División de radicales

(A partir de 3er año de educación media general)

1º Caso: *División de radicales del mismo índice:*

Para dividir radicales **utilizando el método básico**, **deberán tener el mismo índice.**
Pasos a seguir:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

1. Se dividen los signos.
2. Se dividen los coeficientes entre sí.
3. Se dividen bajo un mismo signo radical las cantidades sub-radicales entre sí.
4. Al finalizar la operación se tiene que simplificar el radical obtenido, si es posible.

Ejemplos:

1. Dividir $\sqrt{150} \div \sqrt{2}$

Solución:

$$\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{2}} = \sqrt{75} = \sqrt{5^2.3} = 5\sqrt{3}$$

2. Dividir $20\sqrt{10} \div -4\sqrt{5}$

Solución:

$$\frac{20\sqrt{10}}{-5\sqrt{2}} = (20:-5)\sqrt{10:2} = -4\sqrt{5}$$

3.- División de radicales homogéneos

a) $$24x^2\sqrt{45a^3} \div 6x\sqrt{5a} = \frac{24x^2\sqrt{45a^3}}{6x\sqrt{5a}} = \frac{24x^2}{6x}\sqrt{\frac{45a^3}{5a}} = 4x\cdot\underbrace{\sqrt{9a^2}} = 4x\cdot 3a = \boxed{12ax}$$

b) $$5x^2\sqrt[3]{32x^5} \div \sqrt[3]{4x^2} = \frac{5x^2\sqrt[3]{32x^5}}{x\sqrt[3]{4x^2}} = \frac{5x^2}{x}\sqrt[3]{\frac{32x^5}{4x^2}} = 5x\underbrace{\sqrt[3]{8x^3}} = 5x\cdot 2x = \boxed{10x^2}$$

En Resumen:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \text{también} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$$

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \sqrt[3]{64 \div 8} = \sqrt[3]{8} = 2$$

2º Caso: División de radicales que tienen diferentes índices.

Sabemos que no podemos dividir raíces que tengan distinto índice, pero también sabemos cómo igualar esos índices, y para hacerlo utilizamos el proceso similar al de la multiplicación de radicales, en este caso la propiedad de **amplificación:**

Ejemplo. Dividir:

$$\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[3]{a^2}} =$$

Pasos a seguir:

1. ***Se halla el m.c.m. de los índices y se pone el común***. Para encontrar el m.c.m de los índices, encuentra el menor número que sea divisible entre ambos índices de manera exacta. Éste será el índice de todos los radicales del cociente o fracción.

$$\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[3]{a^2}} =$$

- Los índices son 6 y 3. **Para los cuales el m.c.m de ambos números es 6,** porque es el número más pequeño que puede dividirse entre 6 y entre 3.

- $6 \div 6 = 1$ y $6 \div 3 = 2$. Lo que significa que para dividir los radicales, ambos índices deberán ser 6.

Para la expresión $\sqrt[6]{a^5}$, tendrías que multiplicar el índice 6 por 1 para obtener 6.

Para la expresión $\sqrt[3]{a^2}$, tendrías que multiplicar el índice de 3 por 2 para obtener 6.

De esta forma, se escriben ambas expresiones con el nuevo m.c.m como su índice**.**

$\sqrt[6]{a^5} \div \sqrt[6]{a^2}$ (así es como se verán las expresiones con sus nuevos índices)

- Otra forma de expresarlo seria de la siguiente manera: $\sqrt[6]{\frac{(a^5)}{(a^2)}}$

2. Este índice común (6) se divide entre cada índice de la raíz y el resultado lo elevamos al radicando (cantidad sub-radical).

- Para la primera expresión de la raíz, haz que 1 sea el exponente de a^5. Quedando $(a^5)^1$
- Para la segunda expresión de la raíz, coloca el 2 como exponente de a^2. Así es como se vería $(a^2)^2$:

$$\sqrt[6]{\frac{(a^5)^1}{(a^2)^2}}$$

- Se resuelven los radicandos como potencia de otra potencia, es decir multiplicando los exponentes.

$$\sqrt[6]{\frac{(a^5)^1}{(a^2)^2}} = \sqrt[6]{\frac{a^5}{a^4}}$$

3. En este caso se toman las mismas bases comunes de los radicandos y con los exponentes se efectúa una resta.

$$\sqrt[6]{\frac{a^5}{a^4}} = \sqrt[6]{a^5 - a^4} = \sqrt[6]{a}$$

Ejemplo 2.- Determina el cociente de la expresión: $\dfrac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}} =$

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[6]{\frac{(256)^3}{16^2}} = \sqrt[6]{\frac{(2^8)^3}{(2^4)^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^{24}}{2^8}} = \sqrt[6]{2^{16}} = \sqrt[3]{2^8} = 2^2\sqrt[3]{2^2} = 4\sqrt[3]{4}$$

Ejemplo 3.- División de radicales:

Ejemplo 1 Efectúa: $12\sqrt{5x^2} \div 3\sqrt[3]{5x}$

Resolución

Hallamos el M.C.M. de los índices 2 y 3 , siendo éste 6, veamos:

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ & 1 & \end{array} \qquad \textbf{M.C.M.}\ (2 \text{ y } 3) = 2\times 3 = \boxed{6}$$

Donde:

$$12\sqrt{5x^2} = 12\sqrt[6]{(5x^2)^3} = \boxed{12\sqrt[6]{125x^6}}$$

$$3\sqrt[3]{5x} = 3\sqrt[6]{(5x)^2} = \boxed{3\sqrt[6]{25x^2}}$$

Luego:

$$12\sqrt{5x^2} \div 3\sqrt[3]{5x} = \frac{12\sqrt{5x^2}}{3\sqrt[3]{5x}} = \frac{12\sqrt[6]{125x^6}}{3\sqrt[6]{25x^2}}$$

$$= 4\sqrt[6]{\frac{125x^6}{25x^2}} = \boxed{4\sqrt[6]{5x^4}}$$

Ejemplo 2 Efectúa: $20a^2\sqrt[3]{2x^5} \div 4a\sqrt[5]{\frac{1}{2}x^2}$

Resolución:

Hallamos el M.C.M. de los índices 3 y 5, siendo éste 15, veamos:

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array} \qquad \textbf{M.C.M.}\ (3 \text{ y } 5) = 3\times 5 = \boxed{15}$$

Donde:

$$20a^2\sqrt[3]{2x^5} = 20a^2\sqrt[15]{(2x^5)^5} = \boxed{20a^2\sqrt[15]{32x^{25}}}$$

$$4a\sqrt[5]{\frac{1}{2}x^2} = 4a\sqrt[15]{\left(\frac{1}{2}x^2\right)^3} = \boxed{4a\sqrt[15]{\frac{1}{8}x^6}}$$

Luego:

$$20a^2\sqrt[3]{2x^5} \div 4a\sqrt[5]{\frac{1}{2}x^2} = \frac{20a^2\sqrt[3]{2x^5}}{4a\sqrt[5]{\frac{1}{2}x^2}} = \frac{20a^2\sqrt[15]{32x^{25}}}{4a\sqrt[15]{\frac{1}{8}x^6}} = 5a\sqrt[15]{\frac{32x^{25}}{\frac{1}{8}x^6}}$$

$$= \boxed{5a\cdot\sqrt[15]{256x^{19}}}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1.1. División de Radicales de Igual índice.

1) $4\cdot\sqrt{6} \div 2\cdot\sqrt{3}$

2) $2\cdot\sqrt{50} \div 6\cdot\sqrt{24}$

3) $20\cdot\sqrt{2} \div 2\cdot\sqrt{4}$

4) $12\cdot\sqrt{3} \div 4\cdot\sqrt{3}$

5) $\sqrt{18} \div \sqrt{25}$

6) $7\cdot\sqrt{13} \div 28\cdot\sqrt{26}$

7) $-9\cdot\sqrt{8} \div \sqrt{2}$

8) $-2\cdot\sqrt{50} \div -\sqrt{5}$

9) $\sqrt[3]{88} \div \sqrt[3]{11}$

10) $\sqrt[3]{5} \div \sqrt[3]{3}$

11) $2\cdot\sqrt{3a} \div 10\cdot\sqrt{a}$

12) $\sqrt{75x^2y^3} \div 5\cdot\sqrt{3xy}$

13) $4x\cdot\sqrt{a^3x^2} \div 2\cdot\sqrt{a^2x^3}$

14) $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3xy} \div \frac{3}{4}\cdot\sqrt{x}$

15) $\frac{3}{5}ab\cdot\sqrt{12x^{-4}y^3z} \div -\sqrt{6x^2y^5}$

16) $3\cdot\sqrt[3]{16a^5} \div 4\cdot\sqrt[3]{2a^2}$

1.2. Ejercicios propuestos tipo evaluación de conocimientos.

Ejercicio 1 Divida los radicales siguiente:

a) $2x\sqrt{28a^5b^3} \div \sqrt{7ab} =$

b) $a^3c\sqrt[3]{\frac{36x^2}{c}} \div a\sqrt[3]{\frac{4c^2}{x}} =$

c) $-3^a\sqrt{5ax^5} \div 3^a\sqrt{\frac{x}{5a^3}} =$

d) $4\sqrt[3]{54\cdot a^5\cdot b^7} \div 2\sqrt[3]{2a^2b} =$

e) $12\sqrt[7]{a^4x^3y} \div \sqrt[7]{\frac{a^3}{y^{-1}\cdot x^4}} =$

f) $\left(\sqrt[4]{32y^9} \div \sqrt[4]{2y}\right)\sqrt{4y^4} =$

g) $\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^5y} \div \frac{1}{20}\sqrt[5]{xy^4} \div 16xy=$

h) $\sqrt[n]{\frac{y^{n+1}\cdot x^{n+2}}{2^{2-n}}} \div \sqrt[n]{\frac{y\cdot 2^{2n-2}}{x^{-2}}} =$

1.3. División de Radicales con diferentes índice.

Ejercicio 3 Divida los radicales heterogéneos siguientes:

a) $2\sqrt{45x^3y} \div \sqrt[3]{5x} =$	d) $\sqrt[7]{m^5p^3} \div \sqrt{m^3p} =$	g) $\frac{20}{7}\sqrt[7]{x^2y^5} \div \frac{5}{14}\sqrt[3]{xy^2} =$
b) $35x\sqrt[3]{a^4\cdot b^5} \div 7\sqrt{a\cdot b^2} =$	e) $y\sqrt[5]{y^2z^6} \div \frac{2}{z}\sqrt[4]{y^5\cdot z} =$	h) $a^2b\sqrt[6]{a^2b^3} \div ab^{-1}\sqrt[8]{a^3b^4} =$
c) $2p\sqrt[5]{a^4\cdot b^3} \div 4\sqrt[3]{a\cdot b^2} =$	f) $36\sqrt[4]{2x^3} \div 4\sqrt[8]{2^{-6}x^6} =$	

1.4. Ejercicios propuestos tipo evaluación de conocimientos.

1) $3\sqrt{ab} : \frac{1}{2}\sqrt[3]{ab} =$

2) $0{,}3a\sqrt[4]{a^2} : 0{,}2\sqrt[3]{a^{-2}} =$

3) $-\frac{1}{2}\sqrt[5]{3} : 2a\sqrt[3]{3} =$

4) $ab\sqrt[3]{\frac{1}{3}} : \left(-a^{-1}b^{-1}\sqrt{3}\right) =$

5) $xy^{-2}\sqrt{x} : \left(-x^{-2}y\sqrt[3]{x^{-1}}\right) =$

6) $3x\sqrt[3]{27x^6} : \left(-4x^{-1}\sqrt{48x^{-3}}\right) =$

7) $\frac{1}{2}m^2\sqrt[5]{3am^{10}} : \frac{2}{3}m^{-3}\sqrt{16am^2} =$

8) $-0{,}3ab^2\sqrt[4]{162a^3b} : 2{,}3\sqrt[3]{54a^5b^{-5}} =$

9) $-2t^{-1}\sqrt[5]{28ab} : \left(-\frac{3}{4}x^{-2}\sqrt[3]{16xn}\right) =$

10) $-\frac{4}{5}a^{-2}b^{-3}\sqrt{\frac{1}{3}a^5b^{-1}} : \left(-\frac{5}{4}ab^2\sqrt[3]{8^{-1}a^{-3}b^{-9}n}\right) =$

Comprueba las respuestas

1) $6\sqrt[6]{a\,b}$ 2) $\frac{3}{2}a^2\sqrt[6]{a}$ 3) $-\frac{1}{4}a^{-1}\sqrt[15]{\frac{1}{9}}$

4) $-a^2b^2\sqrt[6]{\frac{1}{243}}$ 5) $-x^3y^{-3}\sqrt[6]{x^5}$

6) $-\frac{9}{16}x^5\sqrt{\frac{1}{3}x}$ 7) $\frac{3}{16}m^6\sqrt[10]{9a^{-3}}$

8) $-\frac{3}{23}a\,b^3\sqrt[12]{\frac{1}{2}a^{-11}b^{11}}$

9) $\frac{8}{3}x^2t^{-1}\sqrt[15]{\frac{343}{16384}x^{-5}a^3b^3n^{-5}}$

10) $\frac{32}{25}b^{-3}\sqrt[6]{\frac{1}{27}a^3b^3n^{-2}}$