CPN
Facultad de Ciencias Económicas

legajo: 27977
11 de abril de 2016

## Primera evaluación - Tema 2

34

- La duración estimada es de 120 minutos
- La evaluación se aprueba con al menos 60 puntos y el detalle de puntajes de cada uno de los ejercicios es:

| 1 | | | 2 | | | 3 | | | 4 | | | 5 | | | 6 | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| i | ii | iii | i | ii | iii | i | ii | iii | i | ii | iii | i | ii | iii | i | ii | |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 100 |
| | | | | | | | | 5 | | | | | | | 2 | | |

1. Escriba:

i. Una proposición equivalente a $-(p \vee q)$.

Proposición equivalente $-p \to q$ X $-(-p \to q)$

ii. La forma general de una matriz de tamaño $pxq$.

X $\begin{bmatrix} a_{p1} & a_{p2} & a_{p3} \\ --- & -- & -- \\ a_{1q} & a_{2q} & a_{pq} \end{bmatrix}$ $a_{pq}$ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1q} \\ \dots & \dots & & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pq} \end{bmatrix}$

iii. La definición de producto de un escalar por una matriz.

Sea A una matriz y c un escalar, el producto cA es una nueva matriz que se obtiene de multiplicar los elementos de A por el escalar c //

$A=[a_{ij}]$ $cA=[c.a_{ij}]$

2. Complete con alguna de las expresiones "es necesario y suficiente", "es necesario pero no suficiente", "es suficiente pero no necesario", "no es suficiente ni necesario" a modo de obtener proposición verdadera:

i. Es ...necesario y suficiente......que $p$ sea una proposición falsa para que $p \to -q \vee r$ sea una proposición verdadera. suf pero no nec

ii. Es ...es suficiente pero no necesario......que la forma escalonada por filas de $A$ tenga todas las filas con 1-principales para que el sistema de ecuaciones lineales $A.X = B$ tenga solución única, cualquiera sea $B$. nec y suf

iii. Es...necesario y suficiente...........que las matrices $A$ y $B$ sean cuadradas para que $A + B$ sea una matriz cuadrada.

3. Sea $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & h \end{bmatrix}$ la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales.

| | |
|---|---|
| i. Escriba el sistema de ecuaciones. | $\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ 3y = h \end{cases}$ ✓ |
| ii. Encuentre el valor de $h$, para que el sistema sea compatible. | $\boxed{h = 3}$<br>$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & h \end{array}\right] \xrightarrow{-F_1+F_2 \to F_2} \left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & h \end{array}\right] \xrightarrow{-3F_2+F_3 \to F_3} \left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & h-3 \end{array}\right]$ ✓ |
| iii. Encuentre el conjunto solución del sistema para el valor hallado en ii. | $S = \{(-1-2t ; 1 ; t) \; t \in \mathbb{R}\}$<br>¿Cómo llega?<br>(incompleto) |



4. Lea atentamente el siguiente enunciado:
Un fabricante de autos ha lanzado al Mercado un nuevo modelo de auto en tres versiones distintas, básico, estándar y de lujo. Los precios de venta de cada uno de ellos es 300, 400 y 600 miles de pesos. Se sabe que durante el primer mes la cantidad de autos vendidos entre los tres modelos fue 140 por un total de 50 millones de pesos.

i. Escriba un sistema de ecuaciones que le permita, de ser posible, con la información suministrada determinar cuántos autos de cada modelo habrá vendido el fabricante durante el primer mes.

$$\begin{cases} x + y + z = 140 \\ 300x + 400y + 600z = 50\,000\,000 \end{cases}$$ ✓ ✓

$x$ = Modelo Básico
$y$ = Modelo Estándar
$z$ = Modelo Lujo

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 300 & 400 & 600 & 50\,000 \end{array}\right] \xrightarrow{-300F_1+F_2 \to F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 100 & 300 & 8000 \end{array}\right] \xrightarrow{1/100\,F_2 \to F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 1 & 3 & 80 \end{array}\right]$$

$z = t$
$y = 80 - 3t$
$x = 60 + 2t$

ii. Encuentre el conjunto solución del sistema y del problema.

$S = \{(-499440 + 2t ; 49950 - 3t, t), t \in \mathbb{R}\}$ conjunto solución del sistema

X

$S = \{(-499440 + 2t ; 49950 - 3t, t), t \in \mathbb{R}_0^+\}$ conjunto solución del problema

$S = \{(x, y, z) ; (60 + 2t ; 80 - 3t ; t) t \in \mathbb{R}\}$ Conjunto sol del sistema

$S = \{(x, y, z) ; (60 + 2t ; 80 - 3t ; t) t \in \mathbb{Z}_0^+\}$ conjunto solución del sistema

iii. Si el departamento de marketing informa que, como era de esperarse la cantidad de autos vendidos de modelo básico superó en 80 unidades a la cantidad de autos vendidos de lujo, ¿puede determinar exactamente cuántos autos de cada modelo vendió el fabricante? Justifique.

$x = 80 + z$

$x - z = 80$

No porque el modelo de lujo puede variar la cantidad X

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 300 & 400 & 600 & 50000 \\ 1 & 0 & -1 & 80 \end{array}\right] \xrightarrow[-300F_1+F_2 \to F_2]{-F_1+F_3 \to F_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 100 & 300 & 8000 \\ 0 & -1 & -2 & -60 \end{array}\right] \xrightarrow{1/100 F_2 \to F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 1 & 3 & 80 \\ 0 & -1 & -2 & -60 \end{array}\right] \xrightarrow[F_3+F_1 \to F_1]{F_2+F_3 \to F_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 80 \\ 0 & 1 & 3 & 80 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \end{array}\right] \xrightarrow[-3F_3+F_2 \to F_2]{F_3+F_1 \to F_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \end{array}\right]$$

$x = 100$

$y = 20$

$z = 20$

5. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, indique si es o no posible encontrar una matriz $M$ de forma tal que se cumplan las condiciones requeridas en cada ítem. En caso afirmativo, muestre $M$ y sus cálculos. De lo contrario justifique.

| CONDICIÓN | Es/No es posible | $M$ | CÁLCULOS / JUSTIFICACIÓN |
|---|---|---|---|
| i. $A.M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ | Es posible | $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ X $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $A.M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ <br> $\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}}_{3\times2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{3\times2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ <br> no se puede multiplicar. |
| ii. $-M + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = 3A$ | Es posible | $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -6 \\ 2 & -9 \end{bmatrix}$ ✓ | $-\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -6 \\ 2 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ <br> $3A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| iii. El sistema $A.X = M$ es compatible indetermina-do. | Es posible<br><br>No es posible | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\overset{A}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}} \overset{X}{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}} = \overset{M}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$ |

6. Argumente la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

i. Es suficiente que $C$ sea una matriz de orden $pxq$ y $r, s$ números reales para que: $(r+s)C = rC + sC$

(V) Por la propiedad de la multiplicación respecto a la suma, que establece si r y s son escalares y C una matriz se cumple: $(r+s).C = rC + sC$

Dem

ii. El sistema $A.X = B$ tiene infinitas soluciones si $A$ es una matriz cuya forma escalonada no tiene un uno principal en cada una de sus columnas.

(V) Verdadero

Falso

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$