Facultad de Ciencias Económicas

9 de mayo de 2016

Segunda evaluación - Tema 2

- La duración estimada es de 120 minutos
- La evaluación se aprueba con al menos 60 puntos y el detalle de puntajes de cada uno de los ejercicios es:

1			2			3				4				5				total
I	II	III	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	
4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	7	7	8	8	8	8	100
1	0	4	0	4	0	5	5	5	5	5	5	4	3	0	2	0	0	48

1. Escriba:

i. La definición de norma de un vector de R^3.

la norma o longitud de un vector de $\mathbb{R}^3$ es la que se halla con la siguiente Formula:

$V = (v_1, v_2, v_3)$

$$\|V\| = \sqrt{v_1^2 + v_2 + v_3}$$ X

incompleto.

$$\|V\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

ii. La definición de vectores paralelos.

Dos vectores son paralelos si tienen la misma dirección o ~~sentido~~. X

la norma de uno de ellos es múltiplo positivo de la norma del otro $\|U\| = |k| \|V\|$

iii. Una propiedad de producto punto de vectores de R^3.

Sean $U = (u_1, u_2, u_3)$

$V = (v_1, v_2, v_3)$

$U \cdot V = V \cdot U$

2. Complete conalguna de las expresiones "es necesario y suficiente", "es necesario pero no suficiente", "es suficiente pero no necesario", "no es suficiente ni necesario" a modo de obtener proposición verdadera:

suf pero no nec

i. Que A y B sean matrices invertibles de igual orden ...es necesario pero no suficiente... para que $\det(A+B) \neq 0$. X

ii. Sea u un vector de R^3. Que $u \neq 0$...es necesario y suficiente....... para que $\frac{1}{\|u\|}u$ sea un vector unitario.

iii. Sean u y v vectores de R^3. Que w sea combinación lineal de u y v ...es suficiente pero no necesario. para que w sea paralelo a u.

necesario pero no suf X

3. Sean los vectores $v = (0,0,1)$y $w = (0,2,-1)$ de R^3. Indique, si es posible,encontrar un vector $u \neq 0$ de forma tal que se cumplan las condiciones requeridas en cada ítem. Si su respuesta es afirmativa muestre u y justifique su elección con los cálculos adecuados. De lo contrario dé una razón:

	Es/no es posible	u	Cálculo/Razón
i. $3u - v = 2w$	Es posible	$\left(0,\frac{4}{3},\frac{-1}{3}\right)$	$w=(0,2,-1)$ $v=(0,0,1)$ $u=\left(0,\frac{4}{3},\frac{-1}{3}\right)$ $3\left(0,\frac{4}{3},\frac{-1}{3}\right)-(0,0,1)=2(0,2,-1)$ $(0,4,-2)=(0,4,-2)$
ii. La matriz cuyas filas son los vectores v, w y $u$es no invertible.	Es posible	$(0,0,2)$	$w=(0,2,-1)$ $v=(0,0,1)$ $u=(0,0,2)$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ La Fila 3 es múltiplo de la Fila 1 por lo que quedaría una Fila de ceros y el determinante sería igual a 0, siendo la matriz no invertible
iii. $u.v = 0$ y $u$paralelo a w	No es posible		$u=(0,4,-2)$ $w=(0,2,-1)$ $v=(0,0,1)$ El vector U es paralelo a W pero el producto de los vectores U y V es distinto de cero $(u.v\neq 0)$ Si la comp. de u, $u_3=$ para que $u.v=0$, luego $u \nparallel w$.
iv. u un vector unitario perpendicular a w.	Es posible	$(1,0,0)$	$u=(1,0,0)$ $w=(0,2,-1)$ $\lVert u \rVert = \sqrt{1^2+0^2+0^2} = \sqrt{1} = 1$ $u.w=0$ (U es perpendicular a W) $(1,0,0)(0,2,-1)=0$

4. Sea A una matriz de orden n, tal que $a_{ij} \geq 0$ para todo i, j y $a_{i1} + a_{i2} + \cdots + a_{in} = 2$, para toda fila i.
Responda cada ítem justificando.

i. Analice si la matriz $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$ es una matriz en las condiciones del enunciado.

Es una matriz que cumple con las condiciones del enunciado, Por ejemplo la sumatoria de los elementos de la segunda Fila es $\underline{2}$

$a_{ij} \geq 0$.

ii. Proponga usted una matriz de orden 2 en las condiciones del enunciado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

iii. Diga por qué si o por qué no:

Si A es una matriz en las condiciones del enunciado, entonces A es invertible.

Es invertible A ya que su determinante es distinto de 0 (trabajó sobre A_i)

iv. Diga por qué:

Si A es una matriz en las condiciones del enunciado, entonces el sistema $A.X = \begin{bmatrix} 2 \\ \vdots \\ 2 \end{bmatrix}$ es compatible.

Queda compatible o el sistema es compatible ya que aplicando operaciones elementales sobre las Filas de la Matriz A, se llega a que el sistema es compatible

por qué?

5. Argumente la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

i. Es suficiente que A y B sean matrices invertibles para que $A.B$ también sea inversible.

Verdadero

$A = A^{-1}$
$B = B^{-1}$

$(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1} = B.A.$

Falso

Si A y B fuesen del mismo orden sería verdadera la proposición

ii. Si $u, v, w \in R^2$, $(u+v).w = u.w + v.w$. Verdadero

$u=(u_1,u_2)$
$v=(v_1,v_2)$
$w=(w_1,w_2)$

$((u_1,u_2)+(v_1,v_2)).(w_1,w_2)$

$(u_1,u_2).(w_1,w_2)+(v_1,v_2)(w_1,w_2)$

$\boxed{uw+vw}$

iii. Si los vectores u y v de R^3 son unitarios y paralelos, entonces $|u.v| = 1$

Falso

$u=(1,0,0)$ $\|u\|=1$
$v=(0,1,0)$ $\|v\|=1$

$|u.v| = 0 \neq 1$

iv. Es necesario que A sea una matriz invertible para que el sistema $A.X = 0$ sea compatible determinado.

Suficiente pero no necesario

Verdadero

Porque una matriz que tenga el determinante distinto de cero es compatible determinado