

# PRIMER EXAMEN PARCIAL

## ESTADÍSTICA - CONTADOR PÚBLICO NACIONAL

13 de setiembre de 2016 - tema 2

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	total
1	0	9	7	0	7	24

Ejercicio 1 Sea  $(S, P)$  un espacio de probabilidad y  $A$  y  $B$  sucesos en este espacio. Compruebe las siguientes afirmaciones justificando cada uno de los pasos seguidos.

- a. Si  $A \cap B = \emptyset$  entonces  $P(A) + P(B) \leq 1$ . ✓
- b. Si  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.3$  y  $P(A \cap B) = 0.1$  calcule  $P(A \cap B | A \cup B)$ .

Ejercicio 2 Un catador de café tiene que ordenar tres marcas. llanémolas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  de acuerdo a su calidad. Así, por ejemplo,  $(m_2, m_1, m_3)$  significa que  $m_2$  (la mejor) es mejor que  $m_1$  (intermedia) y es mejor que  $m_3$  (la peor). Considere los sucesos.

$A$  :  $m_1$  es mejor que  $m_2$ ;  $B$  :  $m_1$  es la marca intermedia  
 $C$  :  $m_1$  es la mejor marca

- a. Analice si  $A$  y  $B$  son sucesos independientes.
- b. Analice si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son sucesos independientes.

Ejercicio 3 Una persona participa en un concurso de televisión con las siguientes reglas:

- Si contesta correctamente a una pregunta con cinco respuestas posibles (sólo una correcta) gana 10000 pesos.
- En caso contrario se le propone una segunda pregunta con tres respuestas posibles (sólo una correcta). Si acierta gana 1000 pesos.
- Si tampoco acierta la segunda respuesta, se le propone una tercera con dos respuestas posibles (sólo una correcta). Si acierta no gana nada, pero si falla debe pagar 500 pesos.

El juego termina cuando la persona acierta o tras fallar la tercera pregunta. Sea  $X$  la variable aleatoria que representa el número de preguntas propuestas al concursante y suponiendo que el concursante está adivinando.

- Encuentre la función densidad de  $X$ .
- Defina una variable aleatoria  $Y$  que represente la ganancia en el juego y encuentre su función densidad.
- Encuentre el valor esperado de la ganancia en este juego ( $Y$ ) y su desviación típica.

Ejercicio 4. Sea  $X$  la variable aleatoria que representa el número de llamadas que llegan a una central telefónica de una institución donde se sabe que se reciben en promedio 5 llamadas en 10 minutos.

- Indique cuál es la función densidad de probabilidad de esta variable aleatoria y a cuál de las familias dadas en clase pertenece. Indique el (los) parámetro(s); el espacio de parámetros y su(s) valor(es) en este problema.
- Indique cuál es el número esperado y la desviación típica de esta variable.
- Determine e interprete el cuantil de orden 0.25 de esta variable aleatoria.
- Calcule la probabilidad de lleguen menos de 4 llamadas en 5 minutos.
- Calcule la probabilidad de que el número de llamadas que llegan en 5 minutos esté entre 4 y 5.
- Indique cuál es el número esperado y la varianza del número de llamadas que llegan a la central telefónica en una hora.

Ejercicio 5. Suponga que la demanda mensual de cierto producto se encuentra aproximada por una variable aleatoria normal con media de 200 y desviación estándar igual a 40 unidades.

- Encuentre la probabilidad (y gráfiquela en la densidad) de que la demanda mensual
  - supere las 280 unidades.
  - esté entre 120 y 240 unidades.
  - sea menor a 80 unidades.
  - esté entre 130 y 200 unidades.

- b. i. Encuentre el valor de la demanda para el cual el 99% de las demandas son superiores.  
 ii. Encuentre el valor de la demanda para el cual el 84% de las veces la demanda es inferior.

Observación: cuando no pueda dar un resultado numérico, indique cómo la calcularía con  $R$ .

Ejercicio 6. Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifique cada una de las respuestas.

- a. Un experimento consiste en arrojar tres monedas legales. En este experimento la probabilidad de obtener una sola cara es igual a  $\frac{3}{8}$ .  $\checkmark$
- b. Sea  $X \sim \text{Bernoulli}(\pi)$  entonces  $P(X = 1) = 1 - P(X = 0)$   $\text{F}$
- c. Sea  $X$  una variable aleatoria discreta con valores  $X(S) = \{1, 2, \dots, n\}$  (donde  $n \geq 1$ ), entonces su función de distribución acumulativa tiene  $n$  saltos y la suma de sus longitudes (de los saltos) es igual a 1.  $\checkmark$
- d. Si  $X$  es una variable aleatoria continua con función densidad de probabilidad  $f_X$  entonces  $f_X$  es una función continua en  $\mathbb{R}$ .  $\checkmark$
- e. Si  $X \sim \text{Pareto}(\alpha = 1, \lambda = 3)$  entonces  $P(X \leq 1) = 0$
- f. Sea  $(S, P)$  un espacio de probabilidad y  $A$  y  $B$  dos eventos en este espacio tales que  $P(A) > 0$  y  $P(B) > 0$  entonces  $\times$  prop. condic. (Teorema)  $\checkmark$

$$P(A|B) = P(A) \Rightarrow P(B|A) = P(B) \text{ verdadero.}$$

Sec. 3.4.10