Suma y resta de radicales

$$\sqrt[3]{12}$$

Los radicales solemos asociarlos con la "raíz cuadrada" pero esta es solo una parte de todo lo que comprende un radical que puede expresarse de diferente manera, representando en cada una operaciones diversas,

por ejemplo: $\sqrt[3]{12}$, $\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{4}$,

a todas estas expresiones las conocemos como "radicales".

Partes de un radical

En el ejemplo, el 3 es el radicando, llamado también cantidad subradical, y el 4 el índice, lo que se debe obtener es la cuarta raíz de tres.

Cuando tenemos expresiones sin el índice, indica que el índice es "2", lo que conocemos como raíz cuadrada, por ejemplo:

$\sqrt{16}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{49}$, en todos estos ejemplos, aunque no lo veas, el índice es "2" y generalmente no se escribe.

El coeficiente en los radicales

El coeficiente se representa escribiendo un número o letra enfrente de otro (2x, az,) significa 2 por "x", y "a" por "z". Entonces el 2 es coeficiente de "x", "a" es el coeficiente de "z".

Esto mismo aplica con los radicales, si tenemos $8\sqrt{5}$ significa 8 por $\sqrt{5}$, también se lee 8 es el coeficiente de $\sqrt{5}$.

Otros ejemplos:

$4\sqrt{2}$ *el cuatro es coeficiente de* $\sqrt{2}$

$5\sqrt{10}$ *el cinco es coeficiente de* $\sqrt{10}$

$7\sqrt{6}$ *el siete es coeficiente de* $\sqrt{6}$

Radicales semejantes

Los radicales son semejantes cuando tiene el mismo índice y el mismo radicando, no importa que el coeficiente sea diferente. Por ejemplo,

$$\frac{1}{2}\sqrt[3]{4},\ 3\sqrt[3]{4},\ 2\frac{1}{3}\ \sqrt[3]{4}$$

son radicales semejantes, todos tienen como índice el tres y radicando el 4, aun cuando sus coeficientes sean diferentes.

Cuando un radical no tiene coeficiente, se sobreentiende que es el 1, por ejemplo:

$\sqrt[3]{5}, \sqrt{8}, \sqrt[2]{2}$ tienen como coeficiente el número 1.

Suma y resta de radicales

Para poder sumar o restar radicales, estos deben ser semejantes, quiere decir que deben compartir el mismo índice y radicando; también hay que estar familiarizados con la suma y resta de números con signo para poder realizar estas operaciones.

Ejemplos:

a.- $3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

b.- $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

c.- $6\sqrt[2]{3} - \sqrt[2]{3} + 4\sqrt[2]{3} = (6 - 1 + 4)\sqrt[2]{3} = 9\sqrt[2]{3}$

d.- $-5\sqrt[6]{8} - 3\sqrt[6]{8} - \sqrt[6]{8} = (-5 -3 -1)\sqrt[6]{8} = -9\sqrt[6]{8}$

Veamos otros ejemplos:

a) $\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{75} =$

Esta también es una operación combinada de sumas y restas de radicales que tienen el mismo índice (2) pero tienen distinta base. Pero aquí hay una diferencia: las bases se pueden **factorizar (**llevar a su mínima expresión**)** , de tal modo que:

- ✓ Haciendo la descomposición en factores primos de cada radicando, se obtiene:

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$$\sqrt{108} = \sqrt{2 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3} = \sqrt{2^2 \bullet 3^3} = 2 \bullet 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

27	3
9	3
3	3
1	

$$\sqrt{27} = \sqrt{3 \bullet 3 \bullet 3} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$$

75	3
25	5
5	5
1	

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \bullet 5 \bullet 5} = \sqrt{3 \bullet 5^2} = 5\sqrt{3}$$

- ✓ Sustituyendo cada expresión determinada en el radicando (cantidad subradical), nos queda y resulta:

$$\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (6 + 3 - 5)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3}$$

b) $3\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{5}$ Estos radicales no son semejantes pues los radicandos no son iguales, 20, 45 y 5. Pero vamos a extraer de cada radical todos los factores que se puedan:

$$8\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{5} = 8\sqrt{2^2.5} + 3\sqrt{3^2.5} - \sqrt{5} = 16\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - \sqrt{5}$$

Ahora si son semejantes y podemos sumarlos $16\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - \sqrt{5} = 24\sqrt{5}$

c) $7\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{48}$ No son semejantes

$$7\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{.6} - 5\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{48} = 7\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2^4} - 5\sqrt[3]{2.3^3} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{2^4.3} =$$

$7\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}-15\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}$ se suman los que son semejantes

$7\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}-15\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}=-4\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{6}$ y ya no podemos hacer nada más.

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1. $\frac{1}{2}\sqrt{2}-5\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
3. $-\frac{3}{4}\sqrt[5]{6}+3\sqrt[5]{6}+4\sqrt[5]{6}$
4. $-5\sqrt[7]{4}-3\sqrt[7]{4}+10\sqrt[7]{4}-9\sqrt[7]{4}$
5. $-\sqrt[4]{8}+2\sqrt[4]{8}+4\sqrt[4]{8}$

RESPUESTAS

1. $-4\frac{1}{2}\sqrt{2}$ $\left(4\tfrac{1}{2}=\frac{9}{2}\right)$
2. $5\sqrt{3}$
3. $6\frac{1}{4}\sqrt[5]{6}$ $\left(6\tfrac{1}{4}=\frac{25}{4}\right)$
4. $-7\sqrt[7]{4}$
5. $5\sqrt[4]{8}$

EJERCICIOS PROPUESTOS DE SUMA Y RESTA DE RADICALES:

$3\sqrt[4]{5}-2\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{5}=$

$\sqrt{12}-3\sqrt{3}+2\sqrt{75}=$

$2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}=$

$\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=$

$2\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=$

$\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{250}=$