89 / Aprobado

Universidad Nacional de Cuyo — *Apellido y Nombre:* Di Menza Bottero Daiana

Facultad de Ciencias Económicas — *DNI.* 40963042 *Registro* .... *Comisión*.................

28 – 04 – 2016

CÁLCULO - C.P.N - ~~L.A. - L.E~~ (tache lo que no corresponda)

PARCIAL 1 **TEMA 2**

Realice todo el examen sobre el impreso en los espacios asignados para cada ejercicio.
Recuerde colocar en cada hoja que entrega el Nombre y Apellido, Nº de Registro (si tiene), Carrera y Comisión

2p **1 - Indique si las siguientes proposiciones son Verdaderas (V) o Falsas (F). Justifique cada respuesta** **(12 puntos)**

F	a) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{4-2^x}{1+2^x} = -1$	a) Respuesta al dorso →
V	b) Si la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto (2, f(2)) es y = 3x+2 entonces f (2) = 8 y f´(2) = 3.	b) Respuesta al dorso →
V	c) El conjunto de puntos de acumulación del conjunto $\left\{x / x \in R \wedge 0 < \left\lvert \frac{1}{2}x - 2\right\rvert < 6\right\}$ es el intervalo [-8,16].	c) Respuesta al dorso →
F	d) Sea $f: D \to R \ / \ f(x) = \frac{x-3}{9-x^2}$, f es infinitésimo en $x_1 = 3$.	d) Respuesta al dorso →

2 – **Realice en esta hoja**

Dada la función **f : A → R / f (x) =** ln $\sqrt{\frac{5+x^2}{5-x^2}}$ Halle la derivada de f usando las reglas de derivación y simplifique hasta la mínima expresión. **(10 puntos)**

$f(x) = \ln \sqrt{\frac{5+x^2}{5-x^2}}$

$\boxed{CA}$

$u = 5+x^2 \quad u' = 2x$

$v = 5-x^2 \quad v' = -2x$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{5+x^2}{5-x^2}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{5+x^2}{5-x^2}}} \cdot \frac{2x\cdot(5-x^2) - [(5+x^2)\cdot(-2x)]}{(5-x^2)^2}$

$f'(x) = \frac{1}{2\cdot\frac{(5+x^2)}{\cancel{(5-x^2)}}} \cdot \frac{10x - \cancel{2x^3} + 10x + \cancel{2x^3}}{(5-x^2)^{\cancel{2}}}$

$f'(x) = \frac{20x}{2(5+x^2)(5-x^2)} \Rightarrow f'(x) = \frac{20x}{2(25-x^4)} \Rightarrow \cancel{f'(x) = \frac{x}{(25-4x)}}$

$\Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{10x}{(25-x^4)}}$

1)- a)- $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4-2^{x}}{1+2^{x}} = \dfrac{4-0}{1+0} = \boxed{4}$

$\boxed{CA}$

$\left(\cdot\ 2^{-\infty} = \dfrac{1}{2^{\infty}} \to 0 \right)$

Tiende a:

b)- $y_{tg} = f'(2)\ (x-2) + f(2)$

$y_{tg} = 3\ (x-2) + 8$

$y_{tg} = 3x - 6 + 8$

$[y_{tg} = 3x + 2]$

1- $0 < \left|\frac{1}{2}x - 2\right| < 6$ $\quad -6 < \frac{1}{2}x - 2 < 6$

$-4 < \frac{1}{2}x < 8$

$\dfrac{\frac{1}{2}x - 2}{\frac{1}{2}}\Big| < \dfrac{6}{\frac{1}{2}}$

es un 1

$-4 \cdot 2 < x < 8 \cdot 2$

$[-8 < x < 16] \to$ Intervalo $(-8;16) - \{4\}$

un

Rta=. Puntos de acumulación $[-8;16]$

$x-4| < 12 \Rightarrow E'(4;12)$

CA

$\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{9-x^2} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-3)}{-\cancel{(x-3)}(x+3)} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{-(x+3)} = \dfrac{1}{-(3+3)} = \boxed{\dfrac{-1}{6}}$

$\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{9-x^2} \neq 0]$

Universidad Nacional de Cuyo

Facultad de Ciencias Económicas

Apellido y Nombre: Di Menza Bottero Daiana

DNI 40963042 *Registro* .... *Comisión* ....

C.P.N - ~~L.A~~ - ~~L.E~~ **(tache lo que no corresponda)**

TEMA 2

3- Para cada uno de los siguientes enunciados, solo una de las respuestas es correcta; márquela con una

(15 puntos)

a) [illegible] + y x = y entonces (cálculo al dorso)

[illegible]	
[illegible] y	X
[illegible] y	
NRA es C	~~X~~ Anulado.

b) si $y = (2x)^{2x}$ entonces:

$y' = 4x \cdot (2x)^{2x-1}$	
$y' = 2\,(1 + \ln 2x)\,(2x)^{2x}$	X
$y' = 2x \ln 2x\,(2x)^{2x}$	
NRA es C	X

c) Si $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$, *entonces:*

[illegible]	
f continua en $x_1 = 2$	
[illegible] $\lim_{x \to 2^-} f(x)$	X
f es discontinua en $x_1 = 2$	
NRA es C	

4- Realice en esta hoja **(20 puntos)**

(Desarrolle en forma completa, incluyendo todos los cálculos)

a) Dada la función: $\mathbf{f : A \to R \;/\; f(x) = \sqrt{x^2 - 5}}$, halle f ' (a) utilizando la definición (a punto interior de A).

b) Halle la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x_1 = 3$

a)- $f(a) = \sqrt{a^2 - 5}$ Definición de derivada en un punto $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x^2-5} - \sqrt{a^2-5}}{x - a} \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x^2-5} - \sqrt{a^2-5}}{x - a} \cdot \frac{\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5}}{\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{(x^2-5) - (a^2-5)}{(x-a)(\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5})} \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{x^2 \cancel{-5} - a^2 \cancel{+5}}{(x-a)(\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{(x-a)(\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5})} \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{\cancel{(x-a)}(x+a)}{\cancel{(x-a)}(\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5})} \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{(x+a)}{(\sqrt{x^2-5} + \sqrt{a^2-5})}$$

b) - $\left[y_{tg} = f'(3)\,(x-3) + f(3) \right]$

$y_{tg} = \frac{3}{2}(x-3) + 2$ ✓

$y_{tg} = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \cdot 3 + 2$

$y_{tg} = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} + 2$ ✓

$y_{tg} = \frac{3}{2}x + \boxed{\frac{13}{2}}$ ✓

• $f(x) = \sqrt{x^2-5} \Rightarrow f'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2-5}}$

$\Rightarrow f'(3) = \frac{3}{\sqrt{3^2-5}} =$

$f(3) = \sqrt{3^3-5} = \sqrt{4} = \boxed{2}$

CA

$\frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}$

$\frac{9}{2} + 2 = \frac{9+4}{2} = \frac{13}{2}$

3)

a) - $\cos x + yx = y$

$\cos x + yx - y = 0$

$-\operatorname{sen} x + y'x + y - y' = 0$

$y'x - y' = \operatorname{sen} x - y$

$y'(x-1) = \operatorname{sen} x - y$

$y' = \frac{\operatorname{sen} x - y}{x-1}$

Universidad Nacional de Cuyo *Apellido y Nombre:* D. Menza, Bottero Delfina

Facultad de Ciencias Económicas *DNI* 40963042 *Registro* .... *Comisión* ....

C.P.N - ~~LA~~ - ~~LE~~ (tache lo que no corresponda) **TEMA 2**

5 – Complete para obtener proposiciones verdaderas: **(20 puntos)**

a) Sea $f : R \to R / f(x) = 2e^x$ entonces $f^{(n)}(x) =$ - - $2e^x$ - - (-)

b) Un intervalo donde la función $f: R - \{2\} \to R / f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ no es acotada es - $(-\infty; 3)$ X $(-\infty; 2) \cup (2; 3)$

c) Sea $f : R \to R / f(x) = \sqrt[5]{x+4}$ entonces el dominio de la función f es $D_f =$ - - $\mathbb{R}$ - - y el de la función derivada es $D_{f'} =$ - - - $\mathbb{R}$ - - X - - -

16p

$f'(x) = 2x$

d) Si $f: R \to R / f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{si } x < 2 \\ x^2 + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ entonces el valor de $\mathbf{f}'(2^+) =$ $2 \cdot 2 = \boxed{4}$ - -

e) Sea $f : R \to R / f(x) = |x|$. Si $x_1 = -3$ y $\Delta x = 2$ entonces $\Delta y =$ - - - -2 - (-) - - (coloque el valor)

22

6– Realice en esta hoja

Este ejercicio se debe desarrollar en forma completa, incluyendo todos los cálculos en esta hoja **(23 puntos)**

Dada la función $f : A \to R / f(x) = \dfrac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)}$

a) Halle los ceros de la función.

b) Encuentre las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función, si es que existen (evalúe los límites laterales donde corresponda).

c) Indique todos los puntos de acumulación del dominio de f en donde la función es discontinua y clasifíquela (justifique).

d) Grafique la función y las asíntotas, teniendo en cuenta la información anterior

a)- Ceros ~~de la función~~ del denominador $\to x_1 = -2$, $x_2 = 1$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2 - (-2)}{(-2+2)(-2-1)} = \frac{4+2}{0} = \boxed{\frac{6}{0}}$$

Conclusión
- Asíntota vertical en $x = -2$
- Disc. no evitable de salto infinito.

$$f(1) = \frac{((1)^2 - 1)}{(1+2)(1-1)} = \frac{0}{0}$$

Conclusión
- Indeterminación
- Laguna en el gráfico
- Discontinuidad evitable en $x = 0$

b)- Asíntotas.

$$AV \Rightarrow \lim_{x \to -2} \frac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)} \Rightarrow \lim_{x \to -2} \frac{x\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} \Rightarrow \lim_{x \to -2} \frac{x}{(x+2)} = \frac{-2}{(-2+2)} = \frac{-2}{0} = \boxed{\infty}$$

$$\lim_{x \to -2^-} \frac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)} \Rightarrow \text{Tomo un valor aproximado a } -2^- \Rightarrow \frac{(-2{,}01)^2 - (-2{,}01)}{(-2{,}01+2)(-2{,}01-1)} = \frac{+}{+} \Rightarrow \lim_{x \to -2^-} \frac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)} = \boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x \to -2^+} \frac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)} \Rightarrow \text{Tomo un valor aprox. a } -2^+ \Rightarrow \frac{(-1{,}99)^2 - (-1{,}99)}{(-1{,}99+2)(-1{,}99-1)} = \frac{+}{-} \Rightarrow \lim_{x \to -2^+} \frac{(x^2 - x)}{(x+2)(x-1)} = \boxed{-\infty}$$

$x = -2$

AH $\rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{(x^2-x)}{(x+2)(x-1)} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{x\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} \Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x}{(x+2)} = \boxed{1}$

$y=1$ A.H. 2

$\boxed{CA}$

$f(x) = \frac{x^2-x}{(x+2)(x-1)} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-x+2x-2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2-x}{x^2+x-2} \Rightarrow$ Grado del numerador igual al del denominador, hago cociente de coeficientes principales lo que es igual a $\boxed{1}$

c) - $\boxed{P_{DC} = -2}$ → La función tiene discontinuidad no evitable de salto infinito ; ~~porque~~ 2

Porque no se cumple lo siguiente : y los límites laterales son distintos.

① $\exists\, f(-2)$

② $\nexists \lim_{x\to -2} f(x)$

③ $\lim_{x\to -2} f(x) \overset{?}{=} f(-2)$.

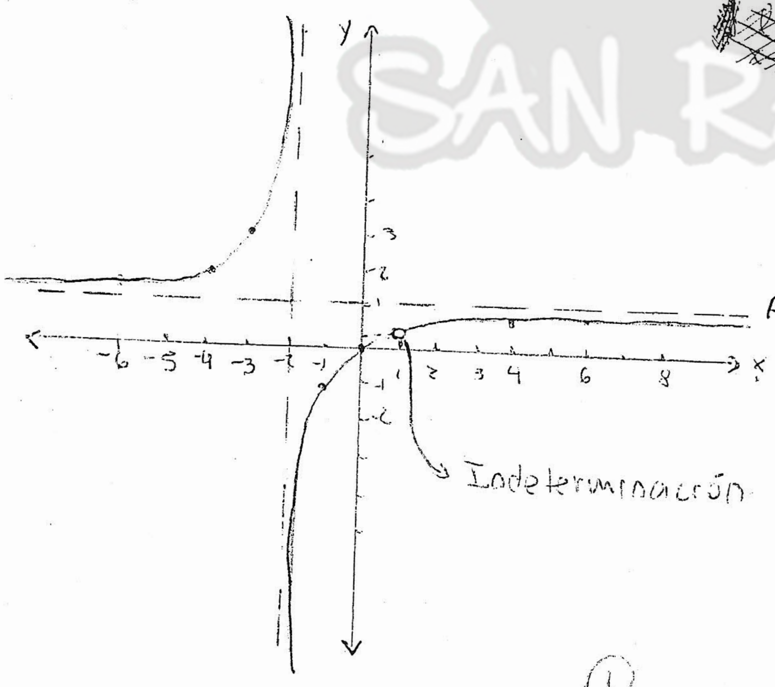
$\boxed{P_{DC} = 1}$ → Es discontinua evitable porque los límites laterales son iguales y porque se cumple lo siguiente : $\nexists\, f(1)$.

$\exists \lim_{x\to 1} f(x)$ 2

$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-x}{(x+2)(x-1)} \Rightarrow \lim_{x\to 1} \frac{x\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} \Rightarrow \lim_{x\to 1} \frac{x}{(x+2)} = \frac{1}{(1+2)} = \boxed{\frac{1}{3}}$ 3

$f(1) = \frac{1^2-1}{3\cdot 0} = \boxed{\frac{0}{0}}$

AV → $x = -2$



7

①

. Ceros de $f(x) \Rightarrow x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0 \; \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ no

$f(0) = \frac{0^2-0}{(0+2)(0-1)} = \frac{0}{-2} = \boxed{0}$

$f(-3) = \frac{12}{4} = 3$

$f(-4) = \frac{20}{10} = 2$

$f(-6) = \frac{42}{28} = 1{,}5$

. $f(-1) = \frac{2}{-2} = -1$

. $f(4) = \frac{12}{18} = 0{,}66$

. $f(\ldots$