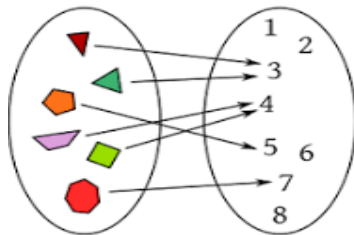


FUNCIONES MATEMÁTICAS I: CONCEPTOS BÁSICOS

Una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia x^n de la variable x .

En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió: "Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello.

Función (f) es una relación entre un conjunto dado X (llamado dominio) y otro conjunto de elementos Y (llamado codominio) de forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento $f(x)$ del codominio y , (los que forman el recorrido, también llamado rango o ámbito).



El codominio, **rango** (Rg) o **recorrido** (Rec) o **ámbito** es el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$ que se obtienen cuando x varía en todo el dominio de la función

Dos variables X y Y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y , se dice que Y es una función (unívoca) de X . **La variable X** , a la que se asignan libremente valores, **se llama variable independiente**, mientras que **la variable Y** , cuyos valores dependen de la X , **se llama variables dependientes**. Los valores permitidos de X constituyen el dominio de definición de la función y los valores que toma Y constituye su recorrido" o rango.

Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como: el valor del consumo mensual de agua potable que depende del número de metros cúbicos consumidos en el mes; el valor de un departamento que depende del número de metros cuadrados construidos; la sombra proyectada por un edificio que depende de la hora del día; el costo de una llamada telefónica que depende de su duración; el costo de enviar una encomienda que depende de su peso; la estatura de un niño que depende de su edad.

A modo de ejemplo, ¿cuál sería la regla que relaciona los números de la derecha con los de la izquierda en la siguiente lista?:

1 -----> 1	Los números de la derecha son los cuadrados de los de la izquierda.
2 -----> 4	
3 -----> 9	La regla es entonces "elevar al cuadrado": $x \text{ -----> } x^2$.
4 -----> 16	

Para referirse a esta regla podemos usar un nombre, que por lo general es la letra f (de función). f es la regla "elevar al cuadrado el número".

Usualmente se emplean dos notaciones:

$$x \text{ -----> } x^2 \quad \text{ó} \quad f(x) = x^2.$$

A modo de resumen: En matemáticas, se dice que una magnitud o cantidad es **función** de otra si el valor de la primera depende del valor de la segunda. Por ejemplo el área A de un círculo es función de su radio r (el valor del área es proporcional al cuadrado del radio, $A = \pi \cdot r^2$). Del mismo modo, la duración T de un viaje en tren entre dos ciudades separadas por una distancia d de 150 km depende de la velocidad v a la que se desplace el tren (la duración es inversamente proporcional a la velocidad, d / v). A la primera magnitud (el área, la duración) se la denomina variable dependiente, y la cantidad de la que depende (el radio, la velocidad) es la variable independiente.

Diferencia y semejanza entre dominio y rango

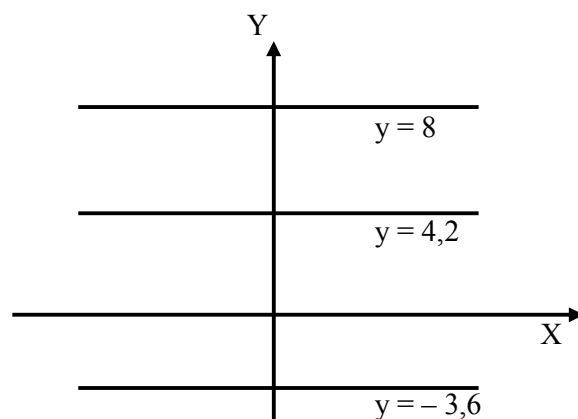
	DOMINIO	RANGO
DIFERENCIA	Está formado por aquellos valores de x	Está formado por aquellos valores de y
SEMEJANZA	Son números reales Se requiere para representar una gráfica	Son números reales Se requiere para representar una gráfica

Tipos de funciones

Función Constante:

Se llama función constante a la que no depende de ninguna variable, y la podemos representar como una función de la forma:

$F(x) = a$ donde a pertenece a los números reales y es una constante.



Como se puede ver es una recta horizontal en el plano x, y , en la gráfica la hemos representado en el plano, pero, como se puede ver la función no depende de x , si hacemos:

$$Y = F(x) \text{ entonces}$$

$Y = a$ donde a tiene un valor constante, en la gráfica tenemos representadas:

para valores de a iguales: $Y = 8$ $Y = 4,2$ $Y = -3,6$

El Dominio de la función constante va hacer igual siempre a "Todos los Reales" Mientras que la imagen tan solo va hacer el valor de a .

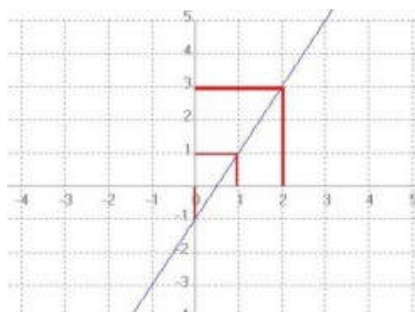
Función lineal:

Una función de la forma $f(x) = mx + b$ se conoce como una **función lineal**, donde m representa la pendiente y b representa el intercepto en y . La representación gráfica de una función lineal es una **recta**.

Las funciones lineales son funciones polinómicas.

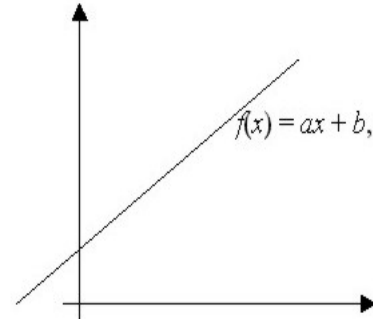
Ejemplo: $f(x) = 2x - 1$ es una función lineal con pendiente $m = 2$ e intercepto en y en $(0, -1)$.

Su gráfica es una recta ascendente. $f(x) = 2x - 1$



- En general, una función lineal es de la forma

$f(x) = ax + b$, donde **a** y **b** son constantes
(la **a** es lo mismo que la **m** anterior
(corresponde a la pendiente).



Para trazar la **gráfica de una función lineal** solo es necesario conocer dos de sus puntos.

La ecuación matemática que representa a esta función, como ya vimos, es $\mathbf{f(x) = ax + b}$, donde $\mathbf{f(x)}$ corresponde al valor de $\mathbf{y}$, entonces

$$\mathbf{y} = \mathbf{a}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Donde “a” es la pendiente de la recta, y “b” es la ordenada al origen.

Representación gráfica de una función lineal o función afín

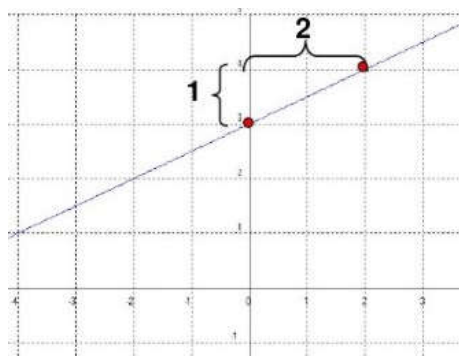
Para graficar una recta, alcanza con los datos que da la ecuación matemática de la función, y se opera de la siguiente manera:

1. Se marca sobre el **eje y** la ordenada al origen, el punto por donde la recta va a cortar dicho eje.
2. Desde ese punto, subo o bajo según sea el valor de “p” y avanzo o retrocedo según indique el valor de “q”. En ese nuevo lugar, marco el segundo punto de la recta.
3. Se podría seguir marcando puntos con la misma pendiente, pero con 2 de ellos ya es suficiente como para poder graficar la recta.
4. Teniendo ya los dos puntos, con regla se traza la recta que pasa por los mismos.

Ejemplo:

Graficar la siguiente función: $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $a = \frac{1}{2}$ 

La ordenada al origen (3) me indica que me debo parar sobre el eje y en el 3. De ahí subo 1 y avanzo 2, como me lo indica la pendiente.



También podemos graficar una función **dando valores a x** y obteniendo dos puntos en las coordenadas.

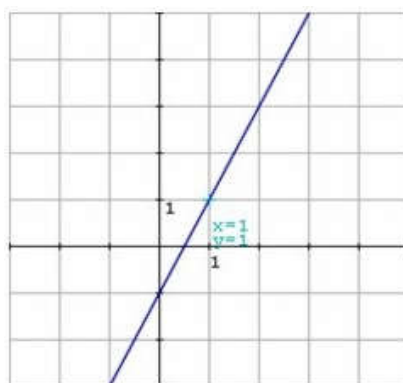
Ejemplo: Graficar la función dada por $f(x) = 2x - 1$

Solución.

Como la función es lineal se buscan dos puntos de la recta; para ello, se le dan valores a x y se encuentran sus imágenes respectivas, esto es:

Si $x = 0$, se tiene que $f(0) = 2(0) - 1 = -1$

Si $x = 2$, se tiene que $f(2) = 2(2) - 1 = 3$. Así, los puntos obtenidos son $(0, -1)$ y $(2, 3)$, por los cuales se traza la gráfica correspondiente.



Como determinar la pendiente “m” función lineal

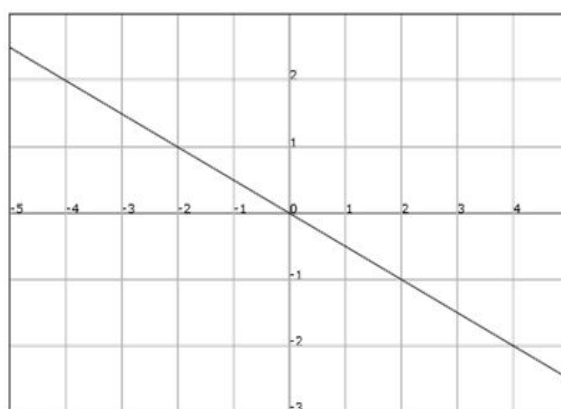
La pendiente “m” de una línea también puede calcularse usando las coordenadas de un punto de la línea de una función lineal, ya partir de las coordenadas de dos puntos para cualquier línea.

Dados dos puntos de una línea (ya sea una función lineal o afín) (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , podemos calcular la pendiente de la línea antes mencionada por medio de la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo

Teniendo en cuenta la siguiente línea que pasa por el punto A(2, -1):



Podemos calcular la pendiente, ya que además de señalar A, sabemos que pasa por el origen.
De esta manera, la aplicación de la fórmula:

$$m = \frac{-1 - 0}{2 - 0} = \frac{-1}{2}$$

Actividades de refuerzo. Aplicación de conocimiento

Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y obtener, a continuación, su gráfica. Determina la pendiente “m” de cada una.

A) $Y = 4X + 1$ B) $Y = -2X + 3$ C) $Y = \frac{3X}{2} - 1$ D) $Y = \frac{X}{3} + \frac{1}{2}$