CPN

Facultad de Ciencias Económicas

Legajo: 28946

9 de junio de 2016

Recuperatorio Tercera Evaluación - Tema 1

- La duración estimada es de 120 minutos
- La evaluación se aprueba con al menos 60 puntos y el detalle de puntajes de cada uno de los ejercicios es:

1			2			3				4				5				TOTAL
i	ii	iii	i	ii	iii	i	ii	iii	iv	i	ii	iii	iv	i	ii	iii	iv	
4	4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6	8	8	8	8	
3			0	0		0		2	2	0	0	0	0	0	4	1		36

1. **Escriba:**

i. La ecuación vectorial de un plano en R^3.

(0,0,0) (a,b,c) = 0 ??

$n . \overrightarrow{Pop} = 0$

n = es el vector normal

$\overrightarrow{Pop}$ es el punto por el que pasa Po (0,0,0)

Cuando pasa por el origen

ii. La definición de subespacio de un espacio vectorial .

El subconjunto W no vacío de un espacio vectorial V se denomina subespacio vectorial V, si W es un espacio vectorial por sí mismo con las operaciones definidas en V.

iii. Una propiedad de conjunto de vectores linealmente dependientes de un espacio Vectorial.

Prop. 1: Todo conjunto finito de vectores que contiene al vector 0 (cero) es linealmente dependiente.

2. Complete con alguna de las expresiones "es necesario y suficiente", "es necesario pero no suficiente", "es suficiente pero no necesario", "no es suficiente ni necesario" a modo de obtener una proposición verdadera:

No es suficiente Ni Necesario

i. Que S sea subconjunto no vacío de vectores de un espacio vectorial V Necesario Pero No suficiente...... para que el conjunto de las combinaciones lineales de los vectores de S sea un subespacio de V.

ii. Siendo u, v, w vectores de R^3. Que $gen(\{u, v, w\})$ sea un plano ...Suficiente y Necesario para que el conjunto $\{u, v, w\}$ sea linealmente dependiente.

suficiente pero no necesario

Necesario pero NO suficiente

iii. Siendo $k \in R$, y u un vector de R^3. Que $k\,u = 0$ .... para u sea el vector nulo.

Propiedad

(3.) Dados los conjuntos $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\0\\z\end{pmatrix}\in R^3\right\}$ y $T=\left\{\begin{pmatrix}a\\-a\\a\end{pmatrix}\in R^3\right\}$. Responda a cada uno de los siguientes items. **En todos los casos justifique.**

i. Proponga, de ser posible, un conjunto de generadores de S que sea linealmente dependiente.

Si, es Posible

S=

$gen\ S=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ X

Los vectores son dependientes, es decir contienen al vector 0

$S=\left\{\begin{pmatrix}x\\0\\z\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3\right\}$

ii. Determine, de ser posible, un conjunto de 3 vectores de T linealmente independiente.

NO, es posible ya que siempre van a ser Paralelos por la condición que deben cumplir

$T=\left\{\begin{pmatrix}a\\-a\\a\end{pmatrix}\right\}\in\mathbb{R}^3$

$T=\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-3\\3\end{pmatrix}\right\}$

Prop.
"Dos vectores son linealmente independientes si ninguno es multiplo escalar del otro"

iii. Determine un vector n que sea ortogonal a los vectores de S y un vector u paralelo a los vectores de T.

$n=\begin{pmatrix}0\\y\\0\end{pmatrix}$ ej: $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $u=\begin{pmatrix}a\\-a\\a\end{pmatrix}$ ej: $\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$ → son paralelos

Ejemplos

$u//T=k\begin{pmatrix}a\\a\\a\end{pmatrix}$

$S=\left\{\begin{pmatrix}x\\0\\z\end{pmatrix}\right\}=$ $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=0+0+0=0$ son ortogonales

no justifica

$n\cdot s=0$ $\begin{pmatrix}x\\0\\z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\y\\0\end{pmatrix}=0x+0y+0z=0$

iv. Diga qué lugar geométrico representa el conjunto S y qué lugar geométrico representa el conjunto T y escriba para cada uno alguna ecuación que lo represente.

$S=\begin{pmatrix}x\\0\\z\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ $x+z=0$ X $\xrightarrow{(1,0,1)}$ Me representa un Plano

$T=\begin{pmatrix}a\\-a\\a\end{pmatrix}$ $x=t$, $y=-t$, $z=t$ X $(1,-1,1)$ T me representa una recta. $a\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ Recta

$a\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{cases}t=x\\-t=y\\t=z\end{cases}$

4. Sean "u, v, w son tres vectores no paralelos de R^3". Responda "SIEMPRE", o "NUNCA", o "A VECES" vectores en las condiciones del enunciado verifican además la característica indicada en cada renglón. Si su respuesta es "SIEMPRE", o "NUNCA" de una razón y si su respuesta es "A VECES", proporcione ejemplos adecuados que justifiquen su elección:

i. $\{u, v, w\}$ es un conjunto linealmente independiente.

Siempre Por propiedad de independencia.

X " Dos vectores son linealmente independientes si ninguno es multiplo escalar del otro.

¡acá son tres vectores!

AVECES → NO $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ → SI $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ dep

ii. El conjunto de las combinaciones lineales de los vectores u, v, w es un subespacio de R^3.

AVECES

X

SI $\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&x\\0&1&0&y\\1&0&0&z\end{array}\right]$ $\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&x\\0&1&0&y\\0&0&-1&z-x\end{array}\right]$ $u=(1,0,1)$ $v=(0,1,0)$ $w=(1,0,0)$

$F_3: F_3-F_1$ $0-1=(-1)$ $z-(x)$

plano ¿? $-1=z-x$

NO $\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&0&x\\0&1&0&y\\0&0&1&z\end{array}\right]$ Genera $\mathbb{R}^3$ es un espacio vectorial $u=(1,0,0)$ $v=(0,1,0)$ $w=(0,0,1)$

conjunto todo c. lineal subespacio

SIEMPRE

x q es un subespacio

Podrían ser paralelos y generar un espacio

iii. La matriz cuyas columnas son los vectores u, v, w es no inversible.

NUNCA $u=(1,0,0)$ $v=(0,1,0)$ $w=(0,0,1)$

ya que al ser linealmente independientes siempre habrás columnas pivotales por lo tanto la matriz será inversible siempre.

X

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

iv. $gen(\{u, v\})$ es una recta de R^3.

AVECES $\left[\begin{array}{cc|c}1&0&x\\0&1&y\\0&0&z\end{array}\right]$ $x=1$ $y=1$ $z=t$ $u=(1,0,0)$ $v=(0,1,0)$ Es una recta X $\begin{pmatrix}1\\1\\t\end{pmatrix}$

$\left[\begin{array}{cc|c}1&0&x\\0&2&y\\0&1&z\end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c}1&0&x\\0&1&y-z\\0&1&z\end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c}1&0&x\\0&1&y-z\\0&0&2z-y\end{array}\right]$ X → Es un plano $\boxed{2z-y=0}$

$F_2: F_2-F_1$ $y-z$

$F_3: F_3-F_2$ $z-(y-z)= z-y+z = 2z-y$

5. Argumente la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

i. El subconjunto $M = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ c & d \end{bmatrix} \in R^{2x2} / b = c \ y \ d \geq 0 \right\}$ es un subespacio de R^{2x2}.

~~VERDADERO~~ X Porque contiene al vector nulo.

FALSO $b = c = 0$ y d = puede ser 0 ó mayor a cero.

$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & d \end{bmatrix} \in M \quad B = \begin{bmatrix} 0 & a^1 \\ a^1 & d^1 \end{bmatrix}$ X Suma cierra

Producto por un escalar

0 $K \in \mathbb{R}$ (No cierra producto)

$K.A = \begin{bmatrix} 0 & Ka \\ Ka & Kd \end{bmatrix}$ → porque puede ser uno negativo

ii. Si $\{u_1, u_2, \cdots, u_k\}$ es un conjunto generador de un espacio vectorial V, entonces el conjunto $\{u_1, u_2, \cdots, u_k, v\}$ es un conjunto linealmente dependiente cualquiera sea el vector $v \in V$.

1 VERDADERO: Por definición conjunto generador

Si $S = (v_1, v_2 \cdots v_n)$ es un conjunto de vectores del espacio vectorial V, W es toda combinación lineal de los vectores de S

4 que genera $v_1, v_2, \cdots v_n$.

- $v_1, v_2 \cdots v_n$ → son vectores generadores de W.
- $S = \{(v_1, v_2, \cdots v_n)\}$ es un conjunto de vectores que genera W.

$\Rightarrow v = k_1 u_1 + k_2 u_2 + \cdots + k_n u_k$ luego $\{u_1, u_2, \cdots, u_k, v\}$ l.a.

iii. Es necesario (si) que las columnas de una matriz A sean vectores linealmente independientes, para que A sea una matriz inversible.

VERDADERO: Si, es necesario que sean vectores linealmente independientes para que A sea una matriz inversible

1

Ej: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ no demostró ! A es

$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \sim q$

iv. Si H y T son dos subespacios de un espacio vectorial V entonces $H \cup T$ es un subespacio de V.

FALSO

8 $H = R_1 : (x, y, z) = t\,(1, 2, 3)$

$T = R_2 : (x, y, z) = t\,(1, 1, 1)$

$H \cup T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x, y, z)\, t\,(1, 2, 3) \vee (x, y, z) = t^1 . (1, 1, 1)$

$u \in H \cup T \rightarrow u = (2, 4, 6)$
$v \in H \cup T \rightarrow v = (2, 2, 2)$ $\} \ u + v = (4, 6, 8) \notin H \cup T$

$H \cup T$ No es subespacio de R^3.