

EJERCICIO N°1: (32 puntos) **10P**

1.1. (20 puntos) En cada caso responda VERDADERO o FALSO, en caso de responder FALSO corrija o refute con un ejemplo; en caso de responder VERDADERO demuestre la afirmación. Indique el nombre de cada inciso en la respuesta.

- a) La definición axiomática de probabilidad coincide con la definición clásica si S es finito y equiprobable. **[?]**
- b) Dado que  $P(A) = 1/3$ ,  $P(B/A) = 1/3$ ; entonces se cumple que  $P(A \cap B) = 0$  **[F]** *no prueba -*
- c) El evento vacío y un evento cualquiera A de un espacio de probabilidad (S, p) son eventos independientes **[V]**
- d) Si A y B son eventos de (S, p):  $p(A/B) - p(\bar{A}/\bar{B}) = 1$  **[?]**

b)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \neq 0$  ✓

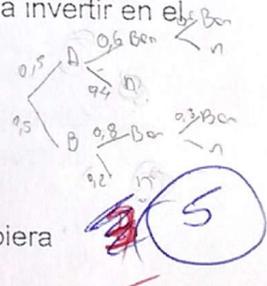
c)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A) + P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  *siendo A = ∅ y B un evento cualquiera*

$\Rightarrow P(\emptyset) + P(B) = P(\emptyset) + P(B) - P(A \cap B) = 0 + P(B) = 0 + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0 \wedge P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\Rightarrow P(\emptyset) \cdot P(B) \Rightarrow 0 + P(B) = P(B)$  (son independientes)

SAN RAFAEL

1.2 (12 puntos) Un inversor tiene la misma posibilidad de invertir en dos tipos de valores: A y B. Si invierte en A tiene una probabilidad de 0.6 de obtener 16 millones de beneficio, y si invierte en B tiene una probabilidad de 0.8 de conseguir 12 millones. Si en una inversión obtiene beneficios, está dispuesto a volver a invertir en el mismo tipo de valor. En cambio, si no obtiene beneficios, invertirá en el otro tipo.



- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no obtenga beneficios en la primera inversión?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no obtenga beneficios y sea de la primera inversión en B?
- c) Si finalmente **[O]** obtiene beneficios, ¿cuál es la probabilidad de que la primera inversión la hubiera efectuado en B?

a)  $P(N/A) = \frac{P(N \cap A)}{P(A)} = \frac{P(N) \cdot P(A/N)}{P(A)} = \frac{0.3 \cdot 0.4}{0.5} = 0.24$  (una probab. del 24% de que no obtenga beneficios)

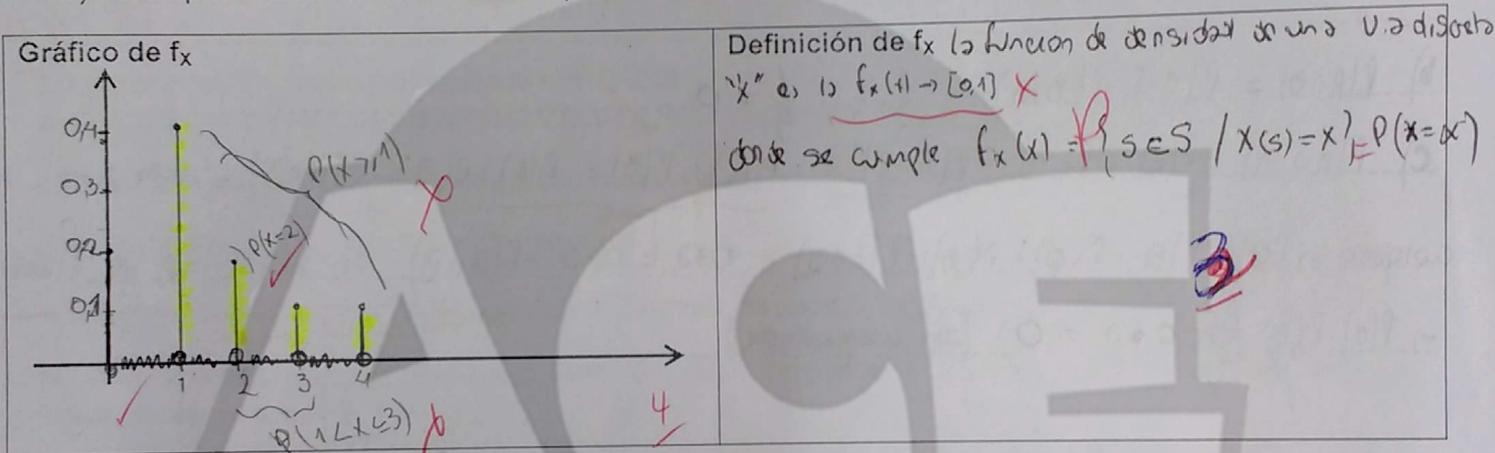
b)  $P(N \cap B) = P(N) \cdot P(B/N) = (0.4 \cdot 0.5) + (0.2 \cdot 0.5) \cdot 0.2 = 0.06$  (una probabilidad del 6% de que no obtenga beneficios y sea de la primera inversión en B)

2.1 (34 puntos) Dada la variable aleatoria  $X$ . Número de créditos que se otorgan por semana. La función de densidad de probabilidad de dicha variable está expresada en el siguiente cuadro:

|          |     |     |     |     |     |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$      | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| $f_X(x)$ | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,1 |

|         |         |         |         |              |
|---------|---------|---------|---------|--------------|
| $(0,1)$ | $(1,2)$ | $(2,3)$ | $(3,4)$ | $(4,\infty)$ |
| 0,2     | 0,6     | 0,8     | 0,9     | 1            |

a) Grafique la función de densidad de probabilidad y defina dicha función. (9 puntos)



b) Exprese sus propiedades fundamentales. (4 puntos)

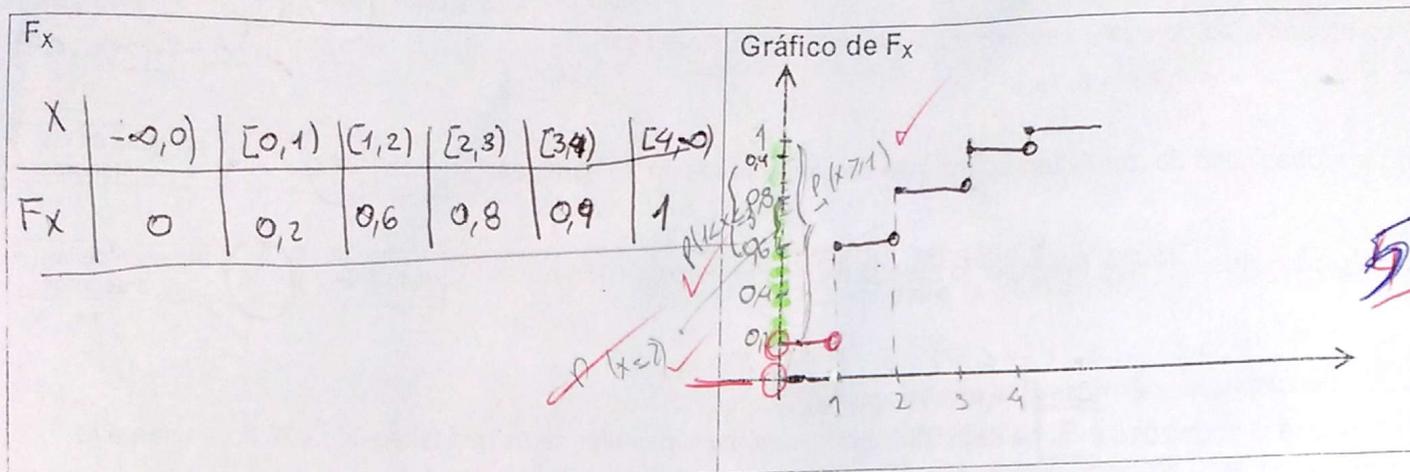
- 1)  $f_X(x) \geq 0$  (es mayor o igual a 0) ~~para todo x~~
- 2)  $\sum_{x \in R(S)} f_X(x) = 1$  (la suma de las densidades de todos los  $x$  de la variable " $X$ " es igual a 1)

c) Obtenga las siguientes probabilidades utilizando  $f_X$ , interprete los resultados en el contexto e indíquelas en el gráfico obtenido en a) si es posible: (6 puntos)

- i)  $P(X \geq 1) = \dots f_X(1) + f_X(2) + f_X(3) + f_X(4) = 0,4 + 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,8$
- ii)  $P(1 < X \leq 3) = \dots P(X=2) + P(X=3) = f_X(2) + f_X(3) = 0,2 + 0,1 = 0,3$
- iii)  $P(X = 2) = \dots f_X(2) = \dots 0,2$

- 1) La probabilidad de que se otorgue como mínimo 1 crédito por semana es del 80% ✓ 6
- 2) La probabilidad de que el número de créditos otorgados por semana sean dos o tres es del 30% ✓
- 3) La probabilidad de que el número de créditos otorgados (sea 2 por semana es del 20% ✓

d) Obtenga la función de distribución acumulada de dicha variable aleatoria y gráfiquela. (6 puntos)



e) Obtenga las siguientes probabilidades a partir de la función de distribución acumulada y gráfique aquellas que sean posibles en el gráfico obtenido en d). (6 puntos)

i)  $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - F_x(0) = 0,8$  ii)  $P(1 < X \leq 3) = F_x(3) - F_x(1) = 0,9 - 0,6 = 0,3$

iii)  $P(X = 2) = F_x(2) - F_x(1) = 0,8 - 0,6 = 0,2$

f) Obtenga el valor del coeficiente de apuntamiento o curtosis e interprete el resultado en el contexto. (3 puntos)

Cap =  $\frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{15,02}{(1,2)^4} - 3 = \frac{\sum x^4 \cdot f(x)}{(\sum x^2 \cdot f(x))^2} - 3 = \frac{(0^4 \cdot 0,2) + (1^4 \cdot 0,4) + (2^4 \cdot 0,2) + (3^4 \cdot 0,1) + (4^4 \cdot 0,1)}{(0,2 + 0,4 + 0,8 + 0,9 + 0,4)^2} - 3 = \frac{37,3}{3} - 3 = 1,77$

$\frac{37,3}{2,07} = 18,02 - 3 = 15,02$   
 $\frac{37,3}{2,07} \Rightarrow 15,01$

$\sigma^2(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \sum x^2 \cdot f(x) - (\sum x \cdot f(x))^2 = (0^2 \cdot 0,2) + (1^2 \cdot 0,4) + (2^2 \cdot 0,2) + (3^2 \cdot 0,1) + (4^2 \cdot 0,1) - (1,5)^2 = 3,7 - 2,25 = 1,45$

$\sigma(x) = \sqrt{1,45} = 1,20$

Interpretación

$\sqrt{1,45} = 1,20$

2.2 (14 puntos) En un hospital estatal la cantidad de enfermeros noveles que faltan a su trabajo antes de cumplir las primeras 100 horas de guardias es una preocupación. Se sabe que en años anteriores en promedio faltaban 8 enfermeros noveles en 100 horas de guardia.

a) Defina la variable aleatoria, determine el modelo de distribución de dicha variable y justifique la elección del mismo. (6 puntos)

$X$ : Número de enfermeros que faltan por horas de guardia antes de cumplir las 100

$X \sim \text{Pois}$  porque los eventos ocurren durante un intervalo de tiempo

$\lambda = 8$  los eventos son independientes de...

los eventos se producen con un intervalo de tiempo constante

1,5P  
3P