

27 - 04 - 2015

**CÁLCULO - C.P.N - L.A (tache lo que no corresponda)**

**PARCIAL 1**

**TEMA 2**

Realice todo el examen sobre el impreso en los espacios asignados para cada ejercicio. Recuerde colocar en cada hoja que entrega el Nombre y Apellido, N° de Registro (si tiene), Carrera y Comisión

**1 - Complete para obtener proposiciones verdaderas: (21 puntos)**

a) El conjunto de puntos de acumulación del conjunto  $\{x / x \in \mathbb{R} \wedge |2-x| \geq 3\}$  es ..... y el de puntos interiores es .....

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x-3} \right) = \dots\dots\dots$

b) Sea  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  y  $x_1 = c$  punto interior de  $D$ . Por definición  $f$  es continua en  $x_1 = c$  si y solo si .....

c) Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = [x]$ . El conjunto imagen de  $f$  es .....

d) Si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \begin{cases} x^2+9 & \text{si } x \leq 3 \\ x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$  entonces  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots\dots\dots$

**2 - Indique si las siguientes proposiciones son Verdaderas (V) o Falsas (F) (respuesta correcta: 1 punto; respuesta incorrecta: - 0,5 punto; ítem sin contestar: 0 pto.) (10 puntos)**

Si la población de una colonia de bacterias (medida en millones) después de $x$ días está dada por $h(x) = \frac{4}{2+3^{-x}}$ , entonces cuando $x$ crece indefinidamente la población tiende a estabilizarse en 2 millones.
Sea $f: D \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x-2}{4-x^2}$ , $f$ es infinitésimo en $x_1 = -2$ .
Si $f$ tiene discontinuidad esencial en $x_1=a$ , entonces existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
La función $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{1}{x-2}$ es acotada en el intervalo $(-\infty; 2)$
Si $f$ es continua en $x_1 = a$ , entonces existe $f'(a)$
Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función par. Si $f(3) = 4$ , entonces $f(-3) = -4$ .
Si la recta tangente al gráfico de $f$ en el punto $(1, f(1))$ tiene ecuación $y = 4$ entonces $f'(1) = 0$
Si existe $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ entonces $f$ es continua en $x_1 = 3$ .
Si $f(4) = 0$ entonces $f$ es infinitésimo en $x_1 = 4$
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 3 + 5^{\frac{1}{x}} \right) = 3$

**TEMA 1**

5 - Sea  $f: A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$  **Desarrolle y complete sólo en esta hoja:**

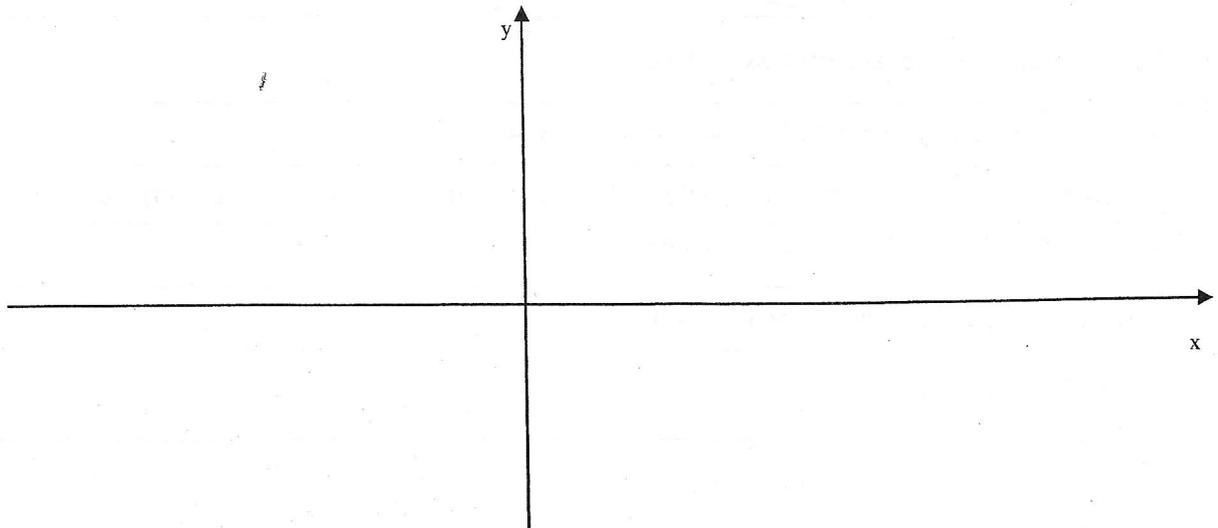
(25 puntos)

- a) El Dominio de la función es el conjunto  $A =$  .....
- b) El/Los ceros (si es que existen) de  $f$  es/son ..... y  $f(0) =$  .....
- c) Encuentre las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función (evalúe los límites laterales donde corresponda), si es que existen. Trabaje en los espacios asignados e indique si no existe alguna de ellas.

<u>Cálculo de Asíntota/s horizontal/es o de Asíntota/s oblicua/s</u>
<u>Cálculo de Asíntota/s vertical/es (analice en <b>todos</b> los valores donde pueda existir una asíntota vertical)</u>

SAN RAFAEL

- d) El/Los puntos de acumulación del dominio de  $f$  donde es discontinua es/son .....
- e) Clasifique, de acuerdo a lo desarrollado en el cuadro, las discontinuidades (si es que existen) .....
- f) Grafique la función y las asíntotas, teniendo en cuenta la información anterior.



3- Para cada uno de los siguientes enunciados, sólo una de las respuestas es correcta; márkela con una cruz. (20 puntos)

a) Sea  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f'(3) = 2$ :

No existe $f(3)$	<input type="checkbox"/>
$f$ es infinitésimo en $x_1 = 3$	<input type="checkbox"/>
La recta tangente al gráfico de $f$ en $x_1 = 3$ es horizontal	<input type="checkbox"/>
$f$ es continua en $x_1 = 3$	<input type="checkbox"/>
NRA es C	<input type="checkbox"/>

b) Si  $f: D \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{(x-2)}{(x-1)}$

entonces:

$D = \mathbb{R} - \{1, 2\}$	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$	<input type="checkbox"/>
$f$ es continua en $x_1 = 2$	<input type="checkbox"/>
$f(x) < 0$ en el intervalo $(-\infty, 1)$	<input type="checkbox"/>
NRA es C	<input type="checkbox"/>

c) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4$ , entonces:

$f(a) = 4$	<input type="checkbox"/>
$f$ continua en $x_1 = a$ .	<input type="checkbox"/>
$x_1 = a$ es punto de acumulación del dominio de $f$ .	<input type="checkbox"/>
$f$ es discontinua en $x_1 = a$ .	<input type="checkbox"/>
NRA es C	<input type="checkbox"/>

d) Si  $f: D \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = |x - 3|$  entonces:

$f$ no es derivable en $x_1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$f$ no es infinitésimo en $x_1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$f$ no es continua en $x_1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$	<input type="checkbox"/>
NRA es C	<input type="checkbox"/>

4 - Realice en el reverso de esta hoja (24 puntos)

(Desarrolle en forma completa, incluyendo todos los cálculos)

a. Dada la función:  $f: A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{3}{2-x}$ , halle  $f'(a)$  utilizando la definición (a punto interior de A).

b. Dada la función  $f: A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \left(\frac{x^3}{x^3+1}\right)^2$  Halle la derivada de  $f$  usando las reglas de derivación y simplifique hasta la mínima expresión.

5- Sea  $f : A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x-4}{x^2-16}$  . **Desarrolle y complete sólo en esta hoja:** (25 puntos)

- a) El Dominio de la función es el conjunto  $A =$  .....
- b) El/Los ceros (si es que existen) de  $f$  es/son ..... y  $f(0) =$  .....
- c) Encuentre las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función (evalúe los límites laterales donde corresponda), si es que existen. Trabaje en los espacios asignados e indique si no existe alguna de ellas.

<u>Cálculo de Asíntota/s horizontal/es o de Asíntota/s oblicua/s</u>
<u>Cálculo de Asíntota/s vertical/es</u> (analice en <b>todos</b> los valores donde pueda existir una asíntota vertical)

- d) El/los puntos de acumulación del dominio de  $f$  donde es discontinua es/son .....
- e) Clasifique , de acuerdo a lo desarrollado en el cuadro, las discontinuidades (si es que existen) .....
- f) Grafique la función y las asíntotas, teniendo en cuenta la información anterior

