Introducción al Álgebra Lineal
CPN
Facultad de Ciencias Económicas

Nombre y Apellido: Betsabé Z Llus
legajo: 28446
11 de abril de 2016

Primera evaluación – Tema 1

60

- La duración estimada es de 120 minutos
- La evaluación se aprueba con al menos 60 puntos y el detalle de puntajes de cada uno de los ejercicios es:

1			2			3			4			5			6		Total
i	ii	iii	i	ii	iii	i	ii	iii	i	ii	iii	i	ii	iii	i	ii	
4	~~4~~	~~4~~	~~4~~	~~4~~	~~4~~	~~3~~	6	~~7~~	7	8	~~8~~	7	7	7	~~8~~	~~8~~	100
		2				2		4			4					2	

1. Escriba:

i. Una proposición lógicamente equivalente a la proposición $p \to q$.

Dos proposiciones son logicamente Equivalentes si su valor de Verdad es una tautolgiz. (todos verdaderos) ¿Por ejemplo:?

$(p \to q) \Longleftrightarrow (-q \to -p)$

ii. La forma general de un sistema de m ecuaciones lineales y n incógnitas.

$$\begin{cases} a_{11} + a_{12} + \ldots a_{1n} = b_1 \\ a_{21} + a_{22} + \ldots a_{2n} = b_2 \\ a_{m1} + a_{m2} + \ldots a_{mn} = b_n \end{cases}$$

X ¿x_i?

iii. La definición de diferencia de matrices.

Si A y B son matrices de igual orden la diferencia entre A-B es obtener la matriz restando la matriz B de cada elemento correspondiente a la matriz A. R

cada elem de

2. Complete con alguna de las expresiones "es necesario y suficiente", "es necesario pero no suficiente", "es suficiente pero no necesario", "no es suficiente ni necesario" a modo de obtener proposición verdadera:

i. Es No es suficiente ni Necesario X que q sea una proposición verdadera para que $p \to qVr$ sea una proposición verdadera.

ii. Es Necesario y Suficiente X que la forma escalonada por filas de A no tenga todas las columnas con 1-principales para que el sistema de ecuaciones lineales $A.X = B$ tenga infinitas soluciones.

iii. Es Necesario y Suficiente X que las matrices A y B sean cuadradas de igual orden para que la suma y el producto entre ellas esté definido

conform

3. Dado el sistema $\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 4y + 4z = 2 \\ 3z = k \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & k \end{array}\right]$$

i. Escriba el sistema en forma matricial.	$\boxed{A.X=B}$ $A=\begin{bmatrix} 1&2&3\\2&4&4\\0&0&3\end{bmatrix}$; $X=\begin{bmatrix} x\\y\\z\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix} -1\\2\\k\end{bmatrix}$ matriz de coeficientes — matriz de incognitas — matriz de términos independientes Debe aucu el SEL variable libre
ii. Encuentre el valor de k para que el sistema sea compatible.	$\left[\begin{array}{ccc\|c} 1&2&3&-1\\2&4&4&2\\0&0&3&k\end{array}\right] \xrightarrow{F_2: F_2-2F_1} \left[\begin{array}{ccc\|c} 1&2&3&-1\\0&0&-2&4\\0&0&3&k\end{array}\right] \xrightarrow{F_2: -\frac{1}{2}F_2} \left[\begin{array}{ccc\|c} 1&2&3&-1\\0&0&1&-2\\0&0&3&k\end{array}\right] \rightarrow$ $2-2(-1)$ $2+2$ $\left[\begin{array}{ccc\|c} 1&2&3&-1\\0&0&1&-2\\0&0&0&k+6\end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc\|c} 1&2&0&5\\0&0&1&-2\\0&0&0&k+6\end{array}\right]$ $F_3: F_3-3F_2$ $\quad F_1-3F_2$ $\boxed{\begin{matrix}k+6=0\\k=-6\end{matrix}}$ ES SCI xq tiene variable libres
iii. Encuentre el conjunto solución del sistema con el valor hallado en ii.	$\begin{cases} x+2y=5\\ z=-2\end{cases}$ $\quad x=5-2y$ t $z=-2$ $y=t$ $S=\left\{\begin{bmatrix}5-2y\\-2\\t\end{bmatrix}, t \text{ perteneciente en } \in \mathbb{R}\right\}$ t t x

4. Lea atentamente el siguiente enunciado:

En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 50 kg de helado de distintos sabores: vainilla, chocolate y frutilla. El presupuesto destinado para la compra de la próxima semana es de \$6000 y el precio por kg de cada tipo de helado es de \$100 el de vainilla, \$125 el de chocolate y \$150 el de frutilla.

i. Escriba un sistema de ecuaciones lineales que le permita, de ser posible, encontrar qué cantidad de helado de cada sabor se podrá comprar en dicha semana.   x = helado sabor vainilla   y = helado sabor chocolate   z = helado sabor frutilla $\begin{cases} x+y+z=50\\ 100x+125y+150z=6000\end{cases}$

ii. Encuentre el conjunto solución del sistema y del problema.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 100 & 125 & 150 & 6000 \end{array}\right] \xrightarrow{F_2-100F_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 25 & 50 & 1000 \end{array}\right] \xrightarrow{F_2 = \frac{1}{25}F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \end{array}\right] \rightarrow F_1: F_1 - F_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \end{array}\right] \quad \begin{cases} x - z = 10 \\ y + 2z = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x = 10 + t \\ y = 40 - 2t \\ z = t \end{array}$$

SCI

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 10+t \\ 40-2t \\ t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R} \text{ para todo } t \in \mathbb{R} \right\}$$

iii. Conocidos los gustos de los estudiantes, el chef sugiere que se deben comprar, entre chocolate y frutilla la misma cantidad que de vainilla. Responda: ¿es posible comprar cantidades enteras de kilos de helado de cada sabor bajo estas condiciones? Justifique.

$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ 100x + 125y + 150z = 6000 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \qquad \boxed{x = y + z} \rightarrow x - y - z$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 100 & 125 & 150 & 6000 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 25 & 50 & 1000 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{F_3 \to F_3 - F_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 25 & 50 & 1000 \\ 0 & -2 & -2 & -50 \end{array}\right] \xrightarrow{F_2 \to \frac{1}{25}F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & -2 & -2 & -50 \end{array}\right] *$$

$F_2: F_2 - 100F_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & -2 & -2 & -50 \end{array}\right] * \xrightarrow{F_3 \to F_3 + 2F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & 0 & 2 & 30 \end{array}\right] \xrightarrow{F_1 \to F_1 - F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & 0 & 2 & 30 \end{array}\right] \rightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ y + 2z = 40 \\ z = 30 \end{cases}$$

$x = 10 + y$

$y + 2.(30) = 40$

$y + 60 = 40$

$x = 10 + y$

?

hacerlo cero $-2+2$ $\quad -2+2.2$ $\quad -2+4$ $\quad -50+2.(40) \rightarrow$

5. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, indique si es o no posible encontrar una matriz B de forma tal que se cumplan las condiciones requeridas en cada ítem. En caso afirmativo, muestre B y sus cálculos. De lo contrario justifique.

CONDICIÓN	Es / No es posible	B	CÁLCULOS / JUSTIFICACIÓN
i. $2A + B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	Sí	$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$	$2.\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$
ii. $A.B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Sí	B= ?	$A.B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times3}$ con Matriz Nula es posible $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $2\times3 \quad 3\times3 \rightarrow 2\times3$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Rta

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

iii. $A.X = B$ es un sistema incompatible. Es cuando No tiene solución	NO ES SC		$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2: F_2 - 2F_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2: \frac{1}{2}F_2}$ $\to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$ V. libre xq ofrece infinitas soluciones SCompatible SCI

6. Argumente la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

Triviales $\boxed{X=0}$

i. Si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tiene soluciones no triviales, entonces tiene más variables que ecuaciones. verdadera. X porque los sistemas de ecuaciones lineales cuando son No triviales dan mas de una solución. $\left[\begin{array}{cc\|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$ SCD unica solución → SIEMPRE son compatibles los SELH $\left[\begin{array}{ccc\|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$ SCI Infinitas soluciones → Es el caso del sistema homogeneo con soluciones No triviales. → da + de una solución tiene mas variables q ecuaciones
ii. Si A y B son matrices de igual orden y k es un número real, $k(A+B) = kA + kB$. verdadera Por propiedad del producto por un escalar x una matriz Propiedad 2 Demuestre Propiedad 2 $\boxed{k(A+B) = k.A + k.B}$