Option : Science Economique et Gestion

Module : ECONOMIE I

Matière : Microéconomie I

Semestre : 1

Type de document : Correction des examens :

- *Examen session Normal – Janvier 2010*
- *Examen session Normal – Janvier 2011*
- *Examen session Normal – Janvier 2012*

Université Abdelmalek Assaadi
Faculté des sciences Juridiques
Economiques et Sociales
Tanger

1 ère année Sc. economiques
Epreuve de microéconomie
Semestre I. 2010
Durée : 1.5 heures
Prof : M. Hamzaoui

Répondez clairement et soigneusement aux questions suivantes :

1. Définir les courbes d'indifférences et pourquoi elles sont convexes ?
2. Quelle est la différence entre l'utilité cardinale et l'utilité ordinale?
3. Définir le Taux marginale de substitution et quel est son intérêt ?

Exercice 1

On se donne une fonction d'utilité de la forme

$$U(x_1, x_2) = 5(x_1)^{1/2} + \mathrm{Log}\sqrt{2x_2}$$

a. Calculer les utilités marginales U'_{x_1} et U'_{x_2}
b. Pour les prix $p_1 = 5$ et $p_2 = 1$ et un revenu de 2/5, peut-on calculer la quantité consommée à l'équilibre pour le bien 1?
c. Peut-on déterminer le chemin d'expansion du revenu?.

Exercice 2

On considère un consommateur ayant pour fonction de demande pour un bien 1 de la forme :

$$x_1 = 10 + \frac{R}{5p_1}$$

Le revenu consommateur est de 420 dhs. Le prix d'une unité du bien est de 5dhs.

1. calculer la demande du consommateur pour le bien 1 ?
2. Si le prix par unité change à 3dhs, quelle est la nouvelle demande et en déduire la variation de la demande
3. Calculer l'effet de substitution
4. Calculer l'effet de revenu
5. L'équation de Slutsky est –elle vérifiée?
6. Calculer l'élasticité revenu. En déduire si le bien1 est inférieur, normal ou de luxe?

Université Abdelmalek Assaadi
Faculté des sciences Juridiques
Economiques et Sociales
Tanger

1 ère année Sc. économiques
Epreuve de microéconomie
Semestre I, 2011
Durée : 1,5 heures
Prof : M. Hamzaoui

****

Répondez clairement et soigneusement aux questions suivantes :

1. Montrer qu'une transformation strictement croissante d'une fonction d'utilité est aussi une fonction d'utilité.
2. Peut-on définir une fonction d'utilité collective à partir des utilités individuelles? Justifier.
3. Définir la fonction d'utilité indirecte?
4. Enoncer la loi de Walras.

Exercice 1.

Les préférences d'un consommateur, disposant d'un revenu R, sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = 64x_1^{1/4}x_2^4$$

Où x_i est la quantité consommée du bien i au prix unitaire p_i.

✓ Déterminer l'équilibre du consommateur.

Exercice 2 :

On considère un consommateur ayant pour fonction de demande pour deux biens 1 et 2 :

$$x_1 = \frac{R^3}{3p_1^2}$$

$$x_2 = 3\frac{R^{1/3}}{p_2}$$

1. Calculer les élasticités revenus pour les deux biens? Interpréter ce résultat.
2. Calculer les élasticités prix pour les deux biens. Que pouvez vous déduire?
3. Identifier le chemin d'expansion du revenu.

17

Université Abdelmalek Assaadi
Faculté des sciences Juridiques
Economiques et Sociales
Tanger

1 ère année Sc. économiques
Epreuve de microéconomie
Semestre I, 2012
Durée : 1,5 heures
Prof : M. Hamzaoui

****

Répondez clairement et soigneusement aux questions suivantes :

1. Définir une courbe d'indifférence
2. Qu'est ce que deux biens substituables?
3. Une fonction d'utilité est-elle convexe ou concave? Justifier votre réponse.
4. Donnez deux fonctions d'utilités de Cobb-Douglas. Justifier votre réponse.
5. Enoncer la loi de la Demande.

Exercice 1:

On se donne une fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = 9x_1^{1/3} + Log(5x_2^{1/4})$$

Calculer le TMS et donner son interprétation

Exercice 2:

Les préférences d'un consommateur, disposant d'un revenu R, sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = 4x_1^{3/4}x_2^{1/2}$$

Où x_i est la quantité consommée du bien i au prix unitaire p_i.

1. Déterminer l'équilibre du consommateur.
2. En déduire le panier optimal si le revenu R est de 64, le prix du premier bien est de 3 et celui deuxième bien est de 6.
3. On suppose que le prix du deuxième bien diminue à 4. Calculer l'effet de substitution et l'effet de revenu en interprétant chacune de ces quantités. Conclure.

$$x_2 = \frac{R}{2P_2}$$

Examen de session normal – Janvier 2010

1) Ce sont des frontières des paniers préférés aux autres paniers $P(x_1, x_2)$. Ils sont convexes parce qu'ils ont caractérisés par un TMS décroissant.

2) Deux biens sont substituables, s'ils peuvent satisfaire le même besoin. C.-à-d. un bien replacer l'autre. Si le prix de l'un augmente, la quantité demandée de l'autre augmente aussi.

3) C'est le taux lequel le consommateur est prêt à substituer un bien par autre. Il permet de calculer les utilités marginales en fonction de U' pour avoir la quantité à l'équilibre.

Exercices 1 : $U(x_1, x_2) = 5x_1^{1/2} + \log\sqrt{2x_2}$

1) Calculer $U'x_1$ et $U'x_2$:

$$\partial Ux_1(x_1,x_2) = \left(5x_1^{1/2}\right)' = 5\cdot\frac{1}{2}x_1^{-1/2} = \frac{5}{2}x_1^{-1/2}$$

$$\partial Ux_2(x_1,x_2) = \left(\log\sqrt{2x_2}\right)' = \left(\frac{1}{2}\log 2x_2\right)' \frac{2}{4x_2} = \frac{1}{2x_2}$$

2) $P_1 = 5$ et $P_2 = 1$, $R = 2/5$

$$TMS = \frac{\partial Ux_1(x_1,x_2)}{\partial Ux_2(x_1,x_2)} = \frac{P_1}{P_2} \Leftrightarrow \frac{\frac{5}{2}x_1^{-1/2}}{\frac{1}{2x_2}} = \frac{5}{1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x_1^{-1/2}\,2x_2 = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x_1^{-1/2} = \frac{5}{2x_2} \Leftrightarrow \frac{5}{2x_1^{1/2}} = \frac{5}{2x_2}$$

$$\Leftrightarrow x_1^{-1/2} = x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2^2$$

$$R = P_1x_1 + P_2x_2 \Leftrightarrow \frac{2}{5} = 5x_1 + x_2 \Leftrightarrow \frac{2}{5} = 5x_2^2 + x_2$$

$$5x_2^2 + x_2 - \frac{2}{5} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9 \quad \text{et} \quad \sqrt{\Delta} = 3$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{10} = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+3}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{1}{5} \quad \text{donc} \quad x_1 = \frac{1}{25}$$

3) On peut déterminer le chemin d'expansion de revenu à partir de résultat de la question précedent

$$x_1 = \frac{1}{25} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1}{5}$$

$x_2 = \alpha x_1$ $\frac{x_2}{x_1} = \alpha$	$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \cdot 25 = 5 \quad \Longrightarrow \quad x_2 = 5x_1$

Exercices 2 :

1) La demande est égale : $x_1 = 10 + \frac{420}{5 \times 5} = 26{,}8$

2) Si le prix par unité de recharge change à 3DH, la nouvelle demande serait de $x_1 = 10 + \frac{420}{5 \times 3} = 38$

La variation de la demande est de $\Delta x = x' - x = 11{,}2$

3) Calcul de l'effet de substitution :

- Calcul de revenu nécessaire pour que la consommation initiale, soit justement accessible avec le nouveau prix : $\Delta R = x_1 \cdot \Delta p_1 = 26{,}8 \cdot (3 - 5) = -53{,}6$Dhs
- Pour maintenir le pouvoir d'achat constant, le revenu nécessaire est : $R' = R + \Delta R = 420 - 53{,}6 = 366{,}4$
- Le nouveau revenu est de 366,4Dhs, et le prix : $x'_1 = 10 + \frac{366{,}4}{5 \times 3} = 34{,}43$
- En conclusion, l'effet de substitution est de : $\Delta x_1^S = x_1(3.366{,}4) - x_1(5.420) = 34{,}34 - 26{,}8 = 7{,}63$

4) Calcul de l'effet de revenu : $\Delta x_1^R = x_1(3.420) - x_1(3.366{,}4) = 38 - 34{,}43 = 3{,}57$

5) Formule de Slutsky :

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^S + \Delta x_1^R = x_1(P'_1, R) - x_1(P_1, R)$$

$$= 7{,}63 - 3{,}57 = 38 - 26{,}8$$

$$= 11{,}2 = 11{,}2$$

6) Calcul de l'élasticité revenu :

$$x_1 = 10 + \frac{R}{5P_1} \qquad \frac{\partial x_1}{\partial R} = 10 + \frac{1}{5P_1}$$

$$\eta_r = 10 + \frac{1}{5P_1} \cdot \frac{R}{10 + \frac{R}{5P_1}}$$

$$\eta_r = \frac{50P_1 + 1}{5P_1} \cdot \frac{R}{\frac{50P_1 + R}{5P_1}}$$

$$\eta_r = 10 + 1 \cdot \frac{1}{10}$$

$$\eta_r = 1$$

$0 \leq \eta_r < 1$: Bien normal

Examen de session normal – Janvier 2011

1) Une transformation strictement croissante d'une fonction d'utilité : c'est une fonction d'utilité respectant les mêmes préférences.

2) Non. On ne peut pas affecter cette opération pour deux raisons :
   - Parce que les fonctions d'utilités ne sont pas homogènes.
   - Parce que le principe de transitivité n'est pas respecté& pour chaque utilité.

3) C'est la fonction qui donne l'utilité maximal qu'on peut atteindre pour des prix et à revenu donnés. C'est une fonction n'est pas homogène.

4) La loi de Walras : C'est la somme des demandes nettes pondérées par les prix est nulle.

Exercices 1:

$$\begin{cases} Max\,U(x_1, x_2) = 64x_1^{1/4} \cdot x_2^4 \\ \text{sàc} \\ P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = R \end{cases}$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = 64x_1^{1/4} \cdot x_2^4 + \lambda(R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 16x_1^{-3/4} \cdot x_2^4$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 256x_1^{1/4} \cdot x_2^3$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2$$

$$\frac{16x_1^{-3/4} \cdot x_2^4}{256x_1^{1/4} \cdot x_2^3} = \frac{\lambda P_1}{\lambda P_2} \Leftrightarrow \frac{x_2^{-3} \cdot x_2^4}{16x_1^{1/4} \cdot x_1^{3/4}} = \frac{P_1}{P_2} \Leftrightarrow \frac{x_2}{16x_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_2}{P_1} = \frac{16x_1}{P_2}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{16P_1x_1}{P_2} \quad \text{et} \quad \Leftrightarrow x_1 = \frac{P_2x_2}{16P_1}$$

On a : $P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = R \Leftrightarrow P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot \frac{16P_1x_1}{P_2} = R$

$$\Leftrightarrow P_1 \cdot x_1 + 16P_1 \cdot x_1 = R \Leftrightarrow 17P_1 \cdot x_1 = R \Leftrightarrow \boxed{x^*_1 = \frac{R}{17P_1}}$$

On a : $P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = R \Leftrightarrow P_1 \cdot \frac{P_2x_2}{16P_1} + P_2 \cdot x_2 = R$

$$\Leftrightarrow \frac{P_2 \cdot x_2 + 16P_2 \cdot x_2}{16} = R \Leftrightarrow \frac{17P_2 \cdot x_2}{16} = R \Leftrightarrow \boxed{x^*_2 = \frac{16R}{17P_2}}$$

Exercice 2 :

1. Calcul les élasticités revenues pour les deux biens :

Bien 1 :

$$x_1 = \frac{R^3}{3P_1^2} \qquad \frac{\partial x_1}{\partial R} = \frac{3R^2}{3P_1^2}$$

$$\eta_r = \frac{\partial x}{\partial R} \cdot \frac{R}{x}$$

$$\eta_r = \frac{3R^2}{3P_1^2} \cdot \frac{R}{\frac{R^3}{3P_1^2}}$$

$$\eta_r = 3$$

⇒ Bien de luxe

Bien 2 :

$$x_2 = 3\frac{R^{1/3}}{P_2} \qquad \frac{\partial x_2}{\partial R} = \frac{R^{-2/3}}{P_2}$$

$$\eta_r = \frac{\partial x}{\partial R} \cdot \frac{R}{x}$$

$$\eta_r = \frac{R^{-2/3}}{P_2} \cdot \frac{R}{3\frac{R^{1/3}}{P_2}} = \frac{R^{1/3}}{3R^{1/3}}$$

$$\eta_r = \frac{1}{3} \qquad 0 \le \eta_r < 1$$

⇒ Bien normal

2. Calcul les élasticités prix pour les deux biens

Bien 1 :

$$x_1 = \frac{R^3}{3P_1^2} \qquad \frac{\partial x}{\partial P_1} = \frac{-2P \cdot R^3}{3P^4} \left(\frac{1}{P} = \frac{-P'}{P^2} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{-2P \cdot R^3}{3P^4} \cdot \frac{P}{\frac{R^3}{3P^2}}$$

$$\varepsilon = -2$$

- $\varepsilon < -1$ alors $\frac{\partial x}{\partial P_1} < 0$ l'allocation de revenu pour ce bien est une fonction décroissante

$$x_2 = 3\frac{R^{1/3}}{P_2} \qquad \frac{\partial x}{\partial P_2} = 3\cdot\frac{-R^{1/3}}{P_2^{\,2}}$$

$$\varepsilon_i = 3\cdot\frac{-R^{1/3}}{P_2^{\,2}}\cdot\frac{P_2}{3\cdot\frac{R^{1/3}}{P_2}}$$

$$\varepsilon_i = 3\cdot\frac{-1}{3}$$

$$\varepsilon_i = -1$$

- $\varepsilon_i = -1$ alors $\frac{\partial A}{\partial P_i} = 0$: l'allocation de revenu pour ce bien est une fonction constante.

3. Chemin d'expansion du revenu :

$$x_1 = \frac{R^3}{3P_1^{\,2}} \qquad x_2 = 3\frac{R^{1/3}}{P_2}$$

$$x_2 = \alpha x_1$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \alpha$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{3\frac{R^{1/3}}{P_2}}{\frac{R^3}{3P_1^{\,2}}} = 3\frac{R^{1/3}}{P_2}\cdot\frac{3P_1^{\,2}}{R^3} = \frac{3R^{1/3}\cdot 3P_1}{R^3} \Rightarrow x_2 = \left(\frac{3R^{1/3}\cdot 3P_1}{R^3}\right)x_1$$

Examen de session normal – Janvier 2012

1) C'est la frontière du panier préférer à panier $P(x_1, x_2)$. La convexité des courbes d'indifférence se caractérise par un TMS décroissant.

2) deux biens sont substituables, s'ils peuvent satisfaire le même besoin. C.-à-d. un bien replacer l'autre. Si le prix de l'un augmente, la quantité demandée de l'autre augmente aussi.

3) La fonction d'utilité est concave, si les courbes d'indifférence sont convexes.

4) Les fonctions suivantes sont des fonctions de Cobb-Douglas, parce qu'on a les transmettre en fonction logarithmique :

$$U(x_1,x_2) = x_1^{\alpha} \cdot x_2^{\beta} \Leftrightarrow U(x_1,x_2) = \alpha \log x_1 + \beta \log x_2$$

$$U(x_1,x_2) = x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow U(x_1,x_2) = \log x_1 + \log x_2$$

5) *La loi de la demande :*

- Si le revenu augmente, alors la demande augmente.
- Si le prix augmente, alors la demande diminue.

Exercices 1 : Calculez le TMS l'equilibre et donnez son interprétation, les fonctions d'utilités suivantes :

$$U(x_1,x_2) = 9\,x_1^{1/3} + \log 5x_2^{1/4}$$

$$\partial Ux_1(x_1,x_2) = \left(9\,x_1^{1/3}\right)' = 3\,x_1^{-2/3}$$

$$\partial Ux_2(x_1,x_2) = \left(\log x_2^{1/4}\right)' = \frac{\frac{1}{4}x_2^{-3/4}}{x_2^{1/4}} = \frac{1}{4x_2}$$

$$TMS = -\frac{3\,x_1^{-2/3}}{\frac{1}{4x_2}} = -12x_1^{-2/3} \cdot x_2$$

➢ A l'équilibre, le consommateur est prêt à substituer $12x^{-2/3}$ unités de x_2 pour avoir une seule unité de x_1.

Exercices 2 : $U(x_1,x_2) = 4x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{2}}$

1) Détermination de l'équilibre du consommateur (on a choisi la méthode de TMS à l'équilibre) :

$$\begin{cases} Max\,U(x_1,x_2) = 4x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{2}} \\ \text{sàc} \\ P_1x_1 + P_2x_2 = R \end{cases}$$

$$\partial U_{x_1}(x_1,x_2) = 3x_1^{-\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{2}} \qquad \partial U_{x_2}(x_1,x_2) = 2x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$TMS = \frac{\partial U_{x_1}(x_1,x_2)}{\partial U_{x_2}(x_1,x_2)} = \frac{P_1}{P_2} \Leftrightarrow \frac{3x_1^{-1/4} \cdot x_2^{1/2}}{2x_1^{3/4} \cdot x_2^{-1/2}} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x_2}{P_1} = \frac{2x_1}{P_2}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{2P_1 \cdot x_1}{3P_2} \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{3P_2 \cdot x_2}{2P_1}$$

On a : $P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = R \Leftrightarrow P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot \frac{2P_1 \cdot x_1}{3P_2} = R$

$$\Leftrightarrow \frac{3P_1 \cdot x_1 + 2P_1 \cdot x_1}{3} = R \Leftrightarrow \frac{5P_1 \cdot x_1}{3} = R \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \frac{3R}{5P_1}}$$

On a : $P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = R \Leftrightarrow P_1 \cdot \frac{3P_2 \cdot x_2}{2P_1} + P_2 \cdot x_2 = R$

$$\Leftrightarrow \frac{3P_2 \cdot x_2 + 2P_2 \cdot x_2}{2} = R \Leftrightarrow \frac{5P_2 \cdot x_2}{2} = R \Leftrightarrow \boxed{x_2 = \frac{2R}{5P_2}}$$

2) Déduire le panier optimale, on a : $R = 64$; $P_1 = 3$; $P_2 = 6$:

$$x_1 = \frac{3R}{5P_1}$$

$$x_1 = \frac{3 \times 64}{5 \times 3} = \frac{192}{15}$$

$$\boxed{x_1 = 12{,}8}$$

$$x_2 = \frac{2R}{5P_2} = \frac{2 \times 64}{5 \times 6}$$

$$x_2 = \frac{128}{30}$$

$$\boxed{x_2 = 4{,}26}$$

3) Calcul de nouvelle demande, le prix de deuxième bien est 4 :

$$x_2 = \frac{128}{5 \times 4}$$

$$\boxed{x_2 = 6{,}4}$$

Calcul de nouveau revenu :

$$\Delta R = x_2 \cdot \Delta P_2$$

$$\Delta R = 4{,}26 \cdot (4 - 6)$$

$$\boxed{\Delta R = -8{,}52}$$

$$R' = R + \Delta R$$

$$R' = 64 + (-8{,}52)$$

$$\boxed{R' = 55{,}48}$$

La nouvelle demande pour le nouveau revenu :

$$x_2' = \frac{6 \times 55,48}{5 \times 4} = \frac{110,96}{20}$$

$$\boxed{x_2' = 5,54}$$

Calcul de l'effet de substitution :

$$\Delta^S x_2 = x_2(4 \cdot 55,48) - x_2(6 \cdot 64) = 5,54 - 4,26$$

$$\Delta^S x_2 = 1,28$$

Calcul de l'effet de substitution :

$$\Delta^R x_2 = 6,4 - 5,54$$

$$\Delta^R x_2 = 0,86$$

- On conclure que la demande de bien augmente quand le revenu croit.