

Dénombrement

Définition :

dénombrer, c'est compter les éléments d'un ensemble fini. Plusieurs méthodes permettent de dénombrer un ensemble, le principe c'est d'organiser efficacement les données pour éviter d'oublier des éléments de l'ensemble.

Méthodes de dénombrement :

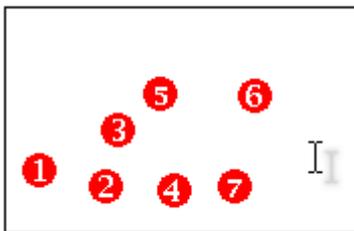
Arbre

Dénombrement d'un ensemble avec un arbre

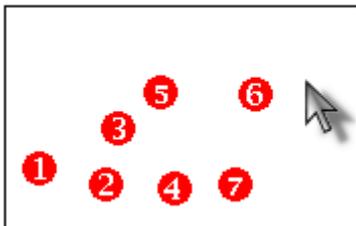
Pour comprendre on va prendre un énoncé type :

Énoncé :

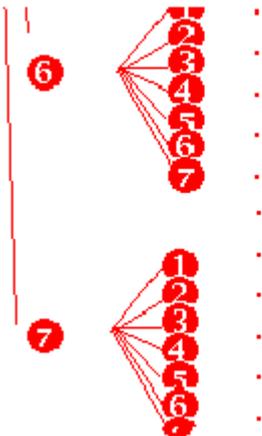
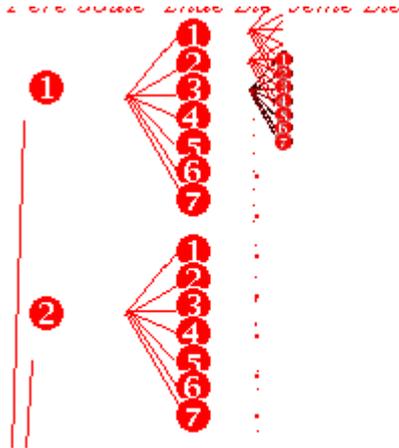
Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7



on tire au hasard et successivement 3 boules de cette urne
le tirage est avec remise, c'est à dire qu'on remet la boule une fois tirée. (voir exemple de tirage ci-dessous)



Quel est alors le nombre de tirages possibles ?



Il y a 7 choix possibles pour la première boule de même pour la seconde une fois la première boule sortie et de même pour la troisième boule.

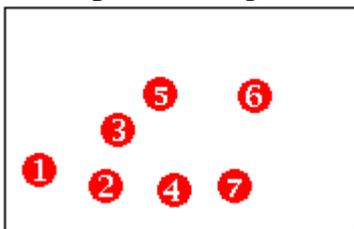
il y a dans ce cas $7 \times 7 \times 7$ tirages possibles soit 343 tirages

(le nombre de ramification à chaque branche est le même , il s'agit en fait du nombre de 3-listes dans un ensemble à 7 éléments)

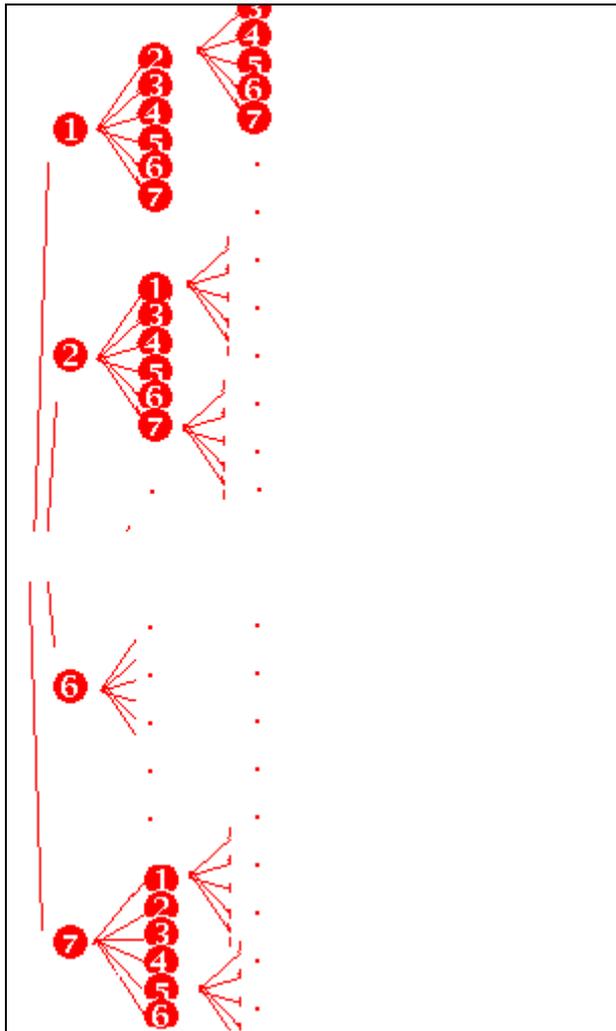
on tire au hasard et successivement 3 boules de cette urne

le tirage est sans remise, c'est à dire qu'on ne remet pas la boule une fois tirée.

(exemple de tirage ci-dessous)



Quel est alors le nombre de tirages possibles ?

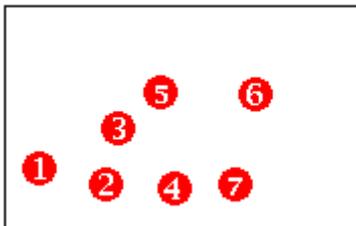


Il y a 7 sorties possibles pour la première boule, mais la seconde boule sera quant à elle tirée parmi les 6 restantes et la troisième parmi les 5 restantes.

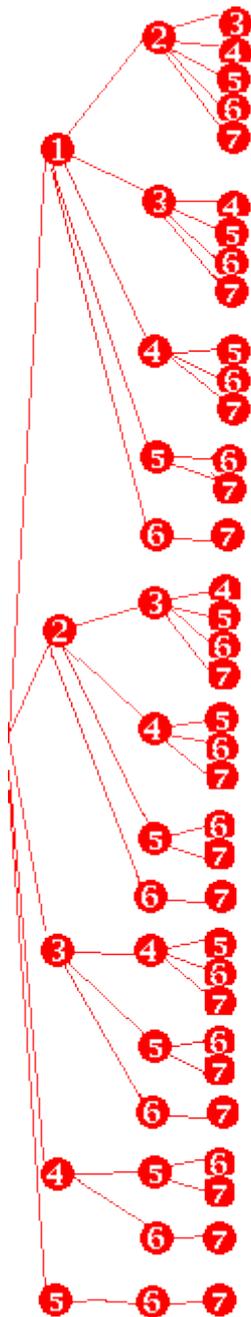
Le nombre de tirages est donc $7 \times 6 \times 5 = 210$.

(le nombre de ramifications diminue d'une branche à chaque étape , il s'agit en fait du nombre d'arrangements de 3 éléments pris parmi un ensemble de 7 élément)

on tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne (voir exemple de tirage ci-dessous) il n'y a plus d'ordre d'arrivée des boules



vous pouvez construire un arbre comme précédemment et supprimer les ramifications équivalente puisque par exemple : $(1, 4, 5) = (4, 5, 1) = \dots = \dots$



Ou bien calculer le nombre de permutations possibles de trois boules distinctes quelconques en vous aidant d'un arbre vous devez en trouver 6. il y a donc $210/6 = 35$ tirages possibles. (il s'agit en fait du nombre de combinaison de 3 éléments pris dans un ensemble à 7 éléments)