Combinaisons

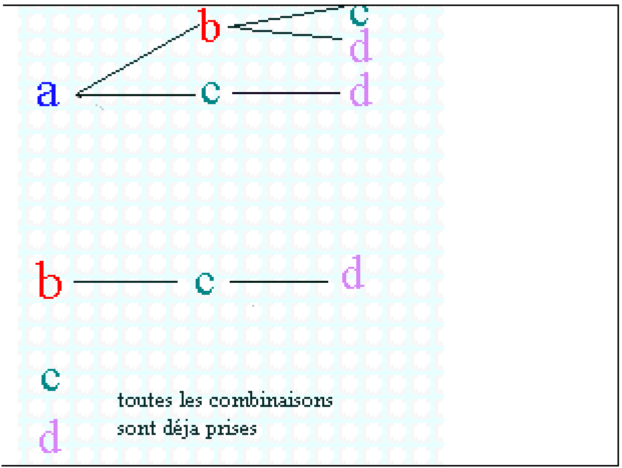
Définition : Une combinaison de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble E à n éléments est un sous ensembles de p éléments pris parmi les n éléments de E.
Soit E un ensemble à n éléments
E = { x_1 ; x_2; x_3 ; x_4 ; ......; x_n }
Exemples de combinaisons de p éléments :
{x_1 ; x_2; x_3 ; x_4;.........; x_p}
{x_2 ; x_3; x_4 ; x_5;.........; x_{p+1}}
Remarque : {x_1 ; x_2; x_3 ; x_4;.........; x_p} et {x_2 ; x_1; x_3 ; x_4;.........; x_p} représente la même combinaison, ce qui fait la différence avec un arrangement.
Nombre de combinaison :
Le nombre de combinaisons de p élément pris dans un ensemble à n éléments est égal au coefficient binomial :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

(on divise le nombre d'arrangements des p-éléments pris parmi n par le nombre de permutations de ces p éléments)

Dans l'exemple ci-dessous on a dénombré à l'aide d'un arbre le nombre de combinaisons de 3 éléments pris dans l'ensemble
E ={a, b, c, d }.
Le nombre de combinaisons est :

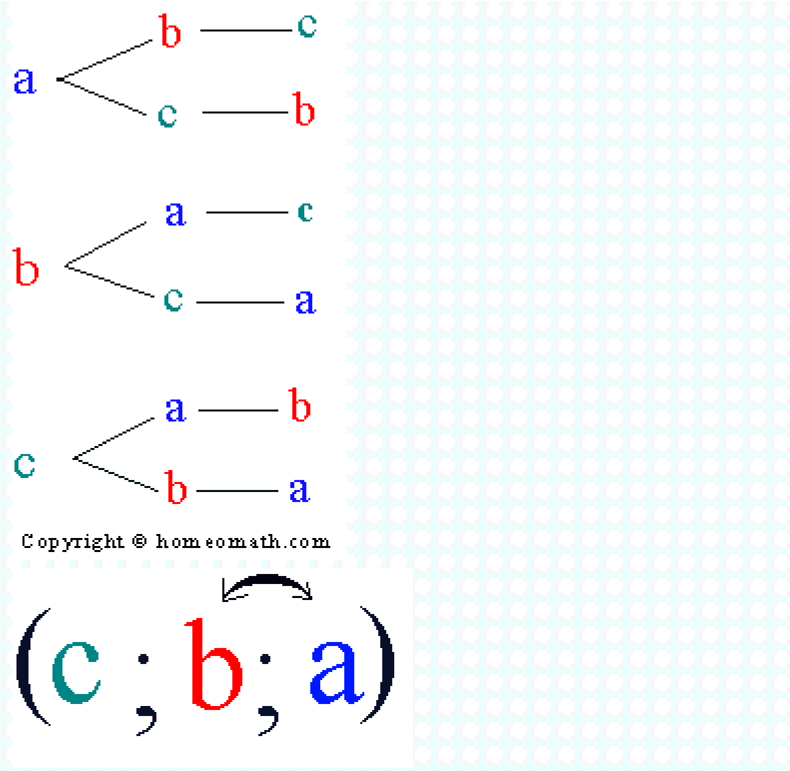
$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$



Permutations

Définitions :
Une permutation de n élément est un arrangement de n éléments pris parmi n.
Soit E un ensemble à n éléments
E = { x_1 ; x_2; x_3 ; x_4 ; ......; x_n }
Exemples de permutation de n éléments :
(x_1 ; x_2; x_3 ; x_4;.........; x_n)
(x_2 ; x_1; x_3 ; x_4;.........; x_n)
(x_3 ; x_2; x_1 ; x_4;.........; x_n)
(x_n ; x_{n-1}; x_{n-2} ; x_{n-3};.........; x_1)

Nombre de permutations de n éléments :
On démontre que le nombre de permutation de n élément est :
n! = n(n-1)(n-2)......2x1 (n ! se lit factorielle n)
Exemple :
le nombre de permutations de 3 éléments d'un ensemble
E = {a, b, c} est : 3! = 6



Dans l'exemple l'ensemble des permutions à trois éléments est
{(a,b,c);(b,a,c);(b,c,a);(a,c,b);(c,a,b);(c,b,a)}