CPN

Facultad de Ciencias Económicas

5 de juliode 2016

Examen Final

5 (cuño)

- La duración estimada es de 150 minutos
- La evaluación se aprueba con al menos 60 puntos y el detalle de puntajes de cada uno de los ejercicios es:

1				2				3					4				5					
I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V	TOTAL
3	3	3	3	3	3	3	3	5	5	5	6	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	
✓	✓	1	✓	✓	✓	✓		✓	0	0	✓	3	2	1	✓	1	2	0	0	0	1	45
																					NOTA	

1. Escriba:

i. La definición de solución de un sistema de m ecuaciones y n incógnitas.

una solución de un sistema, es una sucesión de números $s_1, s_2 \dots s_n$, que son solución todos y cada una de las ecuaciones del sistema

ii. La definición de Espacio Nulo de una matriz A de orden pxq. una matriz de orden $p \times q$

El conjunto solución de un sistema homógeneo que tiene por matriz de coeficientes A, se llama espacio Nulo de A.

$N(A) = \{ x \in R^n_{pxq} \quad x = 0 \}$??

iii. La definición de conjunto de vectores linealmente dependiente.

$k \in R$

si la ecuación $k_1 . v_1 + k_2 . v_2 + \dots + k_n . v_n = 0$ tiene otras soluciones no triviales, S es un conjunto linealmente dependiente.

Sea $S = \{v_1, \dots v_n\}$ conjunto de vect de un e v V.

iv. Una propiedad de espacio vectorial

Si V es un espacio vectorial V, y u es un vector de V, se cumple que:

1) $0.u = 0$ 3) $(-1) u = -u$
2) $k.0 = 0$ 4) $k.u = 0 \Rightarrow k = 0 \vee u = 0$

2. Sea A una matriz de tamaño mxn. Complete con alguna de las expresiones "es necesario y suficiente", "es necesario pero no suficiente", "es suficiente pero no necesario", "no es suficiente ni necesario" a modo de obtener una proposición verdadera.

✓ i. Que $n \leq m$ ~~Ni Necesario ni suficiente~~ ......para que el sistema de ecuaciones lineales $A.X = 0$ sea compatible determinado. No suficiente ni Necesario

✓ ii. Que $Fil(A) = Fil(B)$ Es Necesario pero No suficiente para quela matriz B sea una matriz equivalente por filas a la matriz A.

✓ iii. Que $Col(A) = N(A)$ Es suficiente pero No Necesario.... para que A sea cuadrada

X iv. Que el sistema $A.X = 0$ sea compatible indeterminado Es Necesario y Suficiente.....para que el conjunto de los vectoresfilas de$A$ sea linealmente dependiente.

3. Sea $A = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots \end{bmatrix}$, complete, de ser posible, las columnas de A de forma tal que se cumpla la condición requerida en cada ítem. Si su respuesta es afirmativa, muestre A y sus cálculos auxiliares. Si su respuesta es negativa, proporcione una razón.

	NO ES / ES /A	Cálculos / Razón
i. Las columnas de A^T formen un conjunto generadorde un plano P de R^3.	$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ Si es posible	$\left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & y \\ 1 & 0 & z \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & y \\ 0 & -1 & z-x \end{array}\right]$ $F_3=F_3-F_1$ $F_3: F_3+F_2$ $\left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & z-x+y \end{array}\right]$ Es un Plano $P = -x+y+z=0$
ii. $N(A)$sea un subespacio de dimensión2.	$\boxed{\text{NO}}$ es posible	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ Rg 2 libre parámetro 1 siempre voy a tener variable libre No va a poder ser de ninguna manera ya que siempre me va a der (3) T. de la dimensión: $Rg(A)+Nul(A)=n$ (columnas) $2 + 1 = 3$
iii. El espacio fila de A sea $\left\{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3 / x+y=2\right\}$.	NO es posible $A=\cancel{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}$	?
iv. El sistema $A^T.X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sea incompatible.	Si, es posible $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 1	$\left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{array}\right] \rightarrow$ $F_3=F_3-F_1$ $\left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ SI nº $\neq 0$

v. El sistema $A.X = B$ sea compatible para todo $B \in R^2$.	Si es posible $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ✓	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $F_2: F_2 - F_1$ V. poles. variable libre SCI xq poseen parámetro. y no pudo dar S.I.... (incompleto)

4. Sea A una matriz de rango 2. Responda SIEMPRE, NUNCA, A VECES una matriz A en las condiciones del enunciado tiene además lacaracterística enunciada en cada ítem. Si su respuesta es "SIEMPRE", o "NUNCA" de una razón y si su respuesta es "A VECES", proporcione ejemplos adecuados que justifiquen su elección.

i. La columnas de A generan un plano de R^3. AVECES ✓

Si $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & y \\ 2 & 2 & z \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & z-2x \end{array}\right]$ $\quad \boxed{-2x + z = 0}$ es un plano. ✓ mal expresado el ejemplo ($A = ?$)

$F_3: F_3 - 2F_1$ $\qquad A = ?$

NO $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$ $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ y + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = -2y \\ y = -z \\ z = 0 \rightarrow t \end{cases}$ $\left\{ \begin{pmatrix} -2t \\ -t \\ t \end{pmatrix} \right\}$ Es una recta ✗ mal A.

ii. Si además se sabe que A es una matriz cuadrada de orden 3, $N(A)$ es una recta

Siempre.

$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ $\quad \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y + z = 0 \\ z = t \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = +2y \\ y = -z \\ z = t \end{cases}$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix} 2t \\ -t \\ t \end{pmatrix} \right\}$ Es una recta

mal ejemplo ?

(argumentación imprecisa y particular)

iii. El conjunto formado por las filas de Aes linealmente independiente. AVECES ✓

Si – $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow Fil(A) = R^2$ ✓ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ li Rango 2 ✓

No $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow Fil(A) = R^3$ ✗ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ li ✓

iv. El conjunto solución del sistema $AX = 0$ es $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ x \end{pmatrix} \in R^3 \right\}$ Nunca. ✓ (xq me condiciona que $y=0$? y sin embargo puede ser cualquier y.) ?

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$ $\quad \begin{matrix} x + z = 0 \\ y = 0 \\ x + z = 0 \end{matrix}$ $\quad \begin{matrix} x = -z \\ y = 0 \\ z = -z \end{matrix}$ → Me condiciona que el $y=0$ debe ser $=0$ os de R^3. $\begin{pmatrix} t \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$

$\begin{matrix} -z \\ \\ -z \end{matrix} \begin{pmatrix} x \\ y=0 \\ x \end{pmatrix}$ $\qquad$ Una recta

(argumentación imprecisa)

5. Argumente la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes afirmaciones:

i. Si $B = \{u_1, u_2, \cdots, u_k\}$es una base de un espacio vectorial V, entonces todo vector $v \in V$ se escribe de forma única como combinación lineal de los vectores de B. verdadero ✓

Dem: I $? = c_1 \cdot u_1 + \dots c_k \cdot u_k = v$ Resto m.m I y II

II $? = h_1 \cdot u_1 + \dots h_k \cdot u_k = v$

$h_i \neq c_i$ ¿por qué?

$v - v = 0 = (c_1 u_1 + \dots c_k u_k) - (h_1 u_1 + \dots h_k u_k)$

$0 = (c_1 u_1 - h_1 u_1) + \dots + (c_k u_k + h_k u_k)$

$0 = (c_1 - h_1) \cdot u_1 + \dots + (c_k + h_k) \cdot u_k$

$0 = u_1 t + t \quad t_1 = t_2 \quad t = 0$

?? ¿no se entiende?

conclusión: existe una combinación lineal de v de los vectores de s

$\boxed{v \in V / v = c_1 u_1 + \dots c_k u_k}$ ¿por qué? B base

E. como única comb lineal

ii. Es suficiente que $Col(M) = Col(N)$ para asegurar que M y N tienen la misma nulidad.

Verdadero ✗

$= Nul(A)$

$$M = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & x \\ 2 & 2 & y \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & x \\ 0 & 0 & y-2x \end{array}\right] \qquad N = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & x \\ 2 & 0 & y \end{array}\right]$$

$F_2 = F_2 - 2F_1$

$x + y = x$

$0 = y - 2x \quad y = +2x$

$\begin{Bmatrix} x \\ +2x \end{Bmatrix}$

$x = x \qquad x = x$

$2x = y \qquad y = -2x$

$\begin{Bmatrix} x \\ +2x \end{Bmatrix}$

$x =$

Al tener la misma cantidad de parámetros la nulidad siempre va a ser la misma

iii. Es necesario que la matriz A sea equivalente por filas a la matriz identidad para que las n columnas de A formen un conjunto linealmente independiente de R^n. Falso. ✗

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Porque la matriz es equivalente por filas a la matriz identidad pero sus columnas son linealmente independientes

iv. Si el conjunto $\{u, v, w\}$ genera el espacio vectorial U, el conjunto $\{u, v\}$no es conjunto generador de U.

Verdadero ✗

$$\begin{array}{ccc} u & v & w \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Genera } U \text{ es de } R^3$$

Gen R^3

$$\begin{array}{cc} u & v \end{array} \quad \text{Gen } R^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{No me genera } U \text{ Genera } R^2$$

$\{u, v, w\}$ gen u

$R^2, (u, v)$

$R^3 (u, v, w)$

xq no me va generar lo mismo.

puede haber combinación lineal entre ellos.

uno me genera R^2 y el otro R^3. en su e.v. U.

$\{(1,0), (0,1), (0,0)\}$ y $\{(1,0), (0,1)\}$ generan $R^2 = U$

v. El conjunto de todas las combinaciones lineales de los vectores u, v y w de V es un subespacio de V.

✓ Verdadero. x definición

Si $S = \{u, v, w\}$ es un conjunto de vectores de un espacio vectorial V

El subespacio W lo llamamos conjunto de todas las combinaciones lineales

$W = \{u, v, w \in V / (h_1 \cdot u + h_2 \cdot v + h_3 \cdot w)$ hay combinación lineal entre ellas $h \in \mathbb{R}$

Debe demostrar!!