72% Aprobado

Universidad Nacional de Cuyo

Facultad de Ciencias Económicas

Apellido y Nombre: Contreras Axel Exequiel

DNI: 40.680.271 Registro .... Comisión ....

28 – 04 – 2016

CÁLCULO - C.P.N - ~~L.A~~ - ~~L.E~~ (tache lo que no corresponda)

PARCIAL 1 **TEMA 1**

Realice todo el examen sobre el impreso en los espacios asignados para cada ejercicio.
Recuerde colocar en cada hoja que entrega el Nombre y Apellido, Nº de Registro (si tiene), Carrera y Comisión

9 p

1 - Indique si las siguientes proposiciones son Verdaderas (V) o Falsas (F). Justifique cada respuesta

(12 puntos)

~~V~~	**a)** El conjunto de puntos interiores del conjunto $\left\{x / x \in R \wedge 0 < \left\|\frac{1}{2}x - 2\right\| < 6\right\}$ es el intervalo $(-8,16)$.	**a)** $\overline{E}(2;3)$ $0 < \left\|\frac{1}{2}x-2\right\| < 6$ $-6 < \frac{1}{2}x - 2 < 6$ $-4 < \frac{1}{2}x < 8$ $-8 < x < 16$ $E = (-8,16) - \{4\}$
F	**b)** Sea $f : D \to R \ / \ f(x) = \dfrac{x+2}{4-x^2}$, f es infinitésimo en $x_1 = -2$.	**b)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x+2}{4-x^2} = \dfrac{0}{0}$ Indeterminación $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\cancel{x+2}}{-(\cancel{x+2})(x-2)} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{1}{-x+2} = \boxed{\frac{1}{4}}$
V	**c)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{4-2^x}{1+2^x} = -1$	**c)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4-2^x}{1+2^x} = \dfrac{\frac{4}{2^x} \to 0 - \frac{2^x}{2^x} \to 1}{\frac{1}{2^x} + \frac{2^x}{2^x}} = \dfrac{-1}{1} = \boxed{-1}$
V	**d)** Si la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto (1, f(1)) es y = 2x+1 entonces f (1) = 3 y f´(1)= 2.	**d)** $y_T = m\cdot(x-x_1) + f(x_1)$ $y_T = 2(x-1) + 3$ $y_T = 2x - 2 + 3$ $\boxed{y_T = 2x + 1}$

8 p

2 – Realice en esta hoja.

Dada la función **$f : A \to R \ / \ f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2+x}{2-x}}$** Halle la derivada de f usando las reglas de derivación y simplifique hasta la mínima expresión. **(10 puntos)**

$$f(x) = \ln\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}} \cdot \frac{(1\cdot 2 - x - (2+x)\cdot(-1))}{(2-x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\left(\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}\right)^2} \cdot \frac{(2 - \cancel{x} + 2 + \cancel{x})}{(2-x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\cdot\frac{2+x}{2-x}} \cdot \frac{4}{(2-x)^2} = f'(x)\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{2-x}^{\,1}}{2+x} \cdot \frac{4}{(2-x)^{\cancel{2}}}$$

Universidad Nacional de Cuyo *Apellido y Nombre:* ...Contreras Axel Ezequiel...

Facultad de Ciencias Económicas *DNI*...40.690.270...*Registro* .... *Comisión*................

C.P.N - ~~LA~~ - ~~LE~~ (tache lo que no corresponda) **TEMA 1**

5 – **Complete para obtener proposiciones verdaderas:** **(20 puntos)**

a) Sea f :R → R / f (x) = $|x|$. Si x_1 = - 4 y Δx = 1 entonces Δy = -----0 1 R----- (coloque el valor)

b) Un intervalo donde la función f: R - {2} →R / f(x) = $\frac{1}{x-2}$ es acotada es ---$(-\infty ; 1)$---

6p

c) Sea f : R → R / f (x) = $\sqrt[3]{x-4}$ entonces el dominio de la función f es D_f = R - {4} X y el de la función derivada es $D_{f'}$ = ---R X---

d) Si f: R → R / f(x) = $\begin{cases} x^3 - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ entonces el valor de $f'(1^-)$ = ----- -2 X --

e) Sea f : R → R / f (x) = e^{2x} entonces $f^{(n)}(x)$ = - $e^{2x} \cdot n$ - X

15

6– **Realice en esta hoja**

Este ejercicio se debe desarrollar en forma completa, incluyendo todos los cálculos en esta hoja **(23 puntos)**

Dada la función f : A -> R / f (x) =. $\frac{(x^2+x)}{(x-2)\ (x+1)}$

a) Halle los ceros de la función.

b) Encuentre las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función, si es que existen (evalúe los límites laterales donde corresponda) .

c) Indique todos los puntos de acumulación del dominio de f en donde la función es discontinua y clasifíquela (justifique)

d) Grafique la función y las asíntotas, teniendo en cuenta la información anterior

a) $\frac{(x^2+x)}{(x-2)(x+1)} = 0$

1

$x^2 + x = 0 \cdot ((x-2)\cdot(x+1))$

sólo este

$x^2 + x = 0$

$x(x+1) = 0$ $\boxed{x_1 = 0}$ $\boxed{x_2 = -1}$ Ceros de la función y

$f(-1) = \frac{0}{0}$

b) Ceros del denominador son: $X_1 = 2$; $X_2 = -1$

1

$f(2) = \frac{(2^2+2)}{(2-2)(2+1)} = \boxed{\frac{6}{0}}$ Asintota Vertical de ecuación $x = 2$, Discontinuidad no evitable

$f(-1) = \frac{((-1)^2 + (-1))}{(-1-2)(-1+1)} = \boxed{\frac{0}{0}}$ Indeterminación, es una laguna en el gráfico y presenta una discontinuidad evitable en $x = -1$ ✓

Asíntota Vertical

2

$\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x^2+x}{(x-2)(x+1)} = \frac{+}{+} = +\infty$ Discontinuidad no evitable en $x = 2$ de salto infinito

c) Los puntos de discontinuidad donde es discontinua son:

$x_1 = 2$ Hay una Discontinuidad no evitable de salto infinito, porque no existe el límite y tampoco el valor de función

$$f(2) = \nexists \quad y \quad \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 1}{(x-2)(x+1)} = \nexists$$

2

$x_2 = -1$ Hay una Discontinuidad evitable porque existe el límite

$$\exists \lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 1}{(x-2)(x+1)} = \boxed{0}$$

2

$\frac{1}{3}$

b) ✱ Asíntota Horizontal

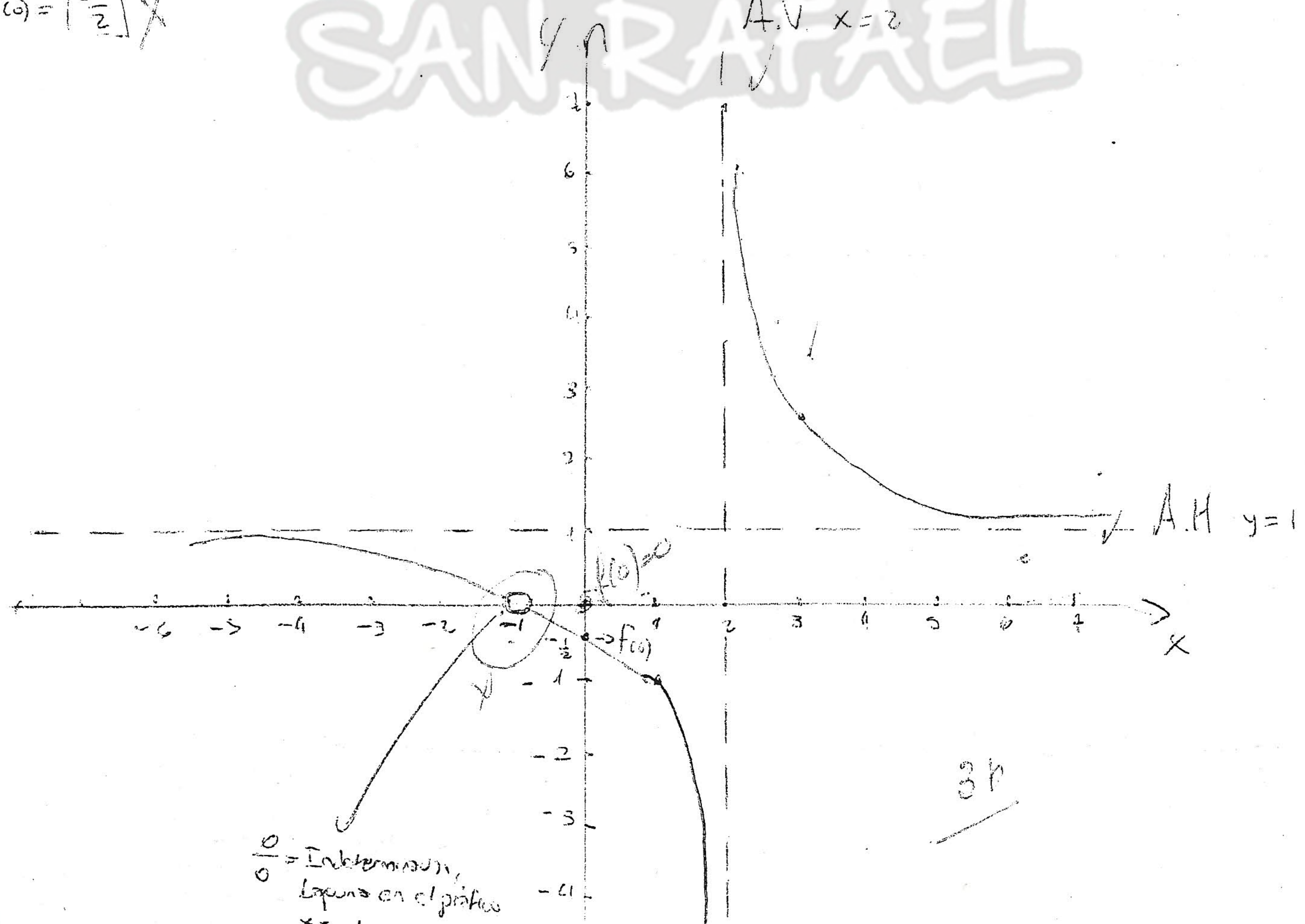
$$f(x) = \frac{(x^2+1)}{(x-2)(x+1)} = \frac{(x^2+1)}{x^2 + x - 2x - 2} = \boxed{\frac{x^2+1}{x^2-x-2}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+1}{x^2-x-2} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} + \frac{1}{x^2}}{\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} - \frac{x}{x^2} - \frac{2}{x^2}} = \frac{1+0}{1+0+0} = \boxed{1}$$

Hay una Asíntota Horizontal de ecuación $\boxed{y = 1}$

2

d) $f(0) = \boxed{-\frac{1}{2}}$



3 P

Universidad Nacional de Cuyo *Apellido y Nombre:* Contreras Axel Ezequiel

Facultad de Ciencias Económicas *DNI* 40.690.277 *Registro* .... *Comisión*.................

C.P.N - ~~LA~~ - ~~LE~~ (tache lo que no corresponda) **TEMA 1**

3 - Para cada uno de los siguientes enunciados, solo una de las respuestas es correcta; márquela con una cruz. **(15 puntos)**

a) Si sen x + y x = x entonces

$y' = 1\text{-cox}$	
$y' = \dfrac{1-y-\cos x}{x}$	X
$y' = \dfrac{x-\cos x}{x}$	
NRA es C	

b) si $y = x^{x}$ entonces:

$y' = x \cdot x^{x-1}$	
$y' = 1$	
$y' = (\ln x + 1)\, x^{x}$	X
$y' = x \ln x$	
NRA es C	

5p

c) Si $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$, *entonces:*

Existe **f** $'(2)$	
f continua en $x_1 = 2$	
f está definida en $x_1 = 2$	
f es discontinua en $x_1 = 2$	
NRA es C	X

18

4 - Realice en esta hoja **(20 puntos)**
(Desarrolle en forma completa, incluyendo todos los cálculos)

a) Dada la función: **f : A → R / f (x) =** $\sqrt{2-x}$, halle f '(a) utilizando la definición (a punto interior de A).

b) Halle la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x_1 = -2$

13p

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a}$$

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{2-a}}{x-a} = \lim_{x\to a} \left(\sqrt{2-x} - \sqrt{2-a}\right) \cdot \frac{1}{x-a}$$

$$\cancel{\lim_{x\to a} \left((2-x)^{\frac{1}{2}} - (2-a)^{\frac{1}{2}}\right) \frac{1}{x-a}}$$

$$\lim_{x\to a} \left(\sqrt{2-x} - \sqrt{2-a}\right) \cdot \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2-a}}{\sqrt{2-x} + \sqrt{2-a}} \cdot \frac{1}{x-a}$$

$$\lim_{x\to a} \frac{\left(\sqrt{2-x}\right)^2 - \left(\sqrt{2-a}\right)^2}{\sqrt{2-x} + \sqrt{2-a}} \cdot \frac{1}{x-a} = \lim_{x\to a} \frac{2 - x - 2 + a}{\sqrt{2-x} + \sqrt{2-a}} =$$

Sigue ¡Atrás!

f'

b) $y_T = m \cdot (x - x_1) + f(x_1)$ $\qquad X_1 = -2$

$f(x) = \sqrt{2-x}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2-x}} \cdot (-1)$

$f'(x) = \boxed{\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}$

$f'(-2) = \frac{-1}{2\sqrt{2-(-2)}}$

$f'(-2) = \frac{-1}{2\sqrt{4}}$

$f'(-2) = \boxed{\frac{-1}{4}}$ ✓

$f(-2) = \sqrt{2-(-2)}$

$f(-2) = \sqrt{4}$

$\boxed{f(-2) = 2}$ ✓

$y_T = -\frac{1}{4}(x-(-2)) + 2$

$y_T = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} + 2$

RTA: $\boxed{y_T = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}}$ X

5p