V$  და შიგა მღუნავი მომენტის  $M$  განსაზღვრა.  $V$ -სა და  $M$ -ის განსაზღვრის ძირითადი ხერხი ნაჩვენებია ნახ. 7.5-ზე. ამ ნახაზზე შვერილიანი თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი განიცდის  $P_1$  და  $P_2$  კონცენტრირებული ძალებისა და  $w$  თანაბარგანაწილებული ძალის ზემოქმედებას. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა მიიღება უძრავ-სახსროვანი  $A$  საყრდენიდან  $x$  მანძილზე კვეთის გატარებით. ჭრით მიღებული კვეთი განიცდის განივი ძალისა  $V$  და მღუნავი მომენტის  $M$  ზემოქმედებას. თუ კოჭი წონასწორობაშია, მაშინ მისი ნებისმიერი მონაკვეთი უნდა იყოს წონასწორობაში. შესაბამისად თავისუფალი სხეული განივი ძალითა  $V$  და მღუნავი მომენტით  $M$  არის წონასწორობაში. წონასწორობის ეს პირობა უნდა იქნეს გამოყენებული  $x$  კოორდინატით განსაზღვრულ კვეთში მოქმედი  $V$  და  $M$  ძალისა და მომენტის მნიშვნელობების განსაზღვრისათვის.

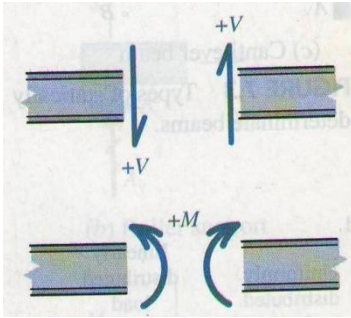
ვინაიდან კოჭი დატვირთულია მასში წარმოიშვება შიგა განივი ძალა  $V$  და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$ , რომლებიც იცვლებიან კოჭის სიგრძის გასწვრივ. იმისათვის რომ სათანადოდ გავანალიზოთ კოჭში წარმოქმნილი ძაბვები, უნდა განვსაზღვროთ  $V$ -სა და  $M$ -ის მნიშვნელობები კოჭის მთლიანი ძალის გასწვრივ. შედეგები გამოსახული როგორც  $x$ -ის ფუნქცია იწოდება განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურებად. ეს ეპიურები აერთიანებენ განივ ძალებსა და მღუნავ მომენტებს მთლიანი კოჭის გასწვრივ და მათი ვიზუალიზაციის საშუალებით აადვილებენ  $V$ -სა და  $M$ -ის მაქსიმალური და

მინიმალური მნიშვნელობები დადგენას. ეს ექსტრემალური სიდიდეები არის საჭირო ძაბვების ყველაზე მაღალი მნიშვნელობების დასადგენად.

ვინაიდან კოჭზე შეიძლება მოქმედებდეს სხვადასხვა განსხვავებული დატვირთვები  $V(x)$  და  $M(x)$  ფუნქციები შეიძლება არ იყოს უწყვეტი კოჭის მალის მთლიან განფენაზე. ამის გამო განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ფუნქციები უნდა განისაზღვროს რამდენიმე უბნისათვის კოჭის გასწვრივ. ძირითადად ინტერვალები განისაზღვრება:

- (ა) კონცენტრირებული ძალების, კონცენტრირებული მომენტების და საყრდენი რეაქციების განლაგებით ან
- (ბ) განაწილებული დატვირთვის განფენით

ქვემოთ მოცემულ მაგალითებზე ნაჩვენებია როგორ შეიძლება მიღებულ იქნეს განივი ძალისა და მღუნავი მომენტების ფუნქციები სხვადასხვა ინტერვალისათვის წონასწორობის პირობების გამოყენებით.

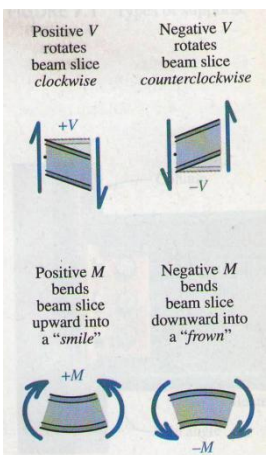


**ნიშნის წესები განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურებისათვის.** განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ფუნქციების მიღებამდე ჩვენ უნდა მივიღოთ მათი ნიშნის განსაზღვრის წესი. აღნიშნული ილუსტრირებულია ნახ. 7.6-ზე.

**დადებითი შიგა განივი ძალა V**

ნახ. 7.6. ნიშნის წესები შიგა განივი ძალისა V და შიგა მღუნავი მომენტისათვის M

- მოქმედებს ზემოდან ქვემოთ კოჭის მარჯვენა კიდეზე
- მოქმედებს ქვემოთ ზემოთ კოჭის მარცხენა კიდეზე



**დადებითი შიგა მღუნავი მომენტი M**

- მოქმედებს საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით კოჭის მარჯვენა კიდეზე
- მოქმედებს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით კოჭის მარცხენა კიდეზე

ნიშნების ეს წესი აგრეთვე შეიძლება გამოისახოს კოჭის მცირე მონაკვეთზე მოქმედი V-სა და M-ის მიმართულებების საშუალებით. V-სა და M-ის ნიშნების განსაზღვრის ეს ალტერნატიული წესი ილუსტრირებულია ნახ. 7.7-ზე.

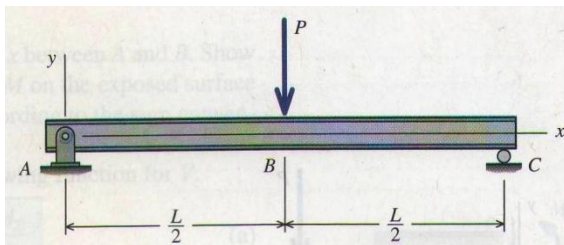
ნახ. 7.7. ნიშნის წესები შიგა V-სა და M-ისათვის კოჭის მცირე მონაკვეთზე

დადებითი შიგა განივი ძალა V იწვევს კოჭის ელემენტის მობრუნებას საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით

## დადებითი შიგა მღუნავი მომენტი $M$ იწვევს კოჭის ელემენტის აღუნვას ქვემოდან ზემოთ

განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები ყოველი კოჭისათვის გამოისახება განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ფუნქციათა გრაფიკების აგებით. თანმიმდევრობისა და ურთიერთკავშირის უზრუნველსაყოფად, ძალიან მნიშვნელოვანია აღნიშნული წესების დაცვა.

### მაგალითი 7.1



დახაზეთ განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები, მოცემული მარტივად დაყრდნობილი კოჭისათვის

#### ამოხსნის გეგმა

პირველად განსაზღვრეთ რეაქციის ძალები უძრავ-სახსროვან საყრდენსა A და მგორავ C საყრდენში. შემდეგ განვიხილოთ ორი ინტერვლი კოჭის ძალის გასწვრივ: A-სა და B-ს და B-სა და C-ს შორის. გაკვეთეთ ორივე უბანი და განიხილეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, რომელზეც გამოჩნდება გაკვეთილ ზედაპირზე მოქმედი უცნობი შიგა განივი ძალა  $V$  და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$ . ჩაწერეთ წონასწორობის განტოლებები თითოეული თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის შესაბამისად და ამოხსენით ისინი ძალის გასწვრივ  $x$  მდებარეობის მიხედვით  $V$ -სა და  $M$ -ის ცვლილების მახასიათებელი ფუნქციების მისაღებად. ააგეთ ეს ფუნქციები გრაფიკულად განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურების მისაღებად.

#### ამოხსნა

##### საყრდენი რეაქციები

იმის გათვალისწინებით რომ კოჭი სიმეტრიულად დაყრდნობილი და სიმეტრიულად დატვირთულია, რეაქციის ძალებიც ასევე სიმეტრიული უნდა იყოს. ამიტომ ყოველი საყრდენი მოქმედებს ქვემოდან ზემოთ  $P/2$ -ის ტოლი ძალით. ვინაიდან  $x$  მიმართულებით დატვირთვა არ მოქმედებს, უძრავ-სახსროვანი საყრდენის ჰორიზონტალური რეაქცია ნულის ტოლია.

### განივი ძალისა და მომენტის ფუნქციები

ზოგადად კოჭი შეიძლება გაიკვეთოს A უძრავ-სახსროვანი საყრდენიდან ნებისმიერ  $x$  მანძილზე და ნაჩვენები უნდა იყოს თავისუფალ სხეულზე მოქმედი ყველა ძალა. აგრეთვე კვეთის კიდის ზედაპირზე მოქმედი განივი ძალა  $V$  და მღუნავი მომენტი  $M$ .



ინტერვალი  $0 \leq x < L/2$ : კოჭი გაკვეთილია A უძრავ-სახსროვანი საყრდენიდან  $x$  მანძილით დაცილებულ  $a - a$  სიბრტყეზე. უცნობი განივი ძალა  $V$  და უცნობი მღუნავი მომენტი  $M$  ნაჩვენებია კოჭის გაკვეთილ ზედაპირზე. გაითვალისწინეთ რომ  $V$  და  $M$  მოქმედების მიმართულება დადებითია (იხილეთ ნახ. 7.6)

ვიანაიდან ძალები არ მოქმედებენ  $x$  მიმართულებით წონასწორობის განტოლება შემდეგი სახით ჩაიწერება  $\sum F_x = 0$ . ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ძალების ჯამი  $V$ -სთვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum F_x = \frac{P}{2} - V = 0 \quad \therefore V = \frac{P}{2} \quad (a)$$

მომენტების ჯამი  $a - a$  კვეთის მიმართ  $M$ -ისათვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum M_{a-a} = -\frac{P}{2}x + M = 0 \quad \therefore M = \frac{P}{2}x \quad (b)$$

ეს შედეგები გვიჩვენებს რომ შიგა განივი ძალა  $V$  მუდმივია და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  ინტერვალზე  $0 \leq x < L/2$  იცვლება წრფივად.

ინტერვალი  $L/2 \leq x < L$ : კოჭი გაკვეთილია A უძრავ-სახსროვანი საყრდენიდან  $x$  მანძილით დაცილებულ  $b - b$  სიბრტყეზე. კვეთი  $b - b$  მდებარეობს  $P$  ძალის მოდების B წერტილიდან მარჯვნივ. როგორც ზემოთ, ასევე აქაც უცნობი განივი ძალა  $V$  და უცნობი მღუნავი მომენტი  $M$  ნაჩვენებია კოჭის გაკვეთილ ზედაპირზე და ორივესთვის მიღებულია მოქმედების დადებითი მიმართულება.

ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ძალების ჯამი  $V$ -სთვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum F_y = \frac{P}{2} - P - V = 0 \quad \therefore V = -\frac{P}{2} \quad (c)$$

მომენტების ჯამი  $b - b$  კვეთის მიმართ  $M$ -ისათვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum M_{b-b} = P\left(x - \frac{L}{2}\right) - \frac{P}{2}x + M = 0 \quad \therefore M = \frac{P}{2}x + \frac{PL}{2} \quad (d)$$

ისევ შიგა განივი ძალა  $V$  მუდმივია და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  ინტერვალზე  $L/2 \leq x < L$  იცვლება წრფივად.



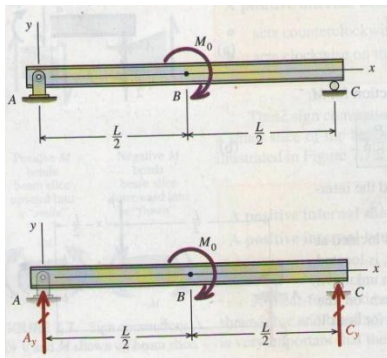
## ააგეთ ფუნქციების გრაფიკები

განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურების მისაღებად ააგეთ (a) და (b) გამოსახულებებით ფუნქციების გრაფიკები ინტერვალისთვის  $0 \leq x < L/2$  და (c) და (d) გამოსახულებებით ფუნქციების გრაფიკები ინტერვალისთვის  $L/2 \leq x < L$ .

მაქსიმალური შიგა განივი ძალის მნიშვნელობა ტოლია:  $V_{max} = \pm P/2$ , მაქსიმალური შიგა მღუნავი მომენტის მნიშვნელობა ტოლია:  $M_{max} = PL/4$ . ამ მნიშვნელობებს ისინი იღებენ  $x=L/2$ -ზე.

გაითვალისწინეთ რომ კონცენტრირებული დატვირთვა იწვევს წყვეტას მისი მოდების წერტილში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ განივი ძალების ეპიურა აკეთებს კონცენტრირებული დატვირთვის ტოლი სიდიდის „ნახტომს“. ამ შემთხვევაში „ნახტომი“ მიმართულია ზემოდან ქვემოთ რაც ემთხვევა კონცენტრირებული ძალის მოქმედების მიმართულებას.

## მაგალითი 7.2



დახაზეთ კოჭის განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები, მოცემული მარტივად დაყრდნობილი კოჭისათვის

### ამოხსნის გეგმა

მაგალით 7.1-ში აღწერილი ამოხსნის პროცესი გამოიყენება  $V$  და  $M$  ფუნქციების მისაღებად.

### ამოხსნა

### საყრდენი რეაქციები

კოჭისათვის ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა. წონასწორობის განტოლებებია:

$$\sum F_y = A_y + C_y = 0$$

$$\sum M_A = -M_0 + C_y L = 0$$

ამ განტოლებებიდან რეაქციებისთვის გვექნება

$$C_y = \frac{M_0}{L} \quad A_y = -\frac{M_0}{L}$$

$A_y$  –ის უარყოფითი მნიშვნელობა მიუთითებს რომ ეს რეაქცია მოქმედებს იმ მიმართულების საწინააღმდეგოდ რომელიც თავდაპირველად მისთვის დავნიშნეთ. შესაბამისად თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა უნდა შესწორდეს და ნაჩვენები იყოს ამ რეაქციის მიმართულება ზემოდან ქვემოთ.

ინტერვალი  $0 \leq x < L/2$  : გავკვეთოთ კოჭი A-სა და B-ს შორის ნებისმიერ  $x$  მანძილზე. აჩვენეთ უცნობი განივი ძალა  $V$  და მღუნავი მომენტი  $M$  კოჭის კვეთის კიდეზე.  $V$ -სა და  $M$ -ისთვის აირჩიეთ დადებითი მიმართულება ნახაზი 7.6-ის შესაბამისად.

ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ძალების ჯამი  $V$ -სთვის გვამღევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum F_y = -\frac{M_0}{L} - V = 0 \quad \therefore V = -\frac{M_0}{L} \quad (a)$$

მომენტების ჯამი  $b-b$  კვეთის მიმართ  $M$ -ისათვის გვამღევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum M_{x-x} = -\frac{M_0}{L}x + M = 0 \quad \therefore M = \frac{M_0}{L}x \quad (b)$$

მიღებული შედეგები მიუთითებენ რომ შიგა განივი ძალა  $V$  მუდმივია და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  იცვლება წრფივად  $0 \leq x < L/2$  უბანზე.

ინტერვალი  $L/2 \leq x < L$  : კოჭი იკვეთება  $b-b$  სიბრტყეზე, რომელიც მდებარეობს ნებისმიერ ადგილზე B-სა და C-ს შორის. ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ძალების ჯამი  $V$ -სთვის გვამღევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum F_y = -\frac{M_0}{L} - V = 0 \quad \therefore V = -\frac{M_0}{L} \quad (c)$$

მომენტების ჯამი  $b-b$  კვეთის მიმართ  $M$ -ისათვის გვამღევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum M_{b-b} = \frac{M_0}{L}x - M_0 + M = 0 \quad \therefore M = M_0 - \frac{M_0}{L}x \quad (d)$$

შიგა განივი ძალა  $V$  ისევ მუდმივია და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  იცვლება წრფივად  $L/2 \leq x < L$  უბანზე.

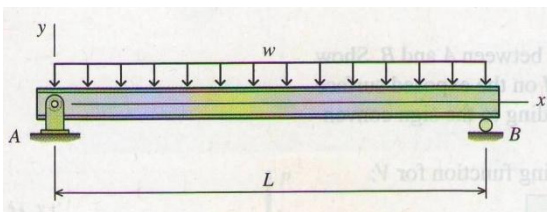
## ააგეთ ფუნქციების გრაფიკები

(a) და (b) გამოსახულებებით მოცემული ფუნქციებისათვის ინტერვალზე  $0 \leq x < L/2$  და (c) და (d) გამოსახულებებით მოცემული ფუნქციებისათვის ინტერვალზე  $L/2 \leq x < L$  ნაჩვენებია განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები.

მაქსიმალური შიგა განივი ძალის მნიშვნელობა ტოლია:  $V_{max} = -M_0/L$ , მაქსიმალური შიგა მღუნავი მომენტის მნიშვნელობა ტოლია:  $M_{max} = \pm M_0/2$ . ამ მნიშვნელობებს ისინი იღებენ  $x=L/2$ -ზე.

გაითვალისწინეთ რომ კონცენტრირებული მომენტი გავლენას არ ახდენს განივი ძალის ეპიურაზე B წერტილში. თუმცა ის წარმოქმნის წყვეტას მღუნავი მომენტის ეპიურაზე, მისი მოდების წერტილში. მღუნავი მომენტის ეპიურა აკეთებს კონცენტრირებული მომენტის ტოლი სიდიდის „ნახტომს“. საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით მოძრავი კონცენტრირებული გარე მომენტი  $M_0$  მღუნავი მომენტის ეპიურაზე, B წერტილში წარმოქმნის ნახტომს ქვემოდან ზემოთ კონცენტრირებული მომენტის ტოლი სიდიდით.

## მაგალითი 7.3



დახაზეთ კოჭის განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები, მოცემული მარტივად დაყრდნობილი კოჭისათვის

### ამოხსნის გეგმა

უძრავ-სახსროვანი საყრდენის A და მგორავი საყრდენის B რეაქციების განსაზღვრის შემდეგ, გაატარეთ კვეთი ნებისმიერ  $x$  წერტილზე და განიხილეთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, რომელზეც გამოჩნდება გაკვეთილ ზედაპირზე მოქმედი უცნობი შიგა განივი ძალა  $V$  და შიგა მღუნავი მომენტი  $M$ . ჩაწერეთ წონასწორობის განტოლებები თითოეული თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის შესაბამისად და ამოხსენით ეს ორი განტოლება ძალის გასწვრივ  $x$  მდებარეობის მიხედვით  $V$ -სა და  $M$ -ის ცვლილების მახასიათებელი ფუნქციების მისაღებად. ააგეთ ეს ფუნქციები გრაფიკულად განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურების მისაღებად.

### ამოხსნა

#### საყრდენი რეაქციები

იმის გათვალისწინებით რომ კოჭი სიმეტრიულად დაყრდნობილი და სიმეტრიულად დატვირთულია, რეაქციის ძალებიც ასევე სიმეტრიული უნდა იყოს. კოჭზე მოქმედი

ჯამური დატვირთვა ტოლია  $wL$ -ის ამიტომ ყოველი საყრდენი მოქმედებს ქვემოდან ზემოთ  $wL/2$ -ის ტოლი ძალით.

ინტერვალი  $0 \leq x < L$ : გაკვეთეთ კოჭი ნებისმიერ  $x$  მანძილზე A-სა და B-ს შორის. მიაქციეთ ყურადღება რომ თავდაპირველი განაწილებული დატვირთვა  $w$ , თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე თავიდანვე იყოს ნაჩვენები. აჩვენეთ უცნობი განივი ძალა  $V$  და მღუნავი მომენტი  $M$  კოჭის კვეთის კიდეზე.  $V$ -სა და  $M$ -ისთვის აირჩიეთ დადებითი მიმართულება ნახაზი 7.6-ის შესაბამისად.  $w$  განაწილებული დატვირთვის ტოლქმედი რომელიც მოქმედებს კოჭზე  $x$  მანძილზე ტოლი იქნება  $wx$ -ის. ტოლქმედი ძალა მოქმედებს ამ დატვირთვის შუა წერტილში (ე.ი.  $x$  სიგრძისა და  $w$  სიმაღლის მართკუთხედის სიმძიმის ცენტრში).

ვერტიკალური მიმართულებით მოქმედი ძალების ჯამი  $V$ -სთვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum F_y = \frac{wL}{2} - wx - V = 0 \quad \therefore V = \frac{wL}{2} - wx = w \left( \frac{L}{2} - x \right) \quad (a)$$

განივი ძალის ფუნქცია წრფივია (ე.ი. პირველი რიგის) და მისი დახრის კუთხე ტოლია  $-w$  (რაც არის განაწილებული დატვირთვის ინტენსივობა).

მომენტების ჯამი  $a - a$  კვეთის მიმართ  $M$ -ისათვის გვაძლევს შემდეგ ფუნქციას:

$$\sum M_{a-a} = -\frac{wL}{2}x + wx \frac{x}{2} + M = 0 \quad \therefore M = \frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2} = \frac{wx}{2}(L - x) \quad (b)$$

შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  კვადრატული ფუნქციაა (ე.ი. მეორე რიგის ფუნქცია).

### ააგეთ ფუნქციების გრაფიკები

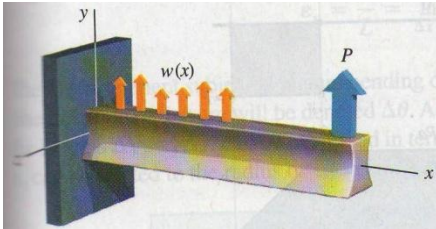
ნაჩვენებია (a) და (b) გამოსახულებების შესაბამისად აგებული განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურები.

მაქსიმალური შიგა განივი ძალის მნიშვნელობა ტოლია:  $V_{max} = \pm wL/2$  და ის მოქმედებს A-სა და B-ზე. მაქსიმალური შიგა მღუნავი მომენტის მნიშვნელობა ტოლია:  $M_{max} = wL^2/8$  და ამ მნიშვნელობებს ის იღებს  $x=L/2$ -ზე.

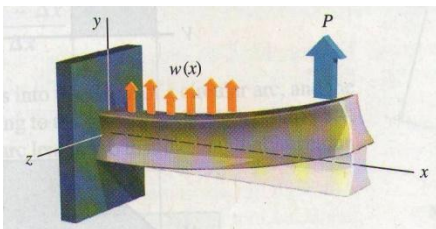
გაითვალისწინეთ რომ მღუნავი მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობისას, განივი ძალა ნულის ტოლია.

## თავი 8. ლუნვა

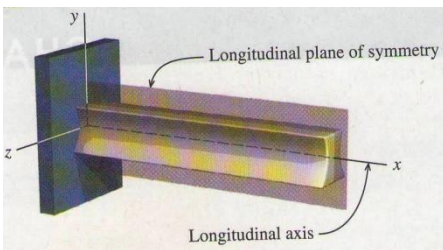
### 8.1 შესავალი



ნახ. 8.1a. კოჭზე მოდებული განივი დატვირთვა



ნახ. 8.1b. ლუნვით გამოწვეული დეფორმაცია



ნახ. 8.2a. გრძივი სიმეტრიის სიბრტყე

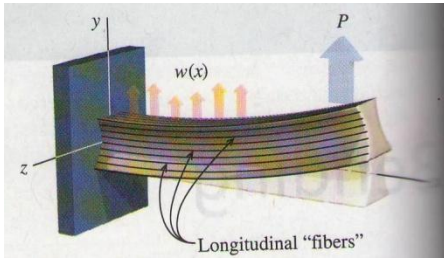
უნდა განისაზღვროს ისე რომ ელემენტის გრძივი ღერძი წარმოადგენდეს  $x$  ღერძს;  $y$  ღერძი მიმართული უნდა იყოს ვერტიკალურად ქვემოდან ზემოთ და  $z$  ღერძი ორიენტირებული უნდა იყოს ისე რომ  $x$ - $y$ - $z$  ღერძებმა შეადგინოს მარჯვენა ხელის კოორდინატთა სისტემა. ნახ. 8.1a-ზე  $x$ - $y$  სიბრტყეს უწოდებენ ლუნვის სიბრტყეს, იმდენად რამდენადაც დატვირთვაც და ელემენტის დრეკადი ხაზიც არის ერთ სიბრტყეში. ამბობენ რომ ლუნვა (ასევე უწოდებენ ჩალუნვასაც) ხდება  $z$  ღერძის გარშემო

შეიძლება ჩაითვალოს რომ კოჭი წარმოადგენს ყველაზე მეტად გავრცელებულ კონსტრუქციულ ელემენტს. რეალურ კონსტრუქციულ სისტემებსა და მექანიზმებში გვხვდება კოჭები რომელთა ზომები, ფორმები და ორიენტაცია ფართო ზღვრებში იცვლება. კოჭების ელემენტარული ძაბვების ანალიზი წარმოადგენს მასალათა მექანიკის ერთ-ერთ ყველაზე საინტერესო მხარეს.

კოჭები როგორც წესი არის გრძელი (მისივე განივკვეთის ზომებთან შედარებით), სწორი, პრიზმატული ელემენტები. ისინი მუშაობენ განივ დატვირთვებზე, რომლებიც მოქმედებენ მათი გრძივი ღერძის პერპენდიკულარულად (ნახ. 8.1a). კოჭზე მოქმედი დატვირთვები იწვევენ თავდაპირველად სწორი ელემენტების გამრუდებას (ნახ. 8.1b) რასაც ეწოდება კოჭის გაღუნული ღერძი ან დრეკადი ხაზი.

აქ ჩვენ განვიხილავთ საწყის მდგომარეობაში სწორ კოჭებს, რომლებსაც აქვთ სიმეტრიის გრძივი სიბრტყე (ნახ. 8.1a). ელემენტის განივკვეთი, საყრდენების მდებარეობა და მათზე მოქმედი დატვირთვები სიმეტრიულია ამ სიბრტყესთან მიმართებით. კოჭებისათვის გამოყენებული საკოორდინატო ღერძები





ნახ. 8.2b. გრძივი „ბოჭკოების“ ცნება

ალუმინი არ წარმოადგენს ბოჭკოვან მასალას, ტერმინოლოგია მაინც გამოყენებადია ღუნვის აღწერისა და გაგებისათვის. როგორც ნაჩვენებია ნახ. 8.2b - ზე ღუნვა იწვევს კოჭის ზედა ნაწილის ბოჭკოების დამოკლებას ან შეკუმშვას, მაშინ, როდესაც ქვედა ნაწილის ბოჭკოები დაგრძელებულია გაჭიმვით.

კოჭების მუშაობის განხილვისა და გაგებისათვის მოსახერხებელია როგორც მრავალი გრძივი ბოჭკოს ნაკრები, რომლებიც განფენილია გრძივი ღერძის პარალელურად (ან უბრალოდ კოჭის ღერძის) (ნახ. 8.2b). ეს ტერმინოლოგია წარმოიქმნა მაშინ როდესაც კოჭებისთვის ყველაზე მეტად გამოყენებადი მასალა იყო ხე, რომელიც ბოჭკოვანი მასალაა. რამდენადაც ლითონები, ისეთი როგორიც არის ფოლადი და

## სუფთა ღუნვა

სუფთა ღუნვა შეეხება მუდმივი (ე.ი. ტოლი) მომენტებით მიღებულ ჩაღუნვას. მაგალითად B და C წერტილებს შორის უბანზე მღუნავი მომენტი M მუდმივია და შესაბამისად ამბობენ რომ ამ უბანზე გვაქვს სუფთა ღუნვა. სუფთა ღუნვას ადგილი აქვს მხოლოდ იმ უბნებზე რომლებზეც განივი ძალა V ნულის ტოლია. დავუბრუნდეთ განტოლებას (7.2) რომელიც უჩვენებს რომ  $V = dM/ds$ . თუ მღუნავი მომენტი M მუდმივია  $dM/dx = 0$  რაც ნიშნავს რომ  $V=0$ . სუფთა ღუნვისას აგრეთვე იგულისხმება რომ კოჭზე არ მოქმედებს ღერძული ძალები.

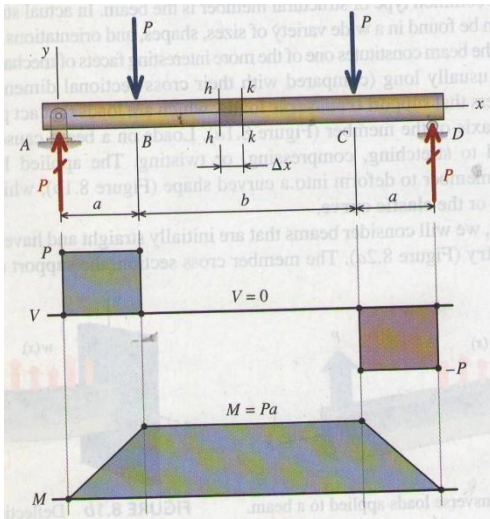
საწინააღმდეგოდ ამისა, არაერთგვაროვანი ღუნვისას განივი ძალა V ნულის ტოლი არ არის. თუ  $V \neq 0$  მაშინ  $dM/dx \neq 0$  რაც ნიშნავს რომ მღუნავი მომენტი იცვლება კოჭის მალის გასწვრივ.

მომდევნო პარაგრაფებში განიხილება ფარდობითი დეფორმაციები და ძაბვები სუფთა ღუნვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი კოჭებში. სუფთა ღუნვისთვის მიღებული შედეგები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს არაერთგვაროვანი ღუნვისთვის თუ კოჭი შედარებით გრძელია მისი განივკვეთის ზომებთან შედარებით ან სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ კოჭი მოქნილია.

## 8.2 ღუნვის ფარდობითი დეფორმაციები

სუფთა ღუნვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფ კოჭში განვითარებული ფარდობითი დეფორმაციის შესწავლისთვის, განვიხილოთ ნახ. 8.3-ზე ნაჩვენები კოჭის სეგმენტი. ეს სეგმენტი მდებარეობს h-h და k-k კვეთებს შორის, რომლის დეფორმაციაც ნაჩვენებია ძლიერ გადიდებულად. ჩათვლილია რომ კოჭი სწორხაზოვანია დეფორმაციამდე და კოჭის განივკვეთი კი უცვლელი (სხვა სიტყვებით რომ ვქვათ კოჭი პრიზმატული

ელემენტია). h-h და k-k განივკვეთები რომლებიც ბრტყელია დეფორმაციამდე, ბრტყელი რჩება დეფორმაციის შემდეგაც.

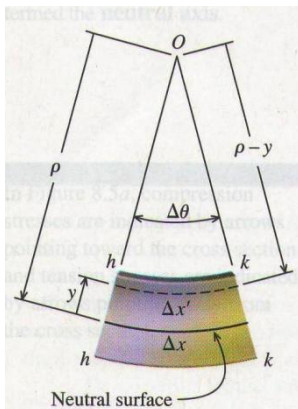


ნახ. 8.3. სუფთა ღუნვის მონაკვეთი კოჭზე

თუ კოჭი საწყისად სწორხაზოვანია, ყველა ბოჭკოს სიგრძე h-h და k-k სიბრტყეებს შორის აქვს ერთი და იგივე სიგრძე, რომელიც ტოლია  $\Delta x$ -ის. ღუნვის შემდეგ აღმოჩნდება რომ ბოჭკოები კოჭის განივკვეთის ზედა ნაწილში აღმოჩნდება დამოკლებული, ქვედა ნაწილში კი დაგრძელებული. თუმცა არსებობს ერთი ზედაპირი კოჭის ზედა და ქვედა ზედაპირებს შორის სადაც კოჭის ბოჭკოები არც დაგრძელებულია და არც დამოკლებულია. ამ ზედაპირს კოჭის ნეიტრალურ ზედაპირს უწოდებენ და ამ ზედაპირის კვეთას ნებისმიერ განივკვეთთან უწოდებენ კვეთის ნეიტრალურ სღერძს.

ნეიტრალური ზედაპირის ერთ მხარეს ყველა ბოჭკო იკუმშება, მეორე მხარეს კი იჭიმება.

სუფთა ღუნვის ზემოქმედებით კოჭი დეფორმირდება წრიული რკალის ფორმით. ამ რკალის O ცენტრს სიმრუდის ცენტრს უწოდებენ. რადიალური მანძილი სიმრუდის ცენტრიდან ნეიტრალურ ზედაპირამდე წარმოადგენს სიმრუდის რადიუსს და აღინიშნება ბერძნულ ასოთი  $\rho$  (რო).



ნახ. 8.4. ღუნვითი დეფორმაცია

განვიხილოთ გრძივი ბოჭკო რომელიც მდებარეობს ნეიტრალური ღერძიდან ზემოთ რაღაც  $y$  მანძილზე. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ  $y$  კოორდინატა ღერძის სათავე მდებარეობს ნეიტრალურ ზედაპირზე. ღუნვამდე ბოჭკოების სიგრძე შეადგენს  $\Delta x$ . ღუნვის შემდეგ ის დამოკლებდა და მისი დეფორმირებული სიგრძე გახდება  $\Delta x'$ -ის ტოლი. ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციის განტოლება (2.1)-ით მოცემული განსაზღვრიდან, ამ გრძივი ბოჭკოსთვის ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციისათვის გვექნება გამოსახულება

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x}$$

სუფთა ღუნვის ზემოქმედებით კოჭის სეგმენტი დეფორმირდება წრიული რკალის ფორმით; აღვნიშნოთ ამ რკალის შიგა კუთხე  $\Delta\theta$ -თი. ნახ. 8.4-ზე ნაჩვენები გეომეტრიის შესაბამისად  $\Delta x$  და  $\Delta x'$  სიგრძეები შეიძლება გამოისახოს რკალის სიგრძიოთ ისე რომ გრძივი ფარდობითი დეფორმაციის  $\epsilon_x$  დამოკიდებულება სიმრუდის რადიუსთან  $\rho$  ჩაიწეროს შემდეგი სახით

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{L} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\rho - \gamma)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta} = -\frac{1}{\rho}\gamma \quad (8.1)$$

განტოლება (8.1) მიუთითებს რომ ნებისმიერ ბოჭკოში განვითარებული ფარდობითი დეფორმაცია ნეიტრალური ზედაპირიდან ბოჭკოს დაცილების პირდაპირ პროპორციულია. განტოლება (8.1) ძალაშია ნებისმიერი მასალისაგან დამზადებული კოჭისათვის, იმისდა მიუხედავად არის მასალა დრეკადი თუ არადრეკადი, წრფივი ან არაწრფივი. გაითვალისწინეთ რომ აქ განსაზღვრული ფარდობითი დეფორმაციები ვითარდება  $x$  მიმართულებით, მოდებული დატვირთვა მოქმედებს  $y$  მიმართულებით, კოჭი კი იღუნება  $z$  ღერძის მიმართ.  $r$ -ს დადებითი მნიშვნელობისათვის (როგორც მოკლედ არის განსაზღვრული) უარყოფითი ნიშანი განტოლება (8.10)-ში აღნიშნავს რომ მკუმშავი ფარდობითი დეფორმაციები განვითარდება ნეიტრალური ზედაპირის ზემოთ მდებარე ბოჭკოებში (ე.ი.  $y$ -ის დადებითი მნიშვნელობები), მაშინ როდესაც გამჭიმავი ფარდობითი დეფორმაციები განვითარდება ნეიტრალური ღერძის ქვემო ბოჭკოებში (სადაც  $y$  სიდიდე უარყოფითია). გაითვალისწინეთ რომ ნიშნების წესი  $\varepsilon_x$  -ისათვის იგივეა, როგორც ეს განსაზღვრული იყო ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციებისათვის მე-2 თავში; კონკრეტულად დაგრძელება დადებითია და დამოკლება კი უარყოფითი.

სიმრუდით  $\kappa$  (ბერძნული ასო კაპა) იზომება რამდენად მკვეთრად ხდება კოჭის ღუნვა და მისი დამოკიდებულება  $r$  სიმრუდის რადიუსთან გამოისახება ფორმულით

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \quad (8.2)$$

თუ კოჭზე მოდებული დატვირთვის სიდიდე მცირეა, სიმრუდის  $r$  რადიუსი იქნება ძალიან დიდი და სიმრუდე  $\kappa$  კი ძალიან მცირე. საწინააღმდეგოდ ამისა, დიდი ჩალუნვის მქონე კოჭს ექნება სიმრუდის მცირე რადიუსი  $r$  და  $\kappa$  სიმრუდის მაღალი მნიშვნელობა. აქ გამოყენებული  $x$ - $y$ - $z$  კოორდინატა ღერძებისათვის, ნიშნის წესი  $\kappa$  სათვის განისაზღვრება ისე რომ  $\kappa$  დადებითია, თუ სიმრუდის ცენტრი კოჭს ზემოთ მდებარეობს. ნახ. 8.4-ზე ნაჩვენები კოჭის სეგმენტისათვის, სიმრუდის  $O$  ცენტრი მდებარეობს კოჭს ზემოთ; ამიტომ ამ კოჭს აქვს დადებითი სიმრუდე  $\kappa$  და განტოლება (8.2)-ის შესაბამისად სიმრუდის რადიუსი  $r$  ასევე დადებითი უნდა იყოს. რომ შევაჯამოთ ზემოთ აღნიშნული -  $\kappa$  სა და  $r$ -ს ყოველთვის აქვთ ერთი და იგივე ნიშანი. ისინი ორივე დადებითია თუ სიმრუდის ცენტრი კოჭს ზემოთ მდებარეობს და ისინი ორივე უარყოფითია თუ სიმრუდის ცენტრი კოჭს ქვემოთ მდებარეობს.

## განივი დეფორმაციები

გრძივ დეფორმაციებს  $\varepsilon_x$  კოჭებში თან სდევს პუასონის ეფექტით განპირობებული დეფორმაციები განივკვეთის სიბრტყეში (ე.ი. დეფორმაციები  $y$  და  $z$  მიმართულებებით).

იმის გათვალისწინებით რომ კოჭების უმეტესობა მოქნილია, პუასონის ეფექტით გამოწვეული დეფორმაციები  $y$ - $z$  ძალიან მცირეა. თუ კოჭის დეფორმაცია განივი მიმართულებით შეზღუდული არ არის (და ჩვეულებრივ ასეც ხდება), ნორმალური ფარდობითი დეფორმაციები  $y$  და  $z$  მიმართულებებით არ იწვევს მლუნავ დაბევს. ეს მდგომარეობა შედარებადია პრიზმატული ღეროს გაჭიმვის ან კუმშვის მდგომარეობასთან და ამიტომ სუფთა ღუნვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი კოჭის გრძივი ბოჭკოები არიან ერთდერმა დამაბულ მდგომარეობაში.

### 8.3 ნორმალური დაბევები კოჭებში

სუფთა ღუნვისას კოჭში წარმოქმნილი გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon_x$  იცვლება კოჭის ნეიტრალური ზედაპირიდან ბოჭკოს დაცილების მანძილის პროპორციულად. განივკვეთზე მოქმედი ნორმალური დაბევები  $\sigma_x$  შეიძლება განისაზღვროს კოჭის დასამზადებლად გამოყენებული მასალის დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკიდან. საინჟინრო საქმეში გამოყენებული მასალების უმეტესობისათვის, დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკი გაჭიმვისა და კუმშვისათვის დრეკად უბანზე თითქმის იგივეურია. მიუხედავად იმისა რომ არადრეკად უბანზე გრაფიკები ერთმანეთისაგან შეიძლება განსხვავდებოდეს, მრავალ შემთხვევაში შესაძლებელია ამ განსხვავების უგულებელყოფა. ამ წიგნში განხილულ კოჭებთან დაკავშირებული ამოცანებისათვის გაჭიმვისა და კუმშვის შესაბამისი დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის გრაფიკები ჩათვლილია იგივეურად.

დაბვა-ფარდობითი დეფორმაციის დამოკიდებულების უმეტესობა რომელსაც ვხვდებით საინჟინრო საქმეში წარმოადგენს წრფივ განტოლებას დრეკადი მასალისათვის, რომელიც განისაზღვრება ჰუკის კანონით  $\sigma = E\varepsilon$ . თუ მოვახდენთ (8.1) გამოსახულებით განსაზღვრული ფარდობითი დეფორმაციის კომბინირებას ჰუკის კანონთან, მაშინ ნეიტრალური ზედაპირიდან  $y$  მანძილზე ნორმალური დაბვის ცვლილება შეიძლება ჩაიწეროს გამოსახულებით:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = -\frac{E}{\rho}y = -E\kappa y \quad (8.3)$$

გამოსახულება (8.3) გვჩვენებს, რომ  $\sigma_x$  კოჭის განივკვეთზე იცვლება წრფივად ნეიტრალური ზედაპირიდან  $y$  დაცილების მიმართ. დაბვის განაწილების ეს ტიპი ნაჩვენებია ნახ. 8.5-ზე იმ მლუნავი მომენტისთვის  $M_x$  რომელიც იწვევს მკუმშავ დაბევს ნეიტრალური ზედაპირის ზემოთ და გამჭიმავ დაბევს ნეიტრალური ზედაპირის ქვემოთ.

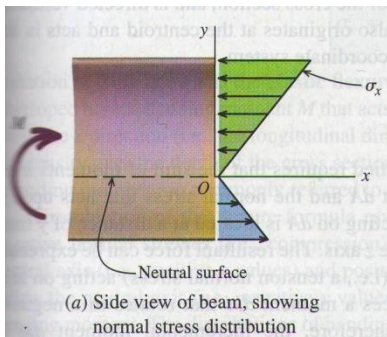
რამდენადაც (8.3) განტოლებით აღიწერება ნორმალური დაბვის ცვლილება კოჭის სიმაღლეზე, მისი გამოყენება დამოკიდებულია ნეიტრალური ზედაპირის მდებარეობის ცოდნაზე. უფრო მეტი, სიმრუდის რადიუსი  $r$  ძირითადად ცნობილი არ არის, მაშინ



როდესაც შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  ადვილად მისაღებია განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ეპიურებიდან. უფრო მეტად გამოყენებადი ურთიერთდამოკიდებულება, ვიდრე ეს არის ფორმულა (8.3)-ში, შეიძლება იყოს ისეთი, რომლითაც დამყარდება შესაბამისობა კოჭში წარმოქმნილ ნორმალურ ძაბვებსა და შიგა მღუნავ მომენტს  $M$  შორის. ორივე ეს მიზანი შეიძლება შესრულდეს განივკვეთზე მოქმედი  $\sigma_x$  ნორმალური ძაბვის ტოლქმედის განსაზღვრით.

ძირითადად კოჭში ნორმალური ძაბვების ტოლქმედი მოიცავს ორ კომპონენტს:

- (ა)  $x$  მიმართულებით (გრძივი მიმართულება) მოქმედ ტოლქმედ ძალას და
- (ბ)  $z$  ღერძის მიმართ მოქმედი ტოლქმედის მომენტს.

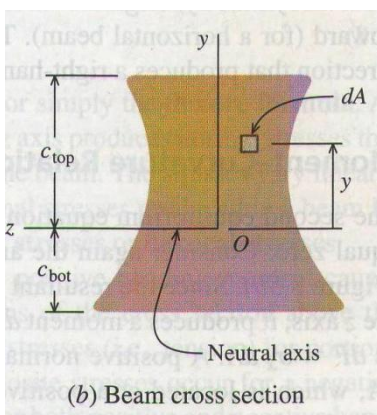


ნახ. 8.5a. ნორმალური ძაბვები წრფივად დრეკად კოჭებში

თუ კოჭი განიცდის სუფთა ღუნვის ზემოქმედებას, ტოლქმედი ძალა გრძივი მიმართულებით ტოლი უნდა იყოს ნულის. ტოლქმედი მომენტი ტოლი უნდა იყოს შიგა მღუნავი მომენტის. ძაბვის განაწილებიდან, რაც ნაჩვენებია ნახ. 8.5a-ზე, შეიძლება ჩაიწეროს წონასწორობის განტოლებები  $\sum F_x = 0$  და  $\sum M_z = 0$ . ამ ორი განტოლებიდან:

- (ა) უნდა განისაზღვროს ნეიტრალური ზედაპირის მდებარეობა და
- (ბ) დადგინდეს ურთიერთდამოკიდებულება მღუნავ მომენტსა და ნორმალურ ძაბვას შორის.

### ნეიტრალური ზედაპირის მდებარეობა



ნახ. 8.5b.

კოჭის განივკვეთი ნაჩვენებია ნახ. 8.5b-ზე. ჩვენ განვიხილავთ განივკვეთის ფართობის  $A$  მცირე  $dA$  ელემენტს. კოჭი ჩათვლილია ერთგვაროვნად და ღუნვის ძაბვები წარმოიქმნება სიმრუდის  $r$  რადიუსის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის. მანძილი  $dA$  ფართობიდან ნეიტრალურ ღერძამდე განისაზღვრება  $y$  კოორდინატით.  $dA$  ფართობზე მოქმედი ნორმალური ძაბვები წარმოქმნიან ტოლქმედ ძალას, რომელიც ჩაიწერება როგორც  $\sigma_x dA$  (გაიხსენეთ რომ ძალა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც

ძაბვისა და ფართობის ნამრავლი). იმისათვის რომ დაკმაყოფილდეს ჰორიზონტალური წონასწორობის პირობა, ყოველი  $dF$  ძალის ჯამი კოჭისათვის ნახ. 8.5a-დან ტოლი უნდა იყოს ნულის ან როგორც ეს გამოისახება მათემატიკურად



$$\sum F_x = \int dF = \int_A \sigma_x dA = 0$$

განტოლებიდან (8.3)  $\sigma_x$ -ის ჩასმით

$$\sum F_x = \int_A \sigma_x dA = - \int_A \frac{E}{\rho} y dA = - \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0 \quad (8.4)$$

(8.4) განტოლებაში დრეკადობის მოდული  $E$  არ შეიძლება ნულის ტოლი იყოს მყარი მასალისათვის. სიმრუდის რადიუსი  $r$  უსასრულობის ტოლია თუმცა ეს ნიშნავს კოჭი საერთოდ არ გაიღუნებოდა. ამდენად ნორმალური ძაბვების წონასწორობის პირობა დაკმაყოფილდება მხოლოდ მაშინ თუ

$$\int_A y dA = 0 \quad (a)$$

ეს განტოლება მიუთითებს რომ განივკვეთის ფართობის პირველი მომენტი  $z$  ღერძის მიმართ უნდა იყოს ნულის ტოლი. გაიხსენეთ სტატიკიდან რომ განივკვეთის სიმძიმის ცენტრი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ ასევე მოიცავს ფართობის პირველ მომენტს:

$$\bar{y} = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA} \quad (b)$$

(a) განტოლების (b) განტოლებაში ჩასმა გვიჩვენებს რომ წონასწორობა შეიძლება დაკმაყოფილდეს მხოლოდ თუ  $\bar{y} = 0$ ; სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ მანძილი  $\bar{y}$  ათვლილი ნეიტრალური ზედაპირიდან განივკვეთის სიმძიმის ცენტრამდე ტოლი უნდა იყოს ნულის. ამდენად სუფთა ღუნვისათვის ნეიტრალურმა ღერძმა უნდა გაიაროს განივკვეთის სიმძიმის ცენტრზე.

როგორც აღნიშნული იყო პარაგრაფ 8.1-ში ღუნვის აქ წარმოდგენილი კვლევა შეეხება კოჭებს რომელთაც აქვთ გრძივი სიმეტრიის ღერძი. შესაბამისად  $y$  ღერძმა უნდა გაიაროს სიმძიმის ცენტრზე. კოჭის კოორდინატა სისტემის სათავე  $O$  (იხილე ნახ. 8.5b) მდებარეობს განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში.  $x$  ღერძი ძვეს ნეიტრალურ სიბრტყეზე და ის ემთხვევა ელემენტის გრძივ ღერძს.  $y$  ღერძი ძვეს სიმეტრიის გრძივ სიბრტყეზე, სათავეს იღებს განივკვეთის სიმძიმის ცენტრიდან და მიმართულია ვერტიკალურად ქვემოდან ზემოთ (ჰორიზონტალური ღერძისათვის).  $z$  ღერძი ასევე სათავეს იღებს სიმძიმის ცენტრიდან და მიმართულია ისე რომ წარმოქმნას მარჯვენა ხელის კოორდინატა სისტემა.

## მომენტისა და სიმრუდის ურთიერთდამოკიდებულება

წონასწორობის მეორე განტოლების დაკმაყოფილება მოითხოვს რომ მომენტების ჯამი იყოს ნულის ტოლი. განვიხილოთ ისევ ფართობის ელემენტი  $dA$  და მასზე მოქმედი ნორმალური ძაბვა (ნახ. 8.5b). რამდენადაც  $dA$ -ზე მოქმედი ტოლქმედი  $dF$  ძალა დაცილებულია  $y$ -ით  $z$  ღერძიდან, ის წარმოქმნის  $dM$  მომენტს  $z$  ღერძის მიმართ. ტოლქმედი ძალა შეიძლება გამოისახოს როგორც  $dF = \sigma_x dA$ . დადებითი ნორმალური ძაბვა  $\sigma_x$  (ე.ი. გამჭიმავი ნორმალური ძაბვა) რომელიც მოქმედებს დადებითი  $y$ -ით განსაზღვრულ  $dA$  ფართობზე, წარმოქმნის  $dM$  მომენტს; ეს უკანასკნელი ბრუნავს  $z$  ღერძის მიმართ უარყოფითი მიმართულებით; ამდენად დიფერენციალური მომენტი  $dM$  გამოისახება როგორც  $dM = -y\sigma_x dA$ .

განიკვეთზე მოქმედი ყველა ეს დიფერენციალური მომენტი შეკრებილი შიგა მღუნავ მომენტ  $M$ -თან უნდა უდრიდეს ნულს იმისათვის რომ უზრუნველყოფილ იქნეს წონასწორობა  $z$  ღერძის მიმართ

$$\sum M_z = - \int_A y\sigma_x dA - M = 0$$

თუ  $\sigma_x$  ჩავსვამთ (8.3) განტოლებიდან მაშინ მღუნავი მომენტი  $M$  სიმრუდის რადიუსთან მიმართებაში შეიძლება ჩაიწეროს:

$$M = - \int_A y\sigma_x dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA \quad (8.5)$$

ისევ გავიხსენოთ სტატიკიდან რომ ინტეგრალს (8.5) განტოლებიდან ეწოდება განიკვეთის ფართის მეორე მომენტი ან უფრო გავრცელებული ფართობის ინერციის მომენტი:

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

ინდექსი  $z$  აღნიშნავს ფართობის ინერციის მომენტს განსაზღვრულს  $z$  ღერძის მიმართ (ე.ი. ღერძი რომლის მიმართაც მოქმედებს მღუნავი მომენტი  $M$ ). ინტეგრალი (8.5) განტოლებაში შეიზლება შეიცვალოს  $I_z$  ინერციის მომენტით

$$M = \frac{EI_z}{\rho}$$

იმისათვის რომ მივიღოთ დამოკიდებულება კოჭის სიმრუდესა და მის შიგა მღუნავ მომენტს შორის

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_z} \quad (8.6)$$

ამ განტოლებას უწოდებენ მომენტი-სიმრუდის განტოლებას. ის გვიჩვენებს რომ პირდაპროპორციულია მღუნავი მომენტის და უკუპროპორციულია  $EI_z$  სიდიდის. ეს უკანასკნელი ძირითადად ცნობილია როგორც სიხისტე ღუნვისას და განსაზღვრავს კოჭის ღუნვისადმი წინაღობას.

### ღუნვის ფორმულა

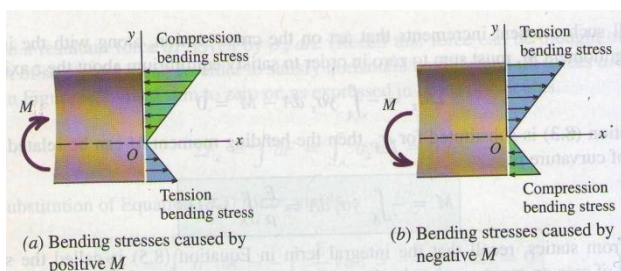
ნორმალურ ძაბვასა  $\sigma_x$  და სიმრუდეს შორის კავშირი ჩაწერილია განტოლებით (8.3) და კავშირი სიმრუდესა და მღუნავ მომენტს  $M$  შორის მოცემულია განტოლებით (8.6). შესაძლებელია ამ ორი განტოლების გაერთიანება

$$\sigma_x = -E\kappa y = -E \left( \frac{M}{EI_z} \right) y$$

იმისათვის რომ განვსაზღვროთ მღუნავი მომენტით გამოწვეული ძაბვა კოჭში

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} \quad (8.7)$$

განტოლება (8.7) ცნობილია როგორც დრეკადი ღუნვის ფორმულა ან მარტივად ღუნვის ფორმულა. როგორც აქ არის მოცემული  $z$  ღერძის მიმართ მოქმედი მღუნავი  $M$  აღძრავს ნორმალურ ძაბვებს, რომლებიც მოქმედებენ  $x$  მიმართულებით (ე.ი. კოჭის გრძივი მიმართულებით). ძაბვის ინტენსივობა წრფივად იცვლება განივკვეთის სიმაღლეზე. მღუნავი მომენტით კოჭში აღძრული ნორმალური ძაბვები იწოდება ღუნვის ძაბვებად ან მღუნავ ძაბვებად.



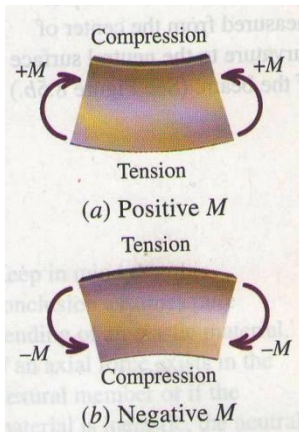
ნახ. 8.6. დამოკიდებულება მღუნავ მომენტსა  $M$  და ღუნვის ძაბვებს შორის

ღუნვის ფორმულის ანალიზი გვიჩვენებს რომ დადებითი მღუნავი მომენტი იწვევს უარყოფით ნორმალურ ძაბვებს (ე. ი. კუმშვა) ნეიტრალურ ღერძს ზემოთ (ე.ი  $y$ -ის დადებითი მნიშვნელობა) მდებარე ნაწილში და დადებით ნორმალურ ძაბვებს (ე.ი. გაჭიმვა) ნეიტრალურ ღერძს ქვემოთ (ე.ი  $y$ -ის უარყოფითი მნიშვნელობა) მდებარე ნაწილში. საწინააღმდეგო ნიშნის

ძაბვები წარმოიქმნება უარყოფითი მღუნავი მომენტისათვის. დადებითი და უარყოფითი მღუნავი მომენტით გამოწვეული მღუნავი ძაბვის განაწილება ნაჩვენებია ნახ. 8.6-ზე.

მე-7 თავში დადებითი შიგა მღუნავი მომენტი განსაზღვრული იყო როგორც მომენტი რომელიც

- საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ კოჭის მარჯვენა კიდეზე ან
- საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით კოჭის მარცხენა კიდეზე



ნიშნის აღნიშნული წესი შეიძლება შეივსოს იქნეს შიგა მღუნავი მომენტის მოქმედებით წარმოქმნილი მღუნავი ძაბვების გათვალისწინებით. ღუნვა-მომენტის ნიშნის შევსებული წესი ილუსტრირებულია ნახაზი 8.7-ზე.

**დადებითი შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  იწვევს:**

- მკუმშავ მღუნავ ძაბვებს ნეიტრალური ღერძის ზემოთ
- გამჭიმავ მღუნავ ძაბვებს ნეიტრალური ღერძის ქვემოთ და
- დადებით სიმრუდეს  $\kappa$

ნახ. 8.7. მღუნავი მომენტის ნიშნების წესი

**უარყოფითი შიგა მღუნავი მომენტი  $M$  იწვევს:**

- გამჭიმავ მღუნავ ძაბვებს ნეიტრალური ღერძის ზემოთ
- მკუმშავ მღუნავ ძაბვებს ნეიტრალური ღერძის ქვემოთ და
- უარყოფით სიმრუდეს  $\kappa$

### მაქსიმალური ძაბვები განივკვეთზე

იმის გათვალისწინებით რომ მღუნავი ძაბვა  $\sigma_x$  წრფივად იცვლება ნეიტრალური ზედაპირიდან  $y$  ის შესაბამისად [(იხილე განტოლება (8.3)], მაქსიმალური მღუნავი ძაბვა  $\sigma_{max}$  ვითარდება კოჭის ზედა ან ქვედა ზედაპირზე, იმის შესაბამისად რომელი ზედაპირი უფრო მეტად დაცილებულია ნეიტრალური ზედაპირიდან. ნახ. 8.5b-ზე დაცილება ნეიტრალური ღერძიდან განივკვეთის ზედა და ქვედა კონტურებს შორის აღნიშნულია შესაბამისად  $c_{top}$  და  $c_{bot}$ . ამ კონტექსტში  $c_{top}$  და  $c_{bot}$  წარმოადგენენ  $y$  კოორდინატის აბსოლუტურ მნიშვნელობებს კოჭის ზედა და ქვედა ზედაპირისათვის. ღუნვის ძაბვის სიდიდეები მოცემულია გამოსახულებებით

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{M c_{top}}{I_z} = \frac{M}{S_{top}} && \text{კოჭის ზედა ზედაპირისთვის} \\ \sigma_{max} &= \frac{M c_{bot}}{I_z} = \frac{M}{S_{bot}} && \text{კოჭის ქვედა ზედაპირისთვის} \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

$\sigma_x$  -ის მიმართულებას (ორივე გაჭიმვა ან კუმშვა) გვეკარნახობს მდუნავი მომენტის ნიშანი.  $S_{top}$  და  $S_{bot}$  სიდიდეებს უწოდებენ განიკვეთის წინაღობის მომენტს და ისინი განისაზღვრება როგორც:

$$S_{top} = \frac{I_z}{c_{top}} \quad S_{bot} = \frac{I_z}{c_{bot}} \quad (8.9)$$

განიკვეთის წინაღობის მომენტი მეტად მოსახერხებელი მახასიათებელია კოჭების პროექტირებისათვის იმდენად, რამდენადაც მოიცავს კოჭის განიკვეთის მახასიათებელ ორ თვისებას ერთ სიდიდეში.

ნახ. 8.5-ზე ნაჩვენები კოჭის განიკვეთი სიმეტრიულია  $y$  ღერძის მიმართ. თუ კოჭის განიკვეთი ასევე სიმეტრიულია  $z$  ღერძის მიმართ მას ორმაგად სიმეტრიულ განიკვეთს უწოდებენ. ორმაგად სიმეტრიული განიკვეთისთვის  $c_{top} = c_{bot} = c$  და მდუნავი ძაბვის სიდიდეები განიკვეთის ზედა და ქვედა კონტურზე ერთმანეთის ტოლია. ისინი მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I_z} = \frac{M}{S} \quad \text{სადაც} \quad S = \frac{I_z}{c} \quad (8.10)$$

ისევ, განტოლება (8.10) გვაძლევს ძაბვის მხოლოდ სიდიდეს.  $\sigma_x$  -ის მიმართულებას (გაჭიმვა თუ კუმშვა) განსაზღვრავს მდუნავი მომენტის მიმართულება.

### არაერთგვაროვანი ღუნვა

წინამდებარე ანალიზში ჩათვლილი იყო რომ მოქნილ, ერთგვაროვან, პრიზმატულ კოჭზე მოქმედებდა სუფთა ღუნვა. თუ კოჭი განიცდის არაერთგვაროვანი ღუნვის ზემოქმედებას, რომელსაც ადგილი აქვს გადამჭრელი  $V$  განივი ძალის არსებობისას ადგილი აქვს განიკვეთის გვერდით გადაცერებას/დეფორმაციას. ეს უკანასკნელი გარემოება წინააღმდეგობაში მოდის საწყის დაშვებასთან ბრტყელი განიკვეთის ღუნვის შემდეგაც ასეთად დარჩენის შესახებ. თუმცა გადაცერება/დეფორმაცია გამოწვეული გადამჭრელი განივი ძალით ჩვეულებრივ კოჭებში უმნიშვნელოა და შესაძლებელია მისი ეფექტის უგულებელყოფა. ამიტომაც ამ პარაგრაფში მიღებული განტოლებები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ღუნვის ძაბვის განსაზღვრისათვის არაერთგვაროვანი ღუნვის ზემოქმედების პირობებში.

### რეზიუმე

ღუნვის ძაბვები კოჭებში განისაზღვრება წარმოდგენილი სამეტაპიანი პროცესით:

**ეტაპი 1 - განისაზღვრება შიგა მდუნავი მომენტი  $M$ :** შესაძლოა მდუნავი მომენტი იყოს მოცემული, მაგრამ უმეტეს შემთხვევაში ის განისაზღვრება განივი ძალისა და მდუნავი მომენტის ეპიურების აგებით



**ეტაპი 2 - განივკვეთის მახასიათებლების განსაზღვრა:** თავდაპირველად უნდა განისაზღვროს სიმბიმის ცენტრის მდებარეობა, რამდენადაც ის სუფთა ღუნვისას ნეიტრალური ზედაპირის განმსაზღვრელია. ამის შემდეგ განსაზღვრულ უნდა იქნეს განივკვეთის ინერციის მომენტი მღუნავი  $M$  მომენტის შესაბამისი ცენტრალური ღერძის მიმართ. თუ მღუნავი მომენტი მოქმედებს  $z$  ღერძის მიმართ, საჭიროა განისაზღვროს ინერციისც მომენტი  $z$  ღერძის მიმართ. საბოლოოდ მღუნავი ძაბვები განივკვეთში იცვლება მისი სიმაღლის შესაბამისად. ამიტომ უნდა განისაზღვროს  $y$  კოორდინატი რომლისთვისაც ვანგარიშობთ ძაბვებს.

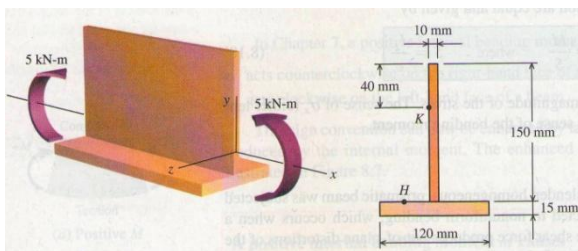
**ეტაპი 3 - ღუნვის ფორმულით მღუნავი ძაბვების განსაზღვრა:** მღუნავი ძაბვების მისაღებად გვაქვს ორი გამოსახულება:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} \quad (8.7)$$

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I_z} = \frac{M}{S} \quad (8.10)$$

ორივე ამ განტოლებას ხშირად უწოდებენ ღუნვის ფორმულას. პირველი ფორმა უფრო მეტად გამოყენებადია კოჭის ზედა და ქვედა ზედაპირისაგან განსხვავებულ დონეებზე ძაბვების განსაზღვრისათვის. განტოლების ამ ფორმის გამოყენება მოითხოვს  $M$ -ისა და  $y$ -ისათვის ნიშნის წესის გასაკუთრებული სიფრთხილით დაცვას. მეორე ფორმა უფრო მეტად გამოყენებადია მღუნავი ძაბვის მაქსიმუმის განსაზღვრისათვის. თუ მნიშვნელოვანია იმის განსაზღვრა მღუნავი ძაბვა გამჭიმავია თუ მკუმშავი, ეს კეთდება შიგა მღუნავი მომენტის  $M$  მიმართულების მიხედვით

### მაგალითი 8.1



გადაბრუნებული ტესტური განივკვეთის მქონე კოჭზე მოდებულია  $M_z = 5$  კნ მ სიდიდის მღუნავი მომენტი. კოჭის განივკვეთის ზომები ნაჩვენებია ნახაზზე. განსაზღვრეთ:

(ა) სიმბიმის ცენტრის მდებარეობა, ინერციის მომენტი  $z$  ღერძის მიმართ და განივკვეთის წინაღობის მომენტი  $z$  ღერძის მიმართ

(ბ) მღუნავი ძაბვები H და K წერტილებში. მიუთითეთ ძაბვები გამჭიმავია თუ მკუმშავი

(გ) კვეთში განვითარებული მაქსიმალური მღუნავი ძაბვა. მიუთითეთ ძაბვა გამჭიმავია თუ მკუმშავი.

### ამოხსნის გეგმა

მლუნავი მომენტი ადრული ნორმალური ძაბვები განისაზღვრება ღუნვის ფორმულით (8.7). ამ ფორმულის გამოყენებამდე უნდა განვსაზღვროთ კოჭის განიკვეთის მახასიათებლები. მლუნავი მომენტი მოქმედებს ცენტრალური  $z$  ღერძის მიმართ ამიტომ უნდა განისაზღვროს სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა  $y$ -ის მიმართულებით. ამის შემდეგ განისაზღვრება განიკვეთის ინერციის მომენტი  $z$  ღერძის მიმართ. მას შემდეგ, რაც გვეცოდინება სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა და ცენტრალური ღერძის მიმართ ინერციის მომენტის მნიშვნელობა, მლუნავი ძაბვები განისაზღვრება ღუნვის ფორმულით

### ამოხსნა

(ა) სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა კორიზონტალური მიმართულებით შეიძლება განისაზღვროს მხოლოდ სიმეტრიის გამოყენებით. სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა  $y$  მიმართულებით უნდა განისაზღვროს გადაბრუნებული ტესტური განიკვეთისათვის. თავდაპირველად ტესტური ფორმა იშლება ორ სწორკუთხა ფორმებად (1) და (2) და განისაზღვრება თითოეულის ფართობი  $A_i$ . გაანგარიშების პროცესისათვის ხდება ათვილს ღერძის თავისუფალი შერჩევა. ამ მაგალითში ათვილის ღერძი მდებარეობს ტესტური განიკვეთის ქვედა ზედაპირზე. განისაზღვრება  $y_i$  მანძილი ვერტიკალური მიმართულებით ათვილის ღერძიდან ორივე სწორკუთხედის  $A_i$ . განიკვეთის სიმძიმის ცენტრამდე და იანგარიშება ნამრავლი  $y_i A_i$  (ფართობის პირველი მომენტი). სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა  $\bar{y}$  ათვილის ღერძიდან განისაზღვრება ფართობის პირველი მომენტების  $y_i A_i$  ჯამის გაყოფით  $A_i$  ფართობების ჯამზე. გადმობრუნებული ტესტური განიკვეთისათვის ჩატარებული გაანგარიშებები თავმოყრილია აქვე მოცემულ ცხრილში.

	$A_i$ მმ <sup>2</sup>	$y_i$ მმ	$y_i A_i$ მმ <sup>3</sup>
(1)	1500	90	135000
(2)	1800	75	13500
	3300		148500

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} = \frac{148500 \text{ მმ}^3}{3300 \text{ მმ}^2} = 45 \text{ მმ}$$

გადმობრუნებული ტესტური კვეთისთვის  $z$  ცენტრალური ღერძი მდებარეობს ათვილის ღერძიდან 45მმ-ით ზემოთ

შიგა მღუნავი მომენტი მოქმედებს  $z$  ცენტრალური ღერძის მიმართ შესაბამისად გადმობრუნებული ტესებრი კვეთისთვის ინერციის მომენტი უნდა განისაზღვროს იმავე ღერძისათვის. იმის გათვალისწინებით რომ (1) და (2) ფართების სიმძიმის ცენტრები არ ემთხვევა მთლიანი განივკვეთის ცენტრალურ ღერძს, გადმობრუნებული ტესებრი კვეთის ინერციის მომენტის განსაზღვრისათვის გამოყენებულ უნდა იქნეს პარალელური ღერძების თეორემა.

დასაწყისისთვის უნდა განისაზღვროს ორივე მართკუთხა ფორმის ინერციის მომენტი  $I_z$  თავიანთი ცენტრალური ღერძების მიმართ. მაგალითად ფართი (1)-ის ინერციის მომენტი ამავე ფართის ცენტრალური  $z$  ღერძის მიმართ განისაზღვრება როგორც  $I_{c1} = bh^3/12 = (10\text{მმ})(150\text{მმ})^3/12 = 2812500\text{მმ}^4$ . შემდეგ, უნდა განისაზღვროს  $d_i$  მანძილი გადმობრუნებული ტესებრი განივკვეთის  $z$  ცენტრალურ ღერძსა და  $A_i$  ფართობის  $z$  ცენტრალურ ღერძს შორის.  $d_i$  აგვყავს კვადრატში და ვამრავლებთ  $A_i$ -ზე. შედეგს ვუმატებთ  $I_{c1}$ -ს, რაც გვაძლევს თითოეული მართკუთხა ფორმის ინერციის მომენტს გადმობრუნებული ტესებრი განივკვეთის  $z$  ცენტრალურ ღერძის მიმართ. ცენტრალური ღერძის მიმართ განივკვეთის ინერციის მომენტის მისაღებად, შედეგები თითოეული  $A_i$ -სათვის იკრიბება. გაანგარიშების დასრულებული პროცესი ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემულ ცხრილში

	$I_{c1}$ მმ <sup>4</sup>	$ d_i $ მმ	$d_i^2 A_i$ მმ <sup>4</sup>	$I_z$ მმ <sup>4</sup>
(1)	2812500	45,0	3037500	5850000
(2)	33750	37,5	2531250	2565000
				8415000

განივკვეთის ინერციის მომენტი  $z$  ცენტრალურ ღერძის მიმართ არის  $I_z=8415000\text{მმ}^4$

იმის გათვალისწინებით რომ განივკვეთი არასიმეტრიულია  $z$  ცენტრალურ ღერძის მიმართ შესაძლებელია წინაღობის ორი მომენტი [იხილე განტოლება (8.9)]. მანძილი  $z$  ღერძიდან განივკვეთის ზედა კონტურამდე აღვნიშნოთ  $c_{top}$ . ამ სიდიდისთვის წინაღობის მომენტი იანგარიშება

$$S_{top} = \frac{I_z}{c_{top}} = \frac{8415000\text{მმ}}{120\text{მმ}} = 70136\text{მმ}^3$$

მანძილი  $z$  ღერძიდან განივკვეთის ქვედა კონტურამდე აღვნიშნოთ  $c_{bot}$ . ამ სიდიდისთვის წინაღობის მომენტი იანგარიშება

$$S_{bot} = \frac{I_z}{c_{bot}} = \frac{8415000\text{მმ}}{45\text{მმ}} = 187000\text{მმ}^3$$

საძიებო წინაღობის მნიშვნელობა იქნება მიღებული ორი სიდიდიდან უმცირესი. შესაბამისად გვექნება

$$S=70125\text{მ}^3$$

რატომ ვირჩევთ წინაღობის მომენტის უმცირეს მნიშვნელობას? ღუნვის მაქსიმალური ძაბვები განსაზღვრება წინაღობის მომენტის გამოყენებით ღუნვის შემდეგი ფორმულიდან [იხილე ფორმულა (8.10)]:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{S}$$

წინაღობის მომენტი მოცემულია ფორმულის მნიშვნელში; შესაბამისად არსებობს უკუპროპორციული დამოკიდებულება წინაღობის მომენტსა და ღუნვის ძაბვას შორის. S-ის მცირე სიდიდეს შეესაბამება ღუნვის ძაბვის დიდი მნიშვნელობა.

(ბ) იმის გათვალისწინებით რომ უკვე განსაზღვრული გვაქვს სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა და ცენტრალური ღერძის მიმართ ინერციის მომენტი, ღუნვის ფორმულა [განტოლება (8.7)] ახლა შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ღუნვის ძაბვების განსაზღვრისათვის y კოორდინატის ნებისმიერი მდებარეობის პირობებში (გაიხსენეთ რომ y კოორდინატა ღერძს სათავე აქვს სიმძიმის ცენტრში). H წერტილი მდებარეობს y=-30მმ-ზე. შესაბამისად ღუნვის ძაბვისთვის H წერტილში გვექნება:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} = -\frac{(5\text{კნმ})(-30\text{მმ})(1000\text{ფ/კნ})(1000\text{მმ/მ})}{8415000\text{მ}^4} = 17,83 \text{ მპა} = 17,83 \text{ მპა (გაჭიმვა)}$$

K წერტილი მდებარეობს y=+800მმ-ზე. შესაბამისად ღუნვის ძაბვისთვის K წერტილში გვექნება:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} = -\frac{(5\text{კნმ})(80\text{მმ})(1000\text{ფ/კნ})(1000\text{მმ/მ})}{8415000\text{მ}^4} = -47,5 \text{ მპა} = 47,5 \text{ მპა (კუმშვა)}$$

(გ) მიუხედავად კონკრეტული განივკვეთის გეომეტრიისა, ნებისმიერ კოჭში უდიდესი მღუნავი ძაბვები ჩნდება კოჭის ზედა ან ქვედა ზედაპირზე. თუ განივკვეთი არასიმეტრიულია ღუნვის ღერძის მიმართ მაშინ ღუნვის ძაბვის უდიდესი მნიშვნელობა (ნებისმიერი მოცემული მომენტისათვის) აღმოჩნდება ნეიტრალური ღერძიდან უშორეს ზედაპირზე ან სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ უდიდესი y კოორდინატის მქონე წერტილში. გადმოზრუნებული ტესტები განივკვეთისათვის უდიდესი მღუნავი ძაბვები იქნება ზედა ზედაპირზე:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} = -\frac{(5\text{კნმ})(120\text{მმ})(1000\text{ფ/კნ})(1000\text{მმ/მ})}{8415000\text{მ}^4} = -73,3 \text{ მპა} = 73,3 \text{ მპა (კუმშვა)}$$

წინაღობის მომენტი ასევე შეიძლება გამოყენებულ იქნეს (8.10) განტოლებაში მაქსიმალური მღუნავი ძაბვების განსაზღვრისათვის

$$\sigma_x = \frac{M}{S} = -\frac{(5350)(10005/35)(100000/0)}{7012500^4} = -73,3 \text{ მპა} = 73,3 \text{ მპა (კუმბვა)}$$

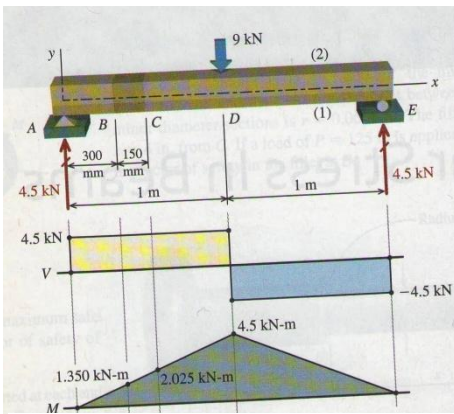


## თავი 9. მხები ძაბვები კოჭებში

### 9.1 შესავალი

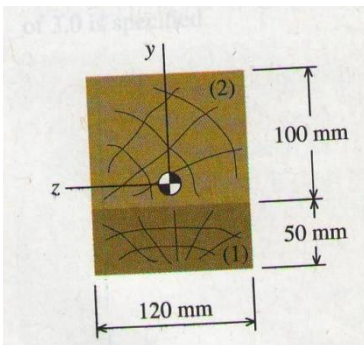
სუფთა მლუნავი ზემოქმედების ქვეშ მყოფ კოჭებში ვითარდება მხოლოდ გაჭიმვისა და კუმშვის ნორმალური ძაბვები. თუმცა უმეტეს შემთხვევებში კოჭზე მოდებული დატვირთვები წარმოქმნიან არაერთგვაროვან ღუნვას; ეს ნიშნავს რომ შიგა მლუნავი მომენტებთან ერთად მოქმედებენ განივი ძალები. როგორც არაერთგვაროვანი მლუნავი შედეგი ნორმალურ ძაბვებთან ერთად კოჭში წარმოიქმნება მხები ძაბვები. ამ თავში განხილული იქნება არაერთგვაროვანი მლუნავი შედეგად წარმოქმნილი მხები ძაბვების განსაზღვრის მეთოდი.

### 9.2 მლუნავი ძაბვებისაგან წარმოქმნილი ტოლქმედი ძალები



ნახ. 9.1. მარტივად დაყრდნობილი კოჭი კონცენტრირებული ძალით მალის შუაწერტილში

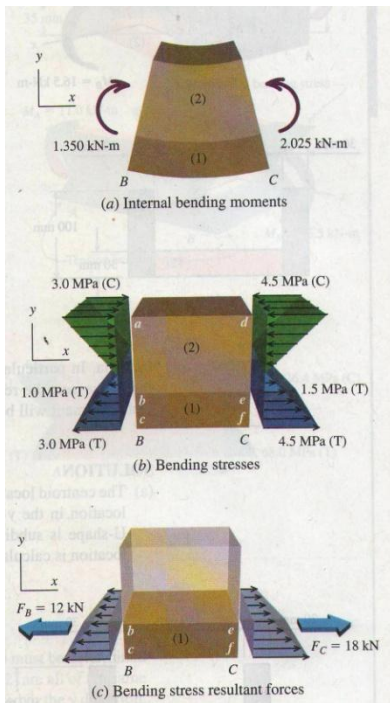
კოჭის მხები ძაბვების აღმწერი განტოლების მიღებამდე, სასარგებლოა მლუნავი ძაბვებით კოჭის განივკვეთის უბანზე ტოლქმედი ძალების წარმოქმნის უფრო დეტალურად განხილვა. განვიხილოთ ნახ. 9.1-ზე ნაჩვენები მარტივად დაყრდნობილი კოჭი, რომლის 2მ სიგრძის მალის შუაწერტილში მოქმედებს კონცენტრირებული ძალა  $P=9000\text{N}$ . აღნიშნული კოჭისთვის ნაჩვენებია დატვირთვის შესაბამისი განივი ძალისა და მლუნავი მომენტის ეპიურები.



ნახ. 9.2. კოჭის განივკვეთის ზომები

კვლევისთვის განვიხილავთ კოჭის 150მმ-იან BC სეგმენტს, რომელიც მდებარეობს მარცხენა საყრდენიდან 300მმ დაცილებით, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 9.1. კოჭი შედგება ხის ორი ფიცრისაგან, რომელთაც ერთი და იგივე დრეკადობის მოდული აქვთ. ქვედა ფიცარი აღნიშნულია როგორც ელემენტი (1), ზედა ფიცარი კი როგორც ელემენტი (2). განივკვეთის ზომები ნაჩვენებია ნახ. 9.2-ზე. ამ კვლევის მიზანია განისაზღვროს ელემენტი (1)-ის B და C კვეთებში მოქმედი ძალები.

მლუნავი მომენტის ეპიურის შესაბამისად მლუნავი მომენტის მნიშვნელობები B და C კვეთებში ტოლია შესაბამისად  $M_b=1,350\text{კნ მ}$  და  $M_c=2,025\text{მ}$ . ორივე მომენტი დადებითია; ამდენად კოჭი დეფორმირდება ისე როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 9.3a-ზე. მკუმშავი ნორმალური ძაბვები წარმოიქმნება



ნახ. 9.3. კოჭის BC მონაკვეთზე მოქმედი მომენტები, ძაბვები და ძალები

კოჭის განივკვეთის ზედა ნაწილში, გამჭიმავი კი ქვედა ნაწილში. მღუნავი ძაბვის განაწილება განივკვეთის სიმაღლეზე აღნიშნული ორი უბნისათვის შეიძლება განისაზღვროს მღუნავი ფორმულიდან  $z$  ცენტრალური ღერძის მიმართ ინერციის მომენტის მნიშვნელობის ( $I_z = 33750000\text{მმ}^4$ ) გამოყენებით. მღუნავი ძაბვების განაწილება ნაჩვენებია ნახ. 9.3b-ზე.

ელემენტი (1)-ზე მოქმედი ძალის განსაზღვრელად ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ იმ ნორმალურ ძაბვებს რომლებიც მოქმედებენ b და c წერტილებს შორის (B განივკვეთზე) და e და f წერტილებს შორის (C განივკვეთზე). B-ზე მღუნავი ძაბვები იცვლება 1,0მპა-დან (გაჭიმვა) b-ზე 3,0მპა-მდე (გაჭიმვა) c-ზე. C -ზე მღუნავი ძაბვები იცვლება 1,5მპა-დან (გაჭიმვა e-ზე 3,0მპა-მდე (გაჭიმვა) f -ზე.

ნახ. 9.2-დან ელემენტი (1)-ის განივკვეთის ფართობი

$$A_1 = (50\text{მმ})(120\text{მმ}) = 6000\text{მმ}^2$$

განივკვეთ B-ზე მოქმედი ტოლქმედი ძალის განსაზღვრისათვის, ძაბვის განაწილება იყოფა ორ კომპონენტად: თანაბრადგანაწილებული უბანი სიდიდით 1,0მპა და სამკუთხა უბანი, მაქსიმალური ინტენსივობით (3,0მპა-1,0მპა)=2,0მპა. ასეთი მიდგომით ელემენტი (1)-ის B კვეთში მოქმედი ტოლქმედი ძალა განისაზღვრება როგორც:

$$\text{ტოლქმედი } F_B = (1,0\text{ნ/მმ}^2)(6000\text{მმ}^2) + (1/2)(2,0\text{ნ/მმ}^2)(6000\text{მმ}^2) = 12000\text{ნ} = 12\text{კნ}$$

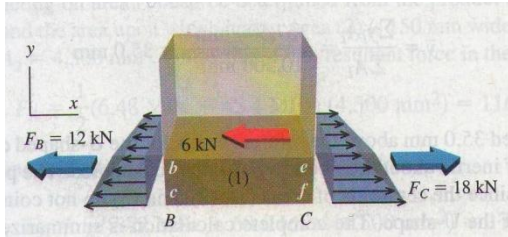
იმის გათვალისწინებით რომ მღუნავი ძაბვები გამჭიმავია, ტოლქმედი ძალა გამჭიმავად მოქმედებს B კვეთზე.

მსგავსად ზემოთ აღწერილისა ძაბვის განაწილება C კვეთზე შეიძლება დაიშალოს ორ მდგენელად: თანაბრადგანაწილებული უბანი სიდიდით 1,5მპა და სამკუთხა უბანი, მაქსიმალური ინტენსივობით (4,5მპა-1,5მპა)=3,0მპა. ელემენტი (1)-ის C კვეთში მოქმედი ტოლქმედი ძალა განისაზღვრება როგორც:

$$\text{ტოლქმედი } F_C = (1,5\text{ნ/მმ}^2)(6000\text{მმ}^2) + (1/2)(3,0\text{ნ/მმ}^2)(6000\text{მმ}^2) = 18000\text{ნ} = 18\text{კნ}$$

მღუნავი ძაბვებით მიღებული ტოლქმედი ძალები ელემენტ (1)-ზე ნაჩვენებია ნახ. 9.3c-ზე. მიაქციეთ ყურადღება იმას რომ ტოლქმედი ძალები ერთმანეთის ტოლი არ არის. რატომ არ არის ეს ტოლქმედი ძალები სიდიდით ერთმანეთის ტოლი? ტოლქმედი ძალა C კვეთზე მეტია B კვეთზე მოქმედ ტოლქმედ ძალაზე იმიტომ რომ შიგა მღუნავი

მომენტი  $M_c$  მეტია  $M_B$ -ზე. ტოლქმედი ძალები  $F_B$  და  $F_C$  ერთმანეთის ტოლი იქნება მხოლოდ მაშინ როდესაც მღუნავი მომენტები B და C კვეთებში ერთმანეთის ტოლი იქნება. არის თუ არა კოჭის ელემენტი (1)-ის BC სეგმენტი წონასწორობაში? კოჭის ეს ნაწილი წონასწორობაში არ არის იმიტომ რომ  $\sum F_x \neq 0$ . რა დამატებითი ძალა მოითხოვება წონასწორობის პირობის დასაკმაყოფილებლად? დამატებით საჭიროა ნკნ-ის ტოლი ძალა ჰორიზონტალური მიმართულებით, რომ დაკმაყოფილდეს წონასწორობის პირობა ელემენტი (1)-ისათვის. სად უნდა იყოს მოდებული დამატებითი ძალა? ყველა ნორმალური ძაბვა რომლებიც მოქმედებენ ორ ვერტიკალურ სიბრტყეზე (b-c და e-f) განხილული იქნა  $F_B$ -სა და  $F_C$ -ს გაანგარიშებისას. c-f ჰორიზონტალური



ნახ. 9.4. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ელემენტი (1)-ისათვის

სიბრტყის ქვედა ძირი წარმოადგენს თავისუფალ ზედაპირს, რომელზეც არანაირი ძაბვები არ მოქმედებენ. ამიტომ ნკნ დამატებითი ჰორიზონტალური ძალა რომელიც საჭიროა წონასწორობის პირობის უზრუნველსაყოფად, მოდებულ უნდა იყოს b-d ჰორიზონტალურ b-e ზედაპირზე, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 9.4-ზე. რა სახელწოდებით შეიძლება მოიხსენიებოდეს ის ძალა რომელიც მოქმედებს მისივე მოქმედების

პარალელურ სიბრტყეზე? b-e ზედაპირზე მოქმედი ნკნ-ის ტოლ ჰორიზონტალურ ძალას განივ ძალას უწოდებენ. გაითვალისწინეთ რომ ნკნ სიდიდის ძალა მოქმედებს იმავე მიმართულებით, რა მიმართულებითაც მოქმედებს მღუნავი ძაბვების ტოლქმედი - x ღერძის პარალელურად.

რა დასკვნების გამოტანა შეიძლება ამ მარტივი კვლევიდან? კოჭის იმ ძალებში, რომლებშიც შიგა მღუნავი მომენტი არ არის მუდმივი, ცალკეული მონაკვეთების განივკვეთებზე მოქმედი ტოლქმედი ძალები სიდიდით ერთმანეთის ტოლი არ არის. ამ მონაკვეთების წონასწორობის უზრუნველყოფა დაკმაყოფილდება მხოლოდ დამატებითი განივი ძალით, რომელიც კოჭში წარმოიქმნება.

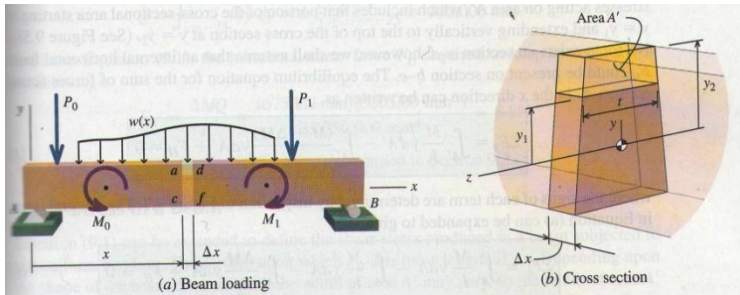
მომდევნო პარაგრაფებში აღმოვაჩინოთ რომ წონასწორობის პირობის დასაკმაყოფილებლად საჭირო შიგა განივი ძალების წარმოქმნის ორი გზა არსებობს. შიგა განივი ძალა შეიძლება იყოს კოჭში განვითარებული მხები ძაბვების ტოლქმედი ან ის შეიძლება წარმოქმნას ინდივიდუალურმა სამაგრებმა, მაგალითად ჭანჭიკებმა, ლურსმნებმა, ხრახნებმა.

### 9.3 მხები ძაბვის ფორმულა

ამ ნაწილში განხილული იქნება ერთგვაროვანი წრფივი-დრეკადი მასალისგან დამზადებული პრიზმული კოჭის მხები ძაბვის განსაზღვრის მეთოდი. განვიხილოთ 9.5a ნახ.-ზე წარმოდგენილი კოჭი, რომელიც განიცდის სხვადასხვა დატვირთვას.

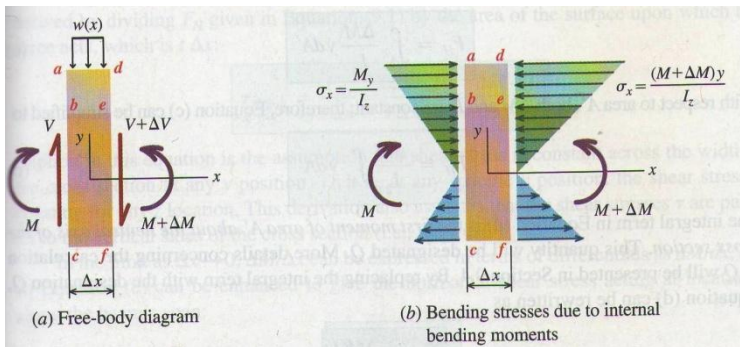


9.5b ნახ.-ზე ნაჩვენებია კოჭის განივი კვეთი. ამ შემთხვევაში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს განივი კვეთის იმ ნაწილს, რომელიც აღნიშნულია  $A'$ .



ნახ. 9.5. პრიზმული კოჭი არათანაბარი მლუნავი ზემოქმედების ქვეშ

- a - კოჭის დატვირთვა
- b - განივი კვეთი



ნახ. 9.6. კოჭის მონაკვეთის თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა

- a - თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა
- b - შიდა მლუნავი მომენტებით გამოწვეული მლუნავი ძაბვა

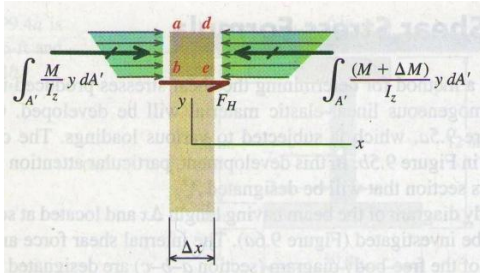
წონასწორობაზე  $x$  მიმართულებით და შესაძლებელია ქვემოთ წარმოდგენილ ანალიზში მათი გამოტოვება.

ნორმალური ძაბვა, რომელიც მოქმედებს თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე (იხ. ნახ. 9.6b) შეიძლება განისაზღვროს ლუნავის ფორმულის საშუალებით. თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემის მარცხენა მხარეს მლუნავი ძაბვა, გამოწვეული შიდა მლუნავი  $M$  მომენტით, გამოისახება როგორც  $My/I_z$ . მარჯვენა მხარეს კი შიდა მლუნავი მომენტი  $M+\Delta M$  ქმნის მლუნავ ძაბვას, გამოისახულს როგორც  $(M+\Delta M)y/I_z$ . მლუნავი ძაბვის ნიშნები განისაზღვრება შემოწმებით. ნეიტრალური ღერძის ზემოთ შიდა მლუნავი მომენტები წარმოქმნის კუმშვის ნორმალურ ძაბვებს, რომლებიც ზემოქმედებს თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე ნაჩვენები მიმართულებით.

თუ კოჭი წონასწორობაშია, მაშინ კოჭის ნებისმიერი მონაკვეთი, რომელსაც ჩვენ ავირჩევთ განსახილველად, ასევე უნდა იყოს წონასწორობაში. ჩვენ განვიხილავთ თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის ნაწილს, რომელიც ნაჩვენებია 9.6 ნახ.-ზე.

განხილული იქნება კოჭის თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, რომლის სიგრძე არის  $\Delta x$  და მდებარეობს რაღაც  $x$  მანძილზე კოორდინატთა სათავიდან (იხ. ნახ. 9.6a). შიდა განივი ძალა და მლუნავი მომენტი თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის მარცხენა მხარეს (ნაწილი  $a-b-c$ ) აღნიშნულია, როგორც  $V$  და  $M$  შესაბამისად. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემის მარჯვენა მხარეს (ნაწილი  $d-e-f$ ), შიდა მხევი ძალა და მლუნავი მომენტი მცირედ განსხვავებულია:  $V+\Delta V$  და  $M+\Delta M$ . აქ განხილული იქნება წონასწორობა ჰორიზონტალური  $x$  მიმართულებით. შიდა განივი ძალები  $V$  და  $V+\Delta V$  და განაწილებული დატვირთვა  $w(x)$  მოქმედებს ვერტიკალური მიმართულებით. შესაბამისად, ისინი ვერ ახდენს გავლენას

ის იწყება  $b-e$  ( $y=y_1$ ) მონაკვეთიდან და გრძელდება ნეიტრალური ღერძიდან (ამ შემთხვევაში ზევითკენ) განივი კვეთის გარე საზღვრისკენ ( $y=y_2$ ). ეს არის განივი კვეთის ნაწილი, რომელიც მონიშნულია, როგორც  $A'$  9.5b ნახ.-ზე.  $A'$  ფართობის თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა ნაჩვენებია 9.7 ნახ.-ზე.



ნახ. 9.7. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა  $A'$  ფართობზე (პროფილის ხედი)

ტოლქმედი ძალა  $a-b$  და  $d-e$  მონაკვეთებზე შეიძლება დადგენილი იქნეს ნორმალური ძაბვის ინტეგრირებით  $A'$  ფართობზე. ეს ფართობი მოიცავს განივი კვეთის იმ ნაწილს, რომელიც იწყება  $y=y_1$ -დან და გრძელდება ვერტიკალურად განივი კვეთის ზედა ნაწილისკენ  $y=y_2$  (იხ. ნახ. 9.5b).  $a-d$

მონაკვეთზე ძალები არ მოქმედებს. მიუხედავად ამისა, ჩვენ უნდა ვივარაუდოთ, რომ  $b-e$  მონაკვეთზე შეიძლება მოქმედებდეს შიდა ჰორიზონტალური  $F_H$  ძალა. წონასწორობის განტოლება  $A'$  -ზე

მოქმედი ძალების ჯამისთვის შეიძლება გამოიხატოს შემდეგნაირად:

$$\sum F_x = \int_{A'} \frac{M}{I_z} y dx' - \int_{A'} \frac{(M - \Delta M)}{I_z} y dA' + F_H = 0 \quad (a)$$

სადაც ყოველი მდგენელისთვის ნიშანი დგინდება ნახ. 9.7-ის მიხედვით. ინტეგრალქვეშა გამოსახულება (a) ფორმულაში შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\sum F_x = \int_{A'} \frac{M}{I_z} y dx' - \int_{A'} \frac{M}{I_z} y dA' - \int_{A'} \frac{\Delta M}{I_z} y dA' + F_H = 0 \quad (b)$$

წევრების შეკვეცითა და ინტეგრირებით მივიღებთ

$$F_H = \int_{A'} \frac{\Delta M}{I_z} y dA' = 0 \quad (c)$$

$A'$  ფართის მიმართ  $\Delta M$  და  $I_z$  მუდმივი სიდიდეებია; ამიტომ (c) გამოსახულება შეიძლება გამარტივდეს შემდეგი სახით:

$$F_H = \frac{\Delta M}{I_z} \int_{A'} y dA' = 0 \quad (d)$$

(d) განტოლებაში მოცემული ინტეგრალქვეშა გამოსახულება წარმოადგენს  $A'$  ფართის პირველ მომენტს განივი კვეთის ნეიტრალური ღერძის მიმართ. ეს სიდიდე აღვნიშნოთ  $Q$ -თი. ინტეგრალური გამოსახულების  $Q$ -თი შეცვლით მივიღებთ (d) გამოსახულებას შემდეგი სახით:



$$F_H = \frac{\Delta MQ}{I_z} \quad (9.1)$$

### მხები ძაბვები კოჭში

განტოლება (9.1) შეიძლება გავცელდეს არაერთგვაროვანი ღუნვის ზემოქმედების ქვეშ მყოფ კოჭებში მხები ძაბვების განსაზღვრისათვის. ზედაპირს რომელზეც მოქმედებს  $F_H$  აქვს სიგრძე  $\Delta x$ . კოჭის განივკვეთის ფორმის შესაბამისად  $A'$  ფართის სიგანე შეიძლება იცვლებოდეს ისე რომ  $y=y_1$ -ისათვის  $A'$  ფართი აღვნიშნოთ  $t$  ცვლადით (იხილე ნახ. 9.5b). იმის გათვალისწინებით რომ ძაბვა განისაზღვრება როგორც ძალა გაყოფილი ფართზე, საშუალო ჰორიზონტალური მხები ძაბვა მოქმედი  $b$ - $e$  ჰორიზონტალურ კვეთში შეიძლება მიღებულ იქნეს განტოლება (9.1)-ით განსაზღვრული  $F_H$ -ის გაყოფით იმ ზედაპირის ფართობზე რომელზეც ეს ძალა მოქმედებს ანუ  $t\Delta x$ -ზე:

$$\tau_{H,avg} = \frac{F_H}{t\Delta x} = \frac{\Delta MQ}{t\Delta x I_z} = \frac{\Delta MQ}{\Delta x I_z t} \quad (e)$$

ვიგულისხმობთ რომ ამ განტოლებაში მოცემული მხები ძაბვა მუდმივია განივკვეთის მთელ სიგანეზე, ნებისმიერ  $y$ -ზე; ე.ი.  $y$ -ის ნებისმიერი მახასიათებელი მდებარეობისათვის, მხები ძაბვა მუდმივია ნებისმიერი  $z$ -ისათვის. ეს შედეგი აგრეთვე გულისხმობს რომ მხები ძაბვები  $t$  პარალელურია განივკვეთის ვერტიკალური კიდეების (ე.ი.  $y$  ღერძის).

ზღვარზე გადასვლით  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta M/\Delta x$  შეიძლება გამოისახოს დიფერენციალით  $dM/dx$  და შესაბამისად განტოლება (e) -თი მივიღოთ კოჭის ძალის  $x$  წერტილში მოქმედი ჰორიზონტალური მხები ძაბვა

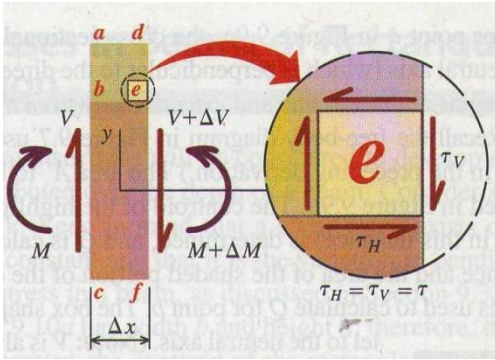
$$\tau_H = \frac{dMQ}{dx I_z t} \quad (f)$$

(f) განტოლება გვამლევს კოჭში განვითარებული ჰორიზონტალური მხები ძაბვების გამოსახულებას. მიუხედავად იმისა რომ  $dM/dx$  მიგვითითებს კოჭში მხები ძაბვების გაჩენის მიზეზე, ის მეტად მოუხერხებელია პრაქტიკული გაანგარიშებებისათვის. არსებობს თუ არა  $dM/dx$ -ისათვის ექვივალენტური გამოსახულება? გაიხსენეთ პარაგრაფ 7.3-ში მოცემული დამოკიდებულება შიგა განივ ძალასა და შიგა მღუნავ მომენტს შორის. (7.2) გამოსახულებით ჩაწერილია შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (7.2)$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ სადაც კი მღუნავი მომენტი იცვლება იქ არის განივი ძალა. (f) განტოლებაში  $dM/dx$ -ის შიგა განივი ძალით  $V$  შეცვლა გვაძლევს გამოსახულებას  $\tau_H$ -ისათვის, რომლის გამოყენებაც მეტად მარტივია:

$$\tau_H = \frac{VQ}{I_z t} \quad (g)$$



ნახ. 9.8. მხები ძაბვა  $e$  წერტილში

ფორმულა:

$$\tau = \frac{VQ}{I_z t} \quad (9.2)$$

პარაგრაფი 1.6-ში ნაჩვენებია, რომ მხები ძაბვები არასოდეს არ მოქმედებენ მხოლოდ ერთ ზედაპირზე. თუ  $\tau_H$  მოქმედებს კოჭის ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე, მაშინ იგივე სიდიდის  $\tau_V$  მხები ძაბვა მოქმედებს ვერტიკალურ სიბრტყეზე (ნახ. 9.8). იმის გათვალისწინებით, რომ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მხები ძაბვები ერთმანეთის ტოლია  $\tau_H = \tau_V = \tau$  გამოსახულება (g)

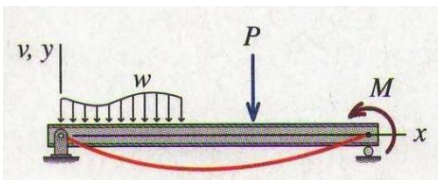
შეიძლება გამარტივდეს და მიეცეს მას ფორმა, რომელიც ცნობილია როგორც მხები ძაბვის

## თავი 10. კოჭის ჩალუნვა

### 10.1 შესავალი

მე-8 და მე-9 თავებში აღწერილი იქნა ის მნიშვნელოვანი დამოკიდებულებები, რომლებიც წარმოიქმნება კოჭში, მათზე მოდებულ დატვირთვასა და ნორმალურ და მხებ ძაბვას შორის. პროექტი ვერ ჩაითვლება დასრულებულად, სანამ არ განისაზღვრება კოჭის ჩალუნვა კონკრეტული დატვირთვისთვის. თუმცა კოჭის ჩალუნვა თავისთავად არ წარმოადგენს უსაფრთხოებისთვის რისკს, მაგრამ ჩალუნვის მაღალი მნიშვნელობის შემთხვევაში შეიძლება სხვა მხრივ შეექმნას საფრთხე კონსტრუქციის გამართულ ფუნქციონირებას. შენობების შემთხვევაში კოჭის ჩალუნვის მაღალმა მნიშვნელობამ შეიძლება გამოიწვიოს კედლების და ჭერის დაზარაება, ხელი შეუშალოს კარ-ფანჯრების სათანადოდ დახურვას, გამოიწვიოს იატაკის ჩაზნექვა ან შესამჩნევი ვიბრაცია ადამიანების მასზე სიარულისას. დანადგარების უმრავლესობაში აუცილებელია კოჭის და სხვა ღუნვადი კომპონენტების ზუსტად საჭირო სიდიდით ჩალუნვა, რომ უზრუნველყოფილი იქნეს ამძრავების და სხვა ნაწილების სათანადო კონტაქტი. მოკლედ რომ შევაჯამოთ, მოქნილი კომპონენტის დამაკმაყოფილებელი პროექტირება მინიმალურ მზიდუნარიანობასთან ერთად მოითხოვს გათვალსიწინებული იყოს ჩალუნვის მაქსიმალური სიდიდე.

კოჭის ჩალუნვა დამოკიდებულია კოჭის მასალის სიხისტეზე და განივი კვეთის ზომაზე, ასევე მოდებული დატვირთვასა და საყრდენების ტიპებზე. წინამდებარე თავში წარმოდგენილია კოჭის ჩალუნვის გაანგარიშების სამი ყველაზე გავრცელებული მეთოდი: (1) ინტეგრირების მეთოდი; (2) წყვეტადი ფუნქციების; (3) ზედდების მეთოდი.



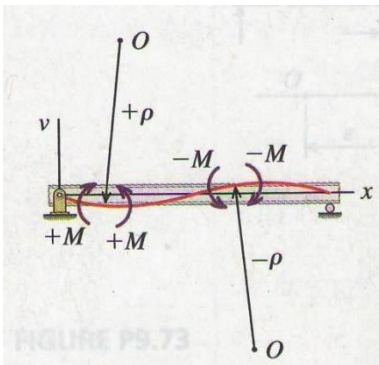
ნახ. 10.1. კოორდინატების სისტემა

ქვემოთ მოცემულ მსჯელობაში გამოყენებულია სამი კოორდინატი. როგორც 10.1 ნახაზზე არის ნაჩვენები,  $x$  ღერძი (მარჯვნივ დადებითი) მდებარეობს კოჭის თავდაპირველი გრძივი ღერძის გასწვრივ.  $x$  კოორდინატი გამოიყენება კოჭის დიფერენციალური ელემენტის დასადგენად, რომელსაც აქვს  $dx$  არადეფორმირებული სიგანე.  $v$  ღერძი მდებარეობს ზემოთ  $x$  ღერძიდან.  $v$  კოორდინატი განსაზღვრავს კოჭის ნეიტრალური ზედაპირის გადაადგილებას. მესამე კოორდინატი არის  $y$ , რომელიც წარმოადგენს ლოკალურ კოორდინატს და სათავით კოჭის განივი კვეთის ნეიტრალურ ზედაპირზე. დადებითია ქვემოდან ზევითკენ და გამოიყენება კოჭის განივი კვეთის ფარგლებში კონკრეტული წერტილების ფიქსაციისათვის.  $x$  და  $y$  კოორდინატები იგივეა, რაც მე-8 თავში ღუნვის ფორმულის გასაანგარიშებლად გამოყენებული კოორდინატები.

## 10.2 მომენტსა და სიმრუდეს შორის თანაფარდობა

როდესაც სწორი კოჭი დატვირთულია და კოჭის მუშაობა დრეკადია, კოჭის გრძივი ცენტრალური ღერძი ხდება მრუდი, რომელსაც „დრეკადი ხაზი“ ეწოდება. შიდა ღუნვის მომენტს და დრეკადი ხაზის სიმრუდეს შორის დამოკიდებულება განხილულია 8.4 ქვეთავში. 8.5 განტოლებაში მომენტი-სიმრუდე დამოკიდებულება შეჯამებული სახით არის წარმოდგენილი.

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_z} \quad (8.5)$$



ნახ. 10.2.  $\rho$  სიმრუდის რადიუსის მიმართება  $M$  ნიშანთან

ეს განტოლება კოჭის ნეიტრალური ზედაპირის  $\rho$  სიმრუდის რადიუსს უკავშირებს შიდა ღუნვის  $M$  მომენტს ( $z$  ღერძის მიმართ),  $E$  მასალის დრეკადობის მოდულს და  $J_z$  განივი კვეთის ინერციის მომენტს. ვინაიდან  $E$  და  $J_z$  ყოველთვის დადებითია  $x$ -ის ნიშანი შეესაბამება ღუნვის მომენტის ნიშანს. როგორც 10.2 ნახაზზე არის ნაჩვენები,  $M$  დადებითი ღუნვის მომენტი ქმნის  $r$  სიმრუდის რადიუსს, რომელიც კოჭის ზემოთ გადის, ანუ დადებითი  $v$  მიმართულებით. როდესაც  $r$  გადის კოჭის ქვემოთ უარყოფითი  $y$  მიმართულებით.

## 10.3 დრეკადი ხაზის დიფერენციალური განტოლება

ღუნვის მომენტსა და სიმრუდის რადიუსს შორის ურთიერთობა გამოიყენება, როდესაც  $M$  ღუნვის მომენტი მუდმივია ღუნვადი კომპონენტისთვის. თუმცა კოჭების უმრავლესობაში ღუნვის მომენტი ცვალებადია მათი სიგრძის გასწვრივ და ამიტომ აუცილებელია უფრო ზოგადი გამოსახულება  $v$  ღუნვის, როგორც  $x$  კოორდინატის ფუნქციისთვის. გაანგარიშების მიხედვით  $k$  მრუდი განისაზღვრება როგორც

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v/dx^2}{[1 + (dv/dx)^2]^{3/2}}$$

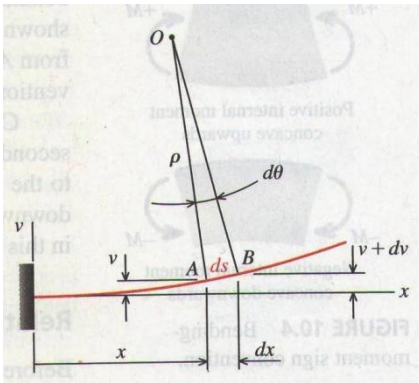
ტიპიური კოჭისთვის  $dv/dx$  დახრის კუთხე ძალიან მცირეა და მისი კვადრატი შეიძლება იგნორირებული იქნეს ერთეულთან შედარებით. ეს აპროქსიმაცია ამარტივებს სიმრუდის გამოსახულებას

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}$$

და (8.5) განტოლება გახდება

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (10.1)$$

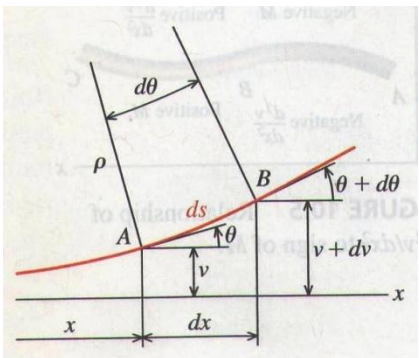
ეს არის კოჭის დრეკადი ხაზის დიფერენციალური განტოლება. ზოგადად,  $M$  ღუნვის მომენტი არის  $x$  კოორდინატის ფუნქცია კოჭის სიგრძის გასწვრივ.



ნახ. 10.3ა. დრეკადი ხაზი

დრეკადი ხაზის დიფერენციალური განტოლება შეიძლება ასევე მიღებული იქნეს ჩალუნული კოჭის გეომეტრიული ზომებიდან, როგორც ეს ნაჩვენებია 10.3 ნახაზზე.  $v$  ჩალუნვა დრეკადი ხაზის  $A$  წერტილში ნაჩვენებია 10.3a ნახაზზე.  $A$  წერტილი მდებარეობს  $x$  მანძილზე კოორდინატთა სათავიდან. მეორე წერტილი,  $B$ , მდებარეობს  $x+dx$  მანძილზე კოორდინატთა სათავიდან და ის იღებს  $v+dv$  ჩალუნვას.

როდესაც კოჭი იღუნება, წერტილები კოჭის გასწვრივ გადაადგილდება და მობრუნდება. დრეკადი ხაზის მობრუნების კუთხე  $\theta$  არის კუთხე  $x$  ღერძსა და დრეკად ხაზის მხების ტანგენსს შორის, როგორც ნაჩვენებია  $A$  წერტილისთვის 10.3b ნახაზის გადიდებულ ხედში. ამის მსგავსად მობრუნების კუთხე  $B$  წერტილში არის  $\theta + d\theta$ , სადაც  $d\theta$  არის  $A$  და  $B$  წერტილებს შორის მობრუნების კუთხის ნაზრდი.



ნახ. 10.3ბ. გადიდებული ფართობი  $A$  წერტილის ირგვლივ

დრეკადი ხაზის დახრის კუთხე წარმოადგენს  $v$  ჩალუნვის პირველ წარმოებულს  $dv/dx$ -ს. 10.3b ნახაზის მიხედვით დახრის კუთხე შეიძლება განისაზღვროს, როგორც ვერტიკალური ნაზრდი  $dv$ , გაყოფილი  $dx$  ჰორიზონტალურ ნაზრდზე  $A$  და  $B$  წერტილებს შორის. ვინაიდან  $dv$  და  $dx$  უსასრულოდ მცირეა, პირველი წარმოებული  $dv/dx$  შეიძლება დაკავშირებული იქნეს  $\theta$  ბრუნვის კუთხესთან ტანგენსის ფუნქციით:

$$\frac{dv}{dx} = \tan\theta \quad (a)$$

აღსანიშნავია, რომ  $dv/dx$  დახრის კუთხე დადებითია, როდესაც დრეკადი ხაზის მხები გადახრილია ქვევიდან ზევით მარჯვნივ.



10.3*b* ნახაზზე მანძილი  $A$  და  $B$  წერტილებს შორის დრეკადი ხაზის გასწვრივ აღნიშნულია, როგორც  $ds$  და რკალის სიგრძის განსაზღვრიდან  $ds=p d\theta$ . თუ მოზრუნების კუთხე  $\theta$  ძალიან მცირეა (როგორც ეს იქნება კოჭის მცირე ჩაღუნვის შემთხვევაში), მაშინ  $ds$  მანძილი დრეკადი ხაზის გასწვრივ 10.3*b* ნახაზზე არსებითად იგივეა, რაც  $dx$  ნაზრდი  $x$  ღერძის გასწვრივ. აქედან გამომდინარე,  $dx=p d\theta$  ან

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} \quad (b)$$

რადგან ტანგენსი  $\theta \approx \theta$  მცირე კუთხეებისთვის, (a) განტოლება შეიძლება მიახლოებით განისაზღვროს, როგორც

$$\frac{dv}{dx} \cong \theta \quad (c)$$

ზემოაღნიშნულოდან გამომდინარე, კოჭის მოზრუნების  $\theta$  კუთხე (გაზომილი რადიანებში) და  $dv/dx$  დახრის კუთხე ტოლია, კოჭის მცირე ჩაღუნვის შემთხვევაში. (c) განტოლების გაწარმოებით ვიღებთ:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} \quad (d)$$

(b) განტოლებიდან  $d\theta/dx = 1/p$ . ამასთან ერთად, (8.5) განტოლება გვაძლევს დამოკიდებულებას  $M$  და  $p$ -ს შორის. ამ გამოსახულებების კომბინაცია გვაძლევს

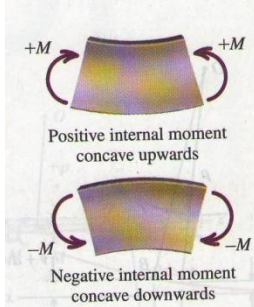
$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (e)$$

ან

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (10.1)$$

ზოგადად,  $M$  მღუნვი მომენტი არის  $x$  კოორდინატის ფუნქცია კოჭის ძალის გასწვრივ.

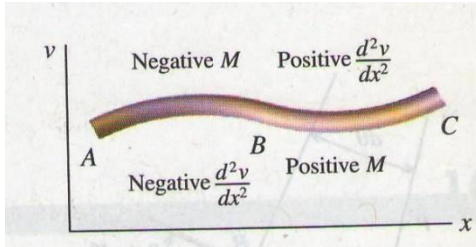
## ნიშნების წესი



ნახ. 10.4. ღუნვის მომენტის ნიშნის წესი დადებითი შიდა მომენტი. აღუნვა ზევითკენ უარყოფითი შიდა მომენტი. ჩაღუნვა ქვევითკენ

განტოლებაში (10.1) გამოყენებული იქნება ნიშნების წესი მღუნავი მომენტისთვის, რომელიც 7.3 ქვეთავშია განსაზღვრული (იხ. ნახ. 10.4).  $E$  და  $I$  ყოველთვის დადებითია. აქედან გამომდინარე, მღუნავი მომენტის და მეორე წარმოებულის ნიშნები შესაბამისი უნდა იყოს. 10.5 ნახაზზე ნაჩვენებია კოორდინატების ღერძების შემთხვევაში კოჭის დახრის კუთხე იცვლება დადებითიდან უარყოფითისკენ  $A$ -დან  $B$ -მდე მონაკვეთზე. აქედან გამომდინარე, მეორე წარმოებული

უარყოფითია, რაც შეესაბამება 7.3 ქვეთავის ნიშნების წესს.  $BC$  მონაკვეთისთვის  $d^2v/dx^2$  და  $M$  დადებითია.



ნახ. 10.5.  $d^2v/dx^2$ -ის მიმართება  $M$  ნიშანთან

10.5 ნახაზის გულდასმით შესწავლა გვიჩვენებს, რომ მღუნავი მომენტის ნიშანი და მეორე წარმოებული ასევე შესაბამისია, როდესაც კოორდინატთა სათავე შერჩეულია მარჯვნივ  $x$  დადებითით მარცხნისკენ და  $v$  დადებითით ზევითკენ. თუმცა ნიშნები შეუსაბამოა, როდესაც  $v$  დადებითია ქვევითკენ. შესაბამისად, ამ წიგნში  $v$  ყოველთვის არჩეული იქნება, როგორც დადებითი ზევითკენ ჰორიზონტალური კოჭებისთვის.

## წარმოებულების ურთიერთდამოკიდებულება

(10.1) განტოლების ამოხსნამდე მიზანშეწონილია დრეკადი ხაზის  $v$  ჩაღუნვის წარმოებულების დაკავშირება იმ ფიზიკურ სიდიდეებთან, რომლებსაც ისინი წარმოადგენენ კოჭის მუშაობისას. ესენია

$$\begin{aligned} \text{ჩაღუნვა} &= v \\ \text{დახრის კუთხე} &= \frac{dv}{dx} = \theta \\ \text{მომენტი } M &= EI \frac{d^2v}{dx^2} \\ \text{განივი ძალა } V &= EI \frac{d^3v}{dx^3} \\ \text{დატვირთვა } w &= \frac{dV}{dx} = EI \frac{d^4v}{dx^4} \end{aligned}$$

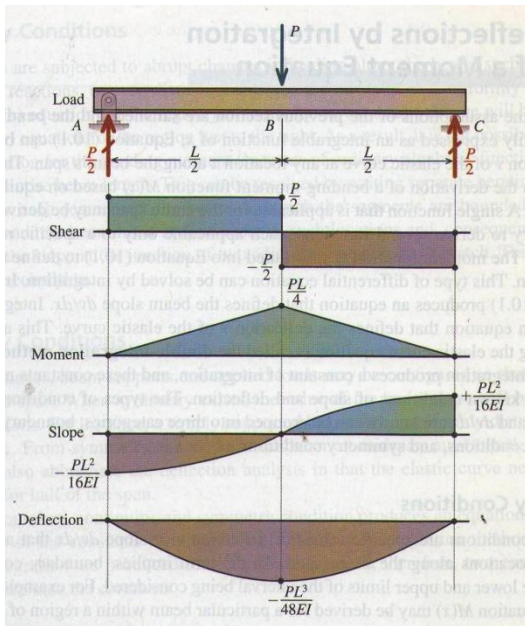
სადაც ნიშნების მნიშვნელობა იგივეა, როგორც 7.2 და 7.3 ქვეთავშია მითითებული.

დატვირთვის დიაგრამიდან დაწყებული, ამ დიფერენციალურ ურთიერთკავშირზე დაფუძნებული მეთოდი წარმოდგენილი იქნა 7.3 ქვეთავში ჯერ  $V$  განივი ძალის ეპიურის და შემდეგ  $M$  მომენტის ეპიურის ასაგებად. ეს მეთოდი შეიძლება გამოყენებული იქნეს დახრის კუთხის  $\theta$  ეპიურის და კოჭის ჩაღუნვის  $v$  ეპიურის ასაგებად. (e) განტოლებიდან

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (f)$$

ეს განტოლება შეიძლება ინტეგრირებული იქნეს და გვაძლევს

$$\int_{\theta_B}^{\theta_A} d\theta = \int_{x_B}^{x_A} \frac{M}{EI} dx \quad \theta_B - \theta_A = \int_{x_B}^{x_A} \frac{M}{EI} dx$$



ნახ. 10.6. კოჭის ეპიურებს შორის ურთიერთკავშირი

ეს ურთიერთკავშირი გვიჩვენებს, რომ მომენტის ეპიურის ფართობი კოჭის გასწვრივ ნებისმიერ ორ წერტილს შორის ( $EI$ -ის დამატებით გათვალისწინებით) გვაძლევს ცვლილებას დახრის კუთხეში იმავე ორ წერტილს შორის. ამის მსგავსად, დახრის კუთხის ეპიურის ფართობი კოჭის გასწვრივ ორ წერტილს შორის იძლევა ცვლილებას ჩაღუნვაში ამავე წერტილებს შორის. ეს ურთიერთკავშირები გამოყენებული იქნა 10.6 ნახაზზე ნაჩვენები ეპიურების ასაგებად მარტივად დაყრდნობილი კოჭისთვის, კონცენტრირებული დატვირთვით კოჭის ძალის შუაში. კოჭის გეომეტრიული ზომები გამოიყენება ნულოვანი დახრის კუთხის და ჩაღუნვის წერტილის დასადგენად, რომლებიც აუცილებელია როგორც საწყისი წერტილები მშენებლობისთვის. შემდეგ თავებში წარმოდგენილი იქნება უფრო ფართოდ გამოყენებული მეთოდები კოჭის ჩაღუნვის

გასაანგარიშებლად.

## დაშვებების რეზიუმე

კოჭის ჩაღუნვის გაანგარიშებების კონკრეტულ მეთოდებზე გადასვლამდე სასურველია გვახსოვდეს ის დაშვებები, რომლებიც გამოყენებული იქნა დრეკადი ხაზის დიფერენციალური განტოლების შემუშავებისას. ყველა ის შეზღუდვა, რომელიც ეხება ღუნვის ფორმულას, ასევე ეხება ჩაღუნვის გაანგარიშებას, რადგან ღუნვის ფორმულა გამოყენებული იქნა (10.1) განტოლების გამოყვანისას. შემდეგ დაშვებულია, რომ:

1. კოჭის დახრის კუთხის კვადრეტი უმნიშვნელოა ერთეულთან შედარებით. ეს დაშვება ნიშნავს, რომ კოჭის ღუნვა შედარებით მცირეა.
2. კოჭის ბრტელყი განივი კვეთი კოჭის ღუნვისას ბრტყელი რჩება. ეს ვარაუდი ნიშნავს, რომ მხები ძაბვით გამოწვეული კოჭის ჩაღუნვა უმნიშვნელოდ ითვლება.
3.  $E$  და  $I$  -ის სიდიდეები მუდმივია კოჭის გასწვრივ ნებისმიერი სეგმენტისთვის. თუ კოჭის მალის გასწვრივ იცვლება  $E$  ან  $I$  და ეს ცვლილება შეიძლება გამოიხატოს, როგორც  $x$  მანძილის ფუნქცია, შესაძლებელია (10.1) განტოლების ამოხსნა, რომელიც ითვალისწინებს ამ ცვლილებას.

#### 10.4 ჩაღუნვა მომენტის განტოლების ინტეგრირებით

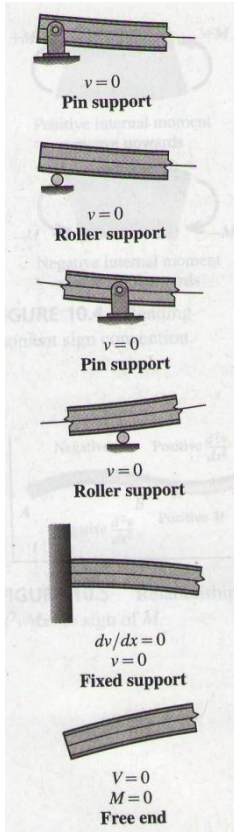
როდესაც წინა ნაწილში წარმოდგენილი დაშვებები დაკმაყოფილებულია და მღუნვი მომენტი შეიძლება გამოისახოს, როგორც  $x$ -ის ინტეგრირებადი ფუნქცია, (10.1) განტოლება შეიძლება ამოხსნილი იქნეს დრეკადი ხაზის  $v$  ჩაღუნვისთვის კოჭის მალის ნებისმიერ  $x$  წერტილში. პროცედურა იწყება მღუნავი მომენტის  $M(x)$  ფუნქციის გამოყვანით წონასწორობის დაშვების საფუძველზე. შეიძლება გამოყვანილი იქნეს ერთი ფუნქცია, რომელიც გამოიყენება მთელი მალისთვის ან შეიძლება საჭირო იყოს რამდენიმე ფუნქციის გამოყვანა, რომლებიც კოჭის თითოეული მალის გარკვეული მონაკვეთისთვის გამოიყენება. მომენტის ფუნქცია ჩაისმება (10.1) განტოლებაში დიფერენციალური განტოლების განსასაზღვრად. ამ ტიპის დიფერენციალური განტოლება შეიძლება ინტეგრირებით იქნეს გადაწყვეტილი. (10.1) განტოლების ინტეგრირება იძლევა განტოლებას, რომელიც განსაზღვრავს კოჭის დახრის კუთხეს  $dv/dx$ . კიდევ ერთხელ ინტეგრირება იძლევა განტოლებას, რომელიც განსაზღვრავს დრეკადი ხაზის  $v$  ჩაღუნვას. დრეკადი ხაზის განტოლების განსაზღვრის ამგვარ მიდგომას ეწოდება **ორმაგი ინტეგრირების მეთოდი**.

თითოეული ინტეგრირება იძლევა ინტეგრირების მუდმივას და ეს მუდმივები უნდა განისაზღვროს დახრის კუთხისა და ჩაღუნვის ცნობილი პირობებიდან. ის პირობები, რომლისთვისაც ცნობილია  $v$  და  $dv/dx$  სიდიდეები, შეიძლება დაჯგუფდეს სამ კატეგორიად: სასაზღვრო პირობები, უწყვეტობის პირობები და სიმეტრიის პირობები.

#### სასაზღვრო პირობები

სასაზღვრო პირობები წარმოადგენს  $v$  ჩაღუნვის ან  $dv/dx$  დახრის კუთხის კონკრეტულ სიდიდეებს რომელიც ცნობილია კოჭის მალის კონკრეტულ წერტილებში. როგორც ტერმინი მიგვითითებს, სასაზღვრო პირობები გვხვდება განხილული მონაკვეთის ქვედა და ზედა საზღვარზე. მაგალითად, მღუნავი მომენტის განტოლება  $M(x)$  შეიძლება გამოყვანილი იქნეს კონკრეტული კოჭისთვის  $x_1 \leq x \leq x_2$  ფარგლებში. ამ შემთხვევაში საზღვრის პირობები იქნება  $x = x_1$  და  $x = x_2$ .

სასაზღვრო პირობები არის ცნობილი დახრის კუთხეები და ჩაღუნვები  $M(x)$  მლუნავი მომენტის განტოლების ზღვრებში. ტერმინი „სასაზღვრო“ ნიშნავს  $M(x)$ -ის ზღვარს და არა აუცილებლად კოჭის საზღვრებს. თუმცა სასაზღვრო პირობები გვხვდება კოჭის საყრდენებზე, მხოლოდ საყრდენები ნხოლოდ  $M(x)$ -ის ზღვრებში არსებული საყრდენები შეიძლება გამოყენებული იქნეს, როგორც სასაზღვრო პირობები.



ნახ. 10.7. სასაზღვროს პირობები

10.7 ნახაზი გვიჩვენებს რამდენიმე საყრდენის მდგომარეობას და წარმოგვიდგენს თითოეულ საყრდენთან დაკავშირებული სასაზღვრო პირობების ჩამონათვალს. უძრავ-სახსროვანი საყრდენი და მგორავი საყრდენი წარმოადგენს მარტივ საყრდენებს. ამგვარი საყრდენი არ აძლევს კოჭს კოჭის განივი (ზემოთ ან ქვემოთ ჰორიზონტალური კოჭისთვის) ჩაღუნვის საშუალებას. აქედან გამომდინარე, კოჭის ჩაღუნვა უძრავ-სახსროვან ან მგორავ საყრდენზე უნდა იყოს  $v=0$ . მგორავი ან უძრავ-სახსროვანი საყრდენი ხელს არ უშლის კოჭის მობრუნებას და შესაბამისად, კოჭის დახრის კუთხე მარტივ საყრდენზე ვერ იქნება სასაზღვრო პირობა. უძრავი საყრდენი არ აძლევს კოჭს ჩაღუნვის და მობრუნების საშუალებას; აქედან გამომდინარე, უძრავი საყრდენისას  $v=0$  და  $dv/dx=0$ .

სასაზღვრო პირობები, რომელიც მოიცავს  $v$  ჩაღუნვას და  $dv/dx$  დახრის კუთხეს ჩვეულებრივ ნულს უტოლდება საყრდენებზე, შეიძლება გარკვეულ სიტუაციაში ინჟინერმა მოისურვოს საყრდენის კოჭზე ზემოქმედების გაანალიზება. მაგალითად, პროექტირებისას ჩვეულებრივი პრობლემაა საყრდენის ჯდენა, როდესაც ფუნდამენტის ქვეშ ნიადაგის დატკეპვნა იწვევს საყრდენის ქვევითკენ გადაადგილებას. ამგვარი სიტუაციების გამოსაკვლევად ზოგჯერ შეიძლება განისაზღვროს არანულოვანი საზღვრის პირობები.

ერთი სასაზღვრო პირობა შეიძლება გამოყენებული იქნეს ერთი და მხოლოდ ერთი ინტეგრირების მუდმივას განსაზღვრისთვის.

### უწყვეტობის პირობები

ბევრი კოჭი განიცდის დატვირთვის მკვეთრ ცვლილებას, როგორცაა კონცენტრირებული დატვირთვა, ან თანაბრად განაწილებული დატვირთვის სიდიდის აშკარა ცვლილება.  $M(x)$  განტოლება მკვეთრი ცვლილების უშუალოდ მარცხნივ არსებულ ნაწილში განსხვავებული იქნება მარჯვნივ განლაგებული ნაწილის  $M(x)$  განტოლებისგან. აღნიშნულიდან გამომდინარე, შეუძლებელია ერთი განტოლების გამოყვანა მლუნავი მომენტისთვის (ჩვეულებრივი ალგებრული ფუნქციების ფორმით), რომელიც შესაფერისია კოჭის მთელი სიგრძისთვის. ამ პრობლემის გადაწყვეტა შესაძლებელია მლუნავი მომენტის ცალკე განტოლების



გამოყვანით კოჭის თითოეული მონაკვეთისთვის. თუმცა მონაკვეთები შეზღუდულია დატვირთვაში მკვეთრი ცვლილებით, თვითონ კოჭი ამგვარ ადგილებში უწყვეტია. შესაბამისად, ორი მიმდებარე მონაკვეთის შეერთების ადგილას ჩალუნვა და დახრის კუთხე უნდა ემთხვეოდეს. ამას ეწოდება **უწყვეტობის პირობა**.

### სიმეტრიულობის პირობები

ზოგიერთ შემთხვევაში კოჭის საყრდენები და მოდებული დატვირთვა შეიძლება ისე იქნეს დაპროექტებული, რომ უზრუნველყოფილი იქნეს სიმეტრია მალისთვის. სიმეტრიის არსებობის შემთხვევაში, გარკვეულ ადგილებში ცნობილი იქნება კოჭის დახრის კუთხის სიდიდე. მაგალითად, მარტივად დაყრდნობილი კოჭი თანაბრად განაწილებული დატვირთვით სიმეტრიულია. სიმეტრიულობიდან გამომდინარე, კოჭის დახრის კუთხე მალის შუაში ნულს უტოლდება. სიმეტრიულობამ ასევე შეიძლება შეამოკლოს ჩალუნვის ანალიზი, რადგან დრეკადი ხაზი უნდა განისაზღვროს მხოლოდ მალის ნახევრისთვის.

თითოეული, სასაზღვრო, უწყვეტობის და სიმეტრიულობის პირობა იძლევა განტოლებას, რომელიც შეიცავს ინტეგრირების ერთ ან მეტ მუდმივას. ორმაგი ინტეგრირების მეთოდით კოჭის თითოეული ნაწილისთვის გამოყვანილი იქნება ინტეგრირების ორი მუდმივა. აქედან გამომდინარე, მუდმივების შესაფასებლად საჭიროა ორი პირობა.

### ორმაგი ინტეგრირების მეთოდის პროცედურა

კოჭის ჩალუნვის გაანალიზება ორმაგი ინტეგრირების მეთოდით მოიცავს რამდენიმე საფეხურს და რეკომენდებულია მათი შემდეგი თანამიმდევრობა:

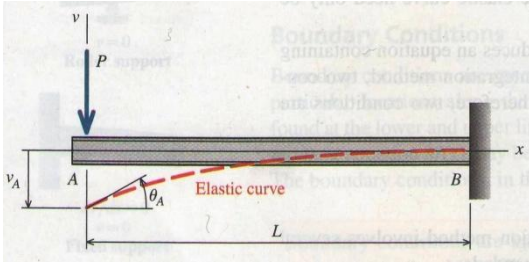
1. **ესკიზი:** კოჭის ესკიზის მომზადება საყრდენების, დატვირთვის,  $x$ - $y$  კოორდინატების სისტემის ჩათვლით. დრეკადი ხაზის მიახლოებითი ფორმის ესკიზის მომზადება. განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს საყრდენზე კოჭის დახრის კუთხესა და ჩალუნვას.
2. **საყრდენის რეაქცია:** კოჭის ზოგიერთი კონსტრუქციისთვის შეიძლება საჭირო იყოს საყრდენის რეაქციის განსაზღვრა სანამ გადავალთ კოჭის კონკრეტული მონაკვეთის ანალიზზე. ამ შემთხვევებში კოჭის რეაქცია განისაზღვრება მთლიანად კოჭის წონასწორობის გათვალისწინებით. ეს რეაქციები სათანადო მიმართულებებით ნაჩვენები უნდა იყოს კოჭის ესკიზზე.
3. **წონასწორობა:** უნდა შეირჩეს განსახილველი კოჭის მონაკვეთი ან მონაკვეთები. თითოეული მონაკვეთისთვის უნდა მომზადდეს თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, რომელიც კვეთს კოჭის მონაკვეთს რაღაც  $x$  მანძილზე

კოორდინატთა სათავიდან. ყველა დატვირთვა ნაჩვენები უნდა იყოს თავისუფალი სხეულის ძალოვან სქემაზე. თუ კოჭზე მოქმედებს განაწილებული დატვირთვა, მაშინ განაწილებული დატვირთვის ის ნაწილი, რომელიც მოქმედებს თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემაზე ნაჩვენები უნდა იყოს დასაწყისში. სქემაში შეტანილი უნდა იყოს შიდა მღუნავი  $M$  მომენტი, რომელიც მოქმედებს კოჭის ჭრის ზედაპირზე და ყოველთვის ნაჩვენები უნდა იყოს  $M$ , მოქმედი დადებითი მიმართულებით (იხ. ნახ. 10.5). ეს უზრუნველყოფს, რომ ღუნვა-მომენტის განტოლებას ჰქონდეს სწორი ნიშანი. თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემიდან მიღებული იქნება ღუნვა-მომენტის განტოლება იმ ინტერვალის გათვალისწინებით, რომლისთვისაც ის გამოიყენება (მაგალითად,  $x_1 \leq x \leq x_2$ ).

4. **ინტეგრირება:** თითოეული მონაკვეთისთვის დადგენილი უნდა იქნეს ღუნვა-მომენტის განტოლება, რომელიც უდრის  $EI d^2v/dx^2$ . ეს დიფერენციალური განტოლება ორჯერ უნდა იქნეს ინტეგრირებული დახრის კუთხის განტოლების  $dv/dx$ , ჩალუნვის  $v$  განტოლების და ინტეგრირების ორი მუდმივას მისაღებად.
5. **სასაზღვრო და უწყვეტობის პირობები:** წარმოდგენილი უნდა იქნეს იმ სასაზღვრო პირობების ჩამონათვალი, რომლებიც გამოიყენება ღუნვა-მომენტის განტოლებისთვის. თუ ანალიზი მოიცავს კოჭის ორ ან მეტ მონაკვეთს, ასევე ჩამოთვლილი უნდა იყოს უწყვეტობის პირობები. უნდა გახსოვდეთ, რომ საჭიროა ორი პირობა ინტეგრირების ორი მუდმივას შესაფასებლად, რომლებიც კოჭის თითოეულ მონაკვეთში წარმოიქმნება.
6. **მუდმივების განსაზღვრა:** სასაზღვრო და უწყვეტობის პირობები გამოიყენება ინტეგრირების მუდმივების შესაფასებლად.
7. **დრეკადი ხაზი და დახრის კუთხის განტოლებები:** მე-4 საფეხურზე ინტეგრირების მუდმივები უნდა შეიცვალოს მე-6 საფეხურზე სასაზღვრო და უწყვეტობის პირობებიდან მიღებული სიდიდეებით. უნდა შემოწმდეს შედეგად მიღებული განტოლებების განზომილების ერთგვაროვნება.
8. **ჩალუნვები და დახრის კუთხეები კონკრეტულ წერტილებში:** საჭიროებისამებრ უნდა განისაზღვროს ჩალუნვა კონკრეტულ წერტილებში.

შემდეგი მაგალითები გვიჩვენებს ორმაგი ინტეგრირების მეთოდის გამოყენებას კოჭის ღუნვის გასაანგარიშებლად:

## მაგალითი 10.1



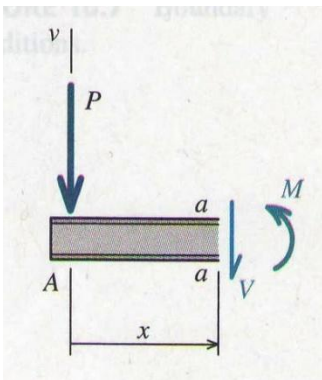
ნაჩვენები კონსოლური კოჭი თავისუფალ ბოლოზე განიცდის  $P$  კონცენტრირებულ დატვირთვას. უნდა განისაზღვროს დრეკადი ხაზის განტოლება, ასევე კოჭის ჩაღუნვა და ქანობი  $A$  -ზე. უნდა დავუშვათ, რომ  $EI$  მუდმივია კოჭისთვის.

### ამოხსნის გეგმა

განხილული უნდა იქნეს თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა, რომელიც გადის კოჭში  $x$  მანძილზე კონსოლის თავისუფალი ბოლოდან. უნდა დაიწეროს წონასწორობის განტოლება მომენტების ჯამისთვის და აქედან უნდა განისაზღვროს განტოლება  $M$  მღუნავი მომენტისთვის, რომელიც იცვლება  $x$ -თან ერთად.  $M$  ჩანაცვლელი უნდა იქნეს განტოლებაში (10.1) და ორჯერ იქნეს ინტეგრირებული. კონსოლის ფიქსირებულ ბოლოში ცნობილი სასაზღვრო პირობები გამოყენებული უნდა იქნეს ინტეგრირების მუდმივების განსაზღვრისათვის.

### ამოხსნა

#### წონასწორობა



კოჭი უნდა გაიჭრას საწყისიდან  $x$  პირობით მანძილზე და მომზადდეს თავისუფალი სხეულის ძალოვანი სქემა,  $M$  შიდა მომენტის ჩვენებით.  $a-a$  მონაკვეთისთვის მომენტების ჯამის წონასწორობის განტოლება არის

$$\sum M_{a-a} = Px + M = 0$$

აქედან გამომდინარე, ღუნვა-მომენტის განტოლება ამ კოჭისთვის არის უბრალოდ

$$M = -Px \quad (a)$$

აღსანიშნავია, რომ მომენტის განტოლება (a) ძალაშია კონკრეტული კოჭის  $x$ -ის ყველა სიდიდისთვის. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, (a) განტოლება ძალაშია  $0 \leq x \leq L$  ინტერვალისთვის.  $M$ -ის გამოსახულება (10.1) განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -Px \quad (b)$$

### ინტეგრირება

(b) განტოლება ორჯერ იქნება ინტეგრირებული. პირველი ინტეგრირება იძლევა ზოგად განტოლებას კოჭის დახრის კუთხისათვის  $dv/dx$ :

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Px^2}{2} + C_1 \quad (c)$$

ამ ფორმულაში  $C_1$  არის ინტეგრირების მუდმივა. მეორე ინტეგრირება იძლევა ზოგად განტოლებას  $v$  დრეკადი ხაზისთვის

$$EIv = -\frac{Px^3}{6} + C_1 + C_2 \quad (d)$$

ამ ფორმულაში  $C_2$  არის ინტეგრირების მეორე მუდმივა.  $C_1$  და  $C_2$  მუდმივები უნდა განისაზღვროს ვიდრე დახრის კუთხის და დრეკადი ხაზის განტოლებები არის სრული.

### სასაზღვრო პირობები

სასაზღვრო პირობები არის  $v$  ჩაღუნვის ან  $dv/dx$  დახრის კუთხის სიდიდეები, რომლებიც ცნობილია კოჭის მალის კონკრეტულ ადგილისათვის. ამ კოჭისთვის მღუნავი-მომენტის  $M$  განტოლება (a) ძალაშია  $0 \leq x \leq L$  ინტერვალისთვის. აქედან გამომდინარე, სასაზღვრო პირობები არის ან  $x=0$  ან  $x=L$ .

ამ კოჭისა და დატვირთვისთვის განხილული უნდა იქნეს  $0 \leq x \leq L$  ინტერვალი.  $x=0$  -ში კოჭს არა აქვს საყრდენი. კოჭი ჩაიღუნება ქვევითკენ და ჩღუნვასთან ერთად კოჭის დახრის კუთხე არ იქნება ნული. შესაბამისად, არც  $v$  ჩაღუნვა და არც  $dv/dx$  დახრის კუთხე არ არის ცნობილი  $x=0$  -ში. კოჭი უჭირავს უძრავ საყრდენს. საყრდენი B-ში ხელს უშლის ჩაღუნვას და მობრუნებას. აქედან გამომდინარე, ჩვენ  $x=L$ -ში დანამდვილებით ვიცით ორი რომ:  $v=0$ -ს და  $dv/dx=0$ . ეს არის ორი სასაზღვრო პირობა, რომელიც გამოყენებული იქნება  $C_1$  და  $C_2$  ინტეგრირების მუდმივების განსაზღვრისათვის.

### მუდმივების განსაზღვრა

ჩასვით სასაზღვრო პირობა  $dv/dx=0$   $x=L$ -ზე (c) განტოლებაში  $C_1$  მუდმივას განსაზღვრისათვის

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Px^2}{2} + C_1 \quad \rightarrow \quad EI(0) = -\frac{P(L)^2}{2} + C_1 \quad \therefore C_1 = \frac{PL^2}{2}$$

შემდეგ ჩასვით  $C_1$  მუდმივას სიდიდე და სასაზღვრო პირობა  $v=0$   $x=L$ -ზე (d) განტოლებაში და ამოხსენით ინტეგრირების მეორე მუდმივასთვის  $C_2$

$$EIv = -\frac{Px^3}{6} + C_1 + C_2 \quad \rightarrow \quad EI(0) = -\frac{P(L)^2}{6} + \frac{PL^2}{2}(L) + C_2 \quad \therefore C_2 = \\ = -\frac{PL^3}{3}$$

### დრეკადი ხაზის განტოლება

ჩასვით  $C_1$  და  $C_2$  -სათვის მიღებული გამოსახულება (d) განტოლებაში დრეკადი ხაზის განტოლების მისაღებად:

$$EIv = -\frac{Px^3}{6} + \frac{PL^2}{2} - \frac{PL^3}{3} \quad v = \frac{P}{6EI} [-x^3 + 3L^2x - 2L^3] \quad (e)$$

ამის მსგავსად, კოჭის დახრის კუთხის განტოლება (c) განტოლებიდან შეიძლება დასრულებული იქნეს  $C_1$ -დან მიღებული გამოსახულებით:

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Px^2}{2} + \frac{PL^2}{2} \quad \frac{dv}{dx} = \frac{P}{2EI} [L^2 - x^2] \quad (f)$$

### კოჭის ჩაღუნვა და დახრის კუთხე A-ზე

A-ზე კოჭის ჩაღუნვა და დახრის მიიღება (e) და (f) განტოლებებში  $x=0$  ჩასმით. კოჭის ჩაღუნვა და დახრის კუთხე კონსოლის თავსუფალ ბოლოში არის.

$$V_A = -\frac{Pl^3}{3EI} \quad \left(\frac{dv}{dx}\right)_A = \frac{Pl^2}{2EI}$$