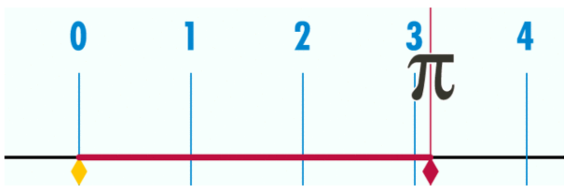
ط (رياضيات)

باي (π) أو ط[1] أو **ثابت الدائرة** هو ثابت رياضي يستخدم في الرياضيات والفيزياء بشكل مكثف. الرمز π مأخوذ من الحرف الإغريقي الصغير باي. وهو عدد حقيقي غير كسري أي لا يمكن كتابته على شكل a/b حيث a و b عددان صحيحان. وهو أيضاً عدد متسامٍ أي غير جبري. يعرف هذا العدد أيضا باسم ثابت أرخميدس. ويساوي تقريبا 3،14159.

ط هو النسبة بين محيط الدائرة وقطرها بمعنى أوضح محيط الدائرة يساوي (3،14159) مرة قطرها. مُثل هذا الثابت بالحرف الإغريقي π منذ منتصف القرن الثامن عشر. كون π عددا متساميا يعني عدم إمكانية حل المعضلة القديمة جدا والمتمثلة في تربيع الدائرة.

بما أن تعريف باي يتعلق بالدائرة، فإنها موجودة بكثرة في صيغات حساب المثلثات والهندسة الرياضية، خصوصا تلك التي تتعلق بالدوائر والإهليلجات والكرات. هي موجودة أيضا في صيغ من مجالات أخرى من العلوم كعلم الكون ونظرية الأعداد والإحصاء والهندسة الكسيرية والديناميكا الحرارية والميكانيكا والفيزياء الكهرومغناطيسية.



عندما يكون قطر دائرة مساويا ل 1، يكون محيطها مساويا ل □.

ومن المعروف أن الأعداد غير النسبية لا يمكن تمثيلها بكسر عشري منته، لكن من المعتاد تقريب ط بالقيمة 3.14 أو 22/7 .

١ الأساسيات

١٫١ الاسم

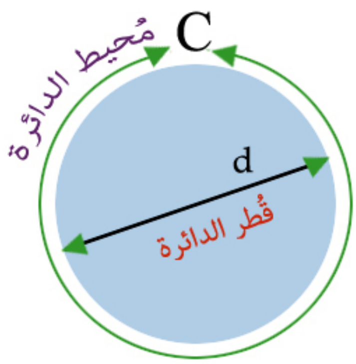
الرمز المستعمل من طرف علماء الرياضيات من أجل تمثيل النسبة بين محيط الدائرة وقطرها هو الحرف الإغريقي π ويُقرأ هذا الحرف باي[2]

و لا ينبغي خلط هذا العدد مع الحرف □، والذي يعني الجداء. يُنطق π في اللغة الإنجليزية (/pa□/).[3]

أول عالم رياضيات استعمل الحرف الإغريقي من أجل تمثيل نسبة محيط الدائرة على قطرها هو ويليام جونز، الذي استعملها في عام 1706 في عمل له.

عمم ليونهارد أويلر استعمال الحرف الإغريقي π في عمل له نشره عام 1748.

١٫٢ التعريف



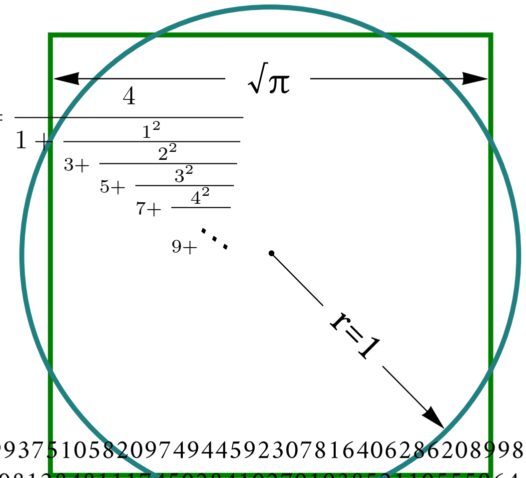
محيط دائرة يزيد بقليل عن ثلاثة أضعاف قطرها. تساوي النسبة بينهما π

π هي نسبة محيط الدائرة C على قطرها d:[4].

$$\pi = \frac{C}{d}.$$

نسبة C/d هي ثابتة بغض النظر عن محيط أو مساحة الدائرة. هذا التعريف ل π يستعمل بشكل غير مباشر مفهوم الهندسة الأقليدية المسطحة. رغم أن مفهوم الدائرة قد يمدد إلى الهندسة غير الإقليدية المنحنية، فإن هذه الدوائر الجديدة لا تحقق المعادلة $\pi = \frac{C}{d}$. هناك تعريفات أخرى لا تستعمل نهائيا الدوائر. على سبيل المثال، π هو ضعف أصغر عدد موجب حيث تنعدم دالة الجيب التمام.

٣٠١ الخصائص



بما أن π عدد متسام، تربيع الدائرة غير ممكن في عدد منته من الخطوات باستعمال الأدوات الكلاسيكية المتمثلة في الفرجار والمسطرة.

π عدد غير جذري. هذا يعني أنه لا يمكن كتابته على شكل نسبة عددين صحيحين، ك $22/7$، أو أي كسر آخر مستعمل تقريبا ل π. ولهذا السبب، فإن ل π عدد غير منته من الأرقام بعد الفاصلة في تمثيله العشري، وأنه لا توجد أي سلسلة من الأرقام تتكرر بشكل غير منته. هناك عدة براهين تثبت أن π عدد غير جذري.

π عدد متسام. هذا يعني أنه لا يمكن أن يكون جذرا لأي متعددة حدود غير منعدمة عواملها أعداد جذرية، كما هو الحال بالنسبة لمتعددة الحدود $\frac{x^5}{120}-\frac{x^3}{6}+x=0$. لتسامي π نتيجتان مهمتان أولهما : لا يمكن أن يُعبر عن π بأي دمج لأعداد جذرية وجذور مربعة وجذور مكعبة وما يشبه ذلك ك $\sqrt[3]{31}$ أو $\sqrt[5]{10}$. أما ثانيهما، فهو بما أنه يُستحال انشاء عدد متسام بواسطة البركار والمسطرة، فإنه أيضا من المستحيل تربيع الدائرة.

٤٠١ الكسور المستمرة

العدد ط، كونه عددا غير جذري، لا يمكن تمثيله كسرا بسيطا. هذه الخاصية تبقى صحيحة بالنسبة لجميع الأعداد غير الجذرية. ولكن الأعداد غير الجذرية، بما في ذلك ط، يمكن تمثيلها بكسور متكررة تسمى الكسور المستمرة:

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{292+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ddots}}}}}}}$$

إيقاف هذا الكسر المستمر في مستوى ما يعطي تقريبا معينا للعدد ط. استعمل الكسران $22/7$ و $355/113$ عبر التاريخ من أجل إعطاء قيمة مقربة للعدد ط. رغم عدم وجود أي انتظام أو تكرار في الكسر المستمر البسيط الذي يعطي قيمة العدد ط، فإن علماء الرياضيات وجدوا كسورا مستمرة معممة تحتوي على سلاسل عددية منتظمة أو متكررة. مثالا الكسور المستمرة التالية:

$$\pi = \cfrac{4}{1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\ddots}}}}}} = 3+\cfrac{1^2}{6+\cfrac{3^2}{6+\cfrac{5^2}{6+\cfrac{7^2}{6+\cfrac{9^2}{6+\ddots}}}}} = \cfrac{4}{1+\cfrac{1^2}{3+\cfrac{2^2}{5+\cfrac{3^2}{7+\cfrac{4^2}{9+\ddots}}}}}$$

٥٠١ قيمة مقربة

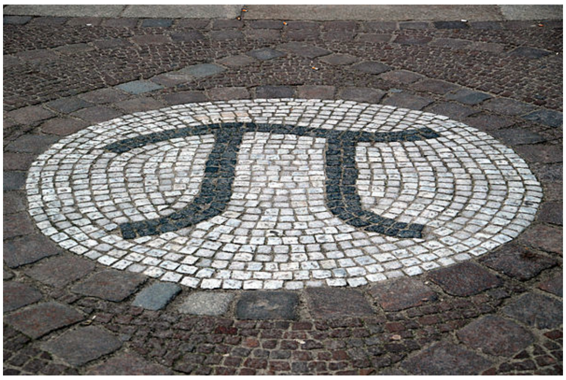
قيمة π التقريبية حتى 1000 مرتبة عشرية:

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706
82148086513282306647093844609550582231725359408128481117450284102701938521105559644622948954930381
44288109756659334461284756482337867831652712019091456485669234603486104543266482133936072602491412
72458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695194151160
33057270365759591953092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724891227938183011949
98336733624406566430860213949463952247371907021798609437027705392171762931767523846748184676694051
00056812714526356082778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968925892
83729780499510597317328160963185999999942019956112129021960864034418159813629774771309960518707211
50244594553469083026425223082533446850352619311881710100031378387528865875332083814206171776691473
15982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766111959092164201

٢ التاريخ

١٠٢ في العصور القديمة والوسطى

من غير المعروف كيف ومتى اكتشف الإنسان أن النسبة بين محيط الدائرة وقطرها هي نسبة ثابتة، لكن من الأكيد أن هذه الحقيقة قد عرفت منذ قديم الزمان. فالحضارات القديمة كالحضارة المصرية والبابلية تعاملت مع ط. كان البابليون يستخدمون التقريب $25/8$ بينما استخدم المصريون التقريب $256/81$.[5] ويرجع حصر قيمة π بين $22/7$

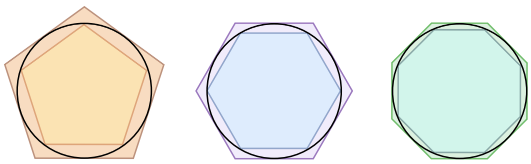


مُثل الثابت π في هذا الفسيفساء خارج مبنى لتدريس الرياضيات في معهد برلين للتكنولوجيا.

و $221/73$ إلى العالم اليوناني أرخميدس الذي ابتكر طريقة الاستنفاذ لحساب قيمة تقريبية للعدد ط.

في القرون التالية اهتم الفلكيون بتدقيق الحساب التقريبي لـ ط، وأوجد الفلكيون الهنود والصينيون عدة صيغ للقيمة التقريبية، وشارك العلماء العرب والمسلمون في تحسين تلك الصيغ، فتوصل غياث الدين جمشيد الكاشي في القرن الخامس عشر لحساب قيمة تقريبية صحيحة حتى ستة عشر رقما عشريا، وكان ذلك قبل ظهور الآلات الحاسبة بأربعمائة سنة.

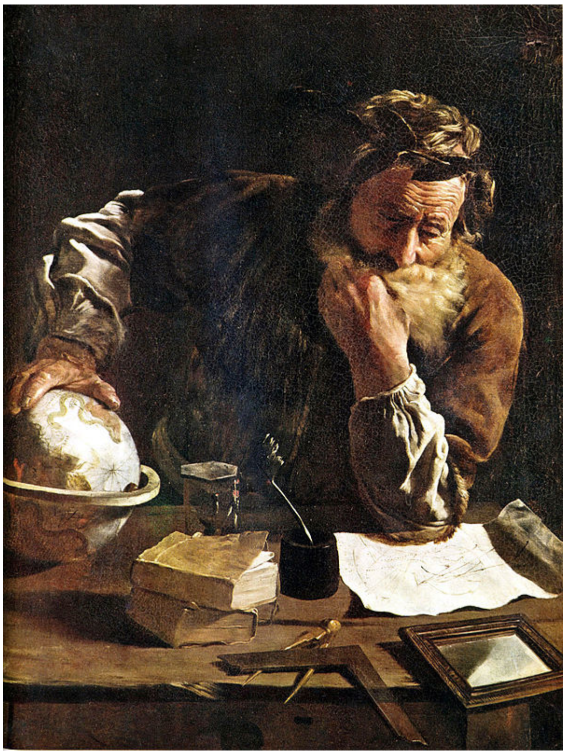
٢.٢ عصر التقريب بمتعددي الأضلع



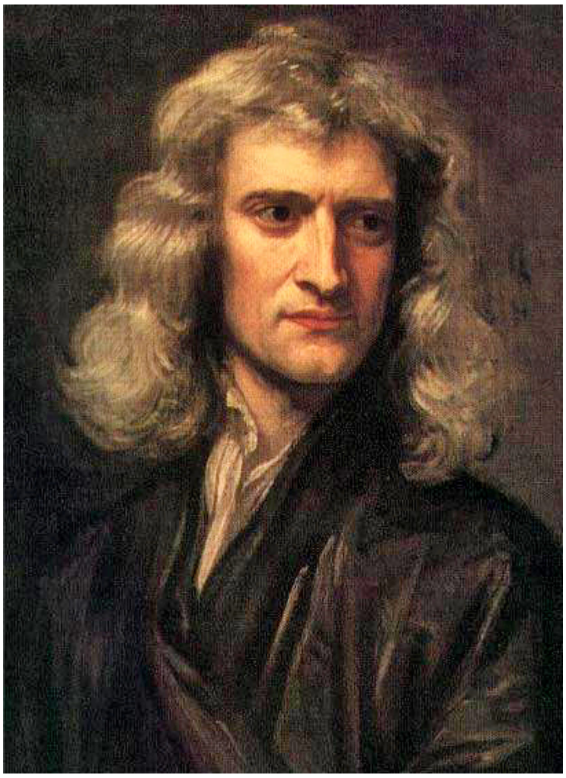
يمكن أن تعطي قيم مقربة لـ π بحساب مساحات متعددي الأضلاع المحيطة بالدائرة والمحاطة بها.

اعتمدت أول خوارزمية مسجلة في التاريخ والتي تمكن من حساب قيمة □ بصفة دقيقة على مقاربة هندسية تستعمل متعددي الأضلع. كان ذلك في عام حوالي 250 قبل الميلاد من طرف عالم الرياضيات الإغريقي أرخميدس. بقيت هذه الطريقة المعتمدة على متعددي الأضلع هي الطريقة الأساسية من أجل حساب □ لمدة تزيد عن الألف سنة. نتيجة لذلك، كان يشار في بعض الأحيان إلى □ على أنها **ثابتة أرخميدس**.

في عام 1424، تمكن غياث الدين الكاشي من حساب ما يكافىء ستة عشر رقما بعد الفاصلة لـ □، بالاستعانة بمتعدد للأضلاع عدد أضلاعه يساوي 3×2^{28}. بقي هذا العمل الأكثر دقة في العالم لمدة تقارب 180 سنة.



أرخميدس طور طريقة التقريب بحساب مساحة متعددي الأضلاع π .



استعمل إسحاق نيوتن المتسلسلات غير المنتهية لحساب π إلى حدود خمسة عشر رقماً، كاتباً فيما بعد ""استحي أن أقول لكم *to how many figures I carried* هذه الحسابات".[6]

٣.٢ المتسلسلات غير المنتهية

تطور حساب ط بشكل هائل في القرنين السادس عشر والسابع عشر بفضل اكتشاف المتسلسلات غير المنتهية، والتي هي مجاميع تحتوي على عدد غير منته من الحدود.

أول متسلسلة غير منتهية اكتشفت في أوروبا كانت جداء غير منته (بدلا من مجموع غير منته كما جرت العادة من أجل حساب العدد ط)، اكتشفها عالم الرياضيات الفرنسي فرانسوا فييت عام 1593:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots$$

تسمى هذه المتسلسلة صيغة فييت.

ثاني متسلسلة غير منتهية اكتشفت في أوروبا، وجدها جون واليس في عام 1655. وكانت هي أيضا جداء غير منته. تسمى هذه المتسلسلة جداء واليس.

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots$$

في أوروبا، أُعيد اكتشاف صيغة مادهافا من طرف عالم الرياضيات السكوتلاندي جيمس غريغوري في عام 1671 ومن طرف لايبنز في عام 1674.

$$\arctan z = z - \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^7}{7} + \cdots$$

هاته الصيغة، المعروفة باسم متسلسلة غريغوري-لايبنز، تساوي $\pi/4$ عندما يساوي z واحدا.

في عام 1706، استعمل جون ماشن متسلسلات غريغوري-لايبنز فوجد خوارزمية تؤول إلى العدد ط بسرعة أكبر من سابقاتها.

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

باستعمال هاته الصيغة، وصل ماشن إلى مائة رقم عشري بعد الفاصلة عند إعطائه لتقريب للعدد ط. وهي الطريقة التي استعملت فيما بعد في أجهزة الحاسوب وحتى عهد قريب. انظر صيغة مشابهة لصيغة ماشن. **سرعة الاقتراب**

٤.٢ كون □ عددا غير جذري وكونه عددا متساميا

لم يكن الهدف الوحيد من تطور الرياضيات المتعلقة ب □ هو حساب أكبر قدر ممكن من الأرقام في تمثيلها العشري. عندما حلحل أويلر معضلة بازل عام 1735، واجدا بذلك القيمة الدقيقة لمجموع مقلوبات مربعات الأعداد الصحيحة الطبيعية، أثبت وجود علاقة وطيدة بينها وبين الأعداد الأولية. ساهم ذلك فيما بعد، بتطور ودراسة دالة زيتا لريمان.

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots.$$

برهن العالم السويسري يوهان هاينريش لامبرت في عام 1761 أن □ عدد غير جذري، مما يعني أنه لا يمكن أن يساوي نسبة عددين صحيحين. استعمل برهان لامبرت تمثيلا بالكسور المستمرة لدالة الظل. برهن عالم الرياضيات الفرنسي أدريان ماري ليجاندر في عام 1794 أن π^2 هو أيضا عدد غير جذري. في عام 1882، برهن عالم الرياضيات الألماني فيردينوند فون ليندمان أن □ عدد متسام، مثبتا بذلك حدسية كل من ليجاندر و أويلر.

٥.٢ عصر الحاسوب والخوارزميات التكرارية

جون فون نيومان كان عضوا في الفرقة التي استعملت حاسوبا للمرة الأولى من أجل حساب، *ENIAC*، ط.

مع ظهور الآلات الحاسبة ثم الحاسبات الإلكترونية والنظرية الرياضية للنهايات والمتسلسلات اللانهائية تحسنت قدرة العلماء على حساب قيم تقريبية للعدد ط، ووصل السجل العالمي حتى عام 2002 إلى أكثر من تريليون رقم عشري. الجدير بالذكر أن فابريس حطم رقما قياسيا جديدا في 31 ديسمبر 2009 حين قام بحساب هذا العدد على حاسوب شخصي إلى 2.7 تريليون مرتبة عشرية، وقد استغرقه الحساب 131 استخدم خلالهاأسرع خوارزمية على الإطلاق حتى اليوم وكتب الشفرة المصدرية بلغة سي.[7][8]

٦٠٢ الهدف من حساب ط

حساب مساحات وأحجام الأشكال الهندسية المعتمدة على الدائرة كالقطع الناقص والكرة والمخروط والطارة

٧٠٢ المتسلسلات المتقاربة بسرعة

سرينفاسا أينجار رامانجن، يعمل في معزل في الهند، أنتج عددا من المتسلسلات الرائدة التي تمكن من حساب ط.

٨٠٢ خوارزميات الحنفية

اكتشفت خوارزميتان ي عام 1995، فتحتا بابا واسعا للبحث المتعلق بالعدد ط. هاتان الخوارزميتان تسميان بخوارزميات الحنفية لأنها كسيلان الماء من حنفية، تنتج أرقاما في التمثيل العشري للعدد ط، لا تستعمل ولا يُحتاج إليها بعد حسابها.

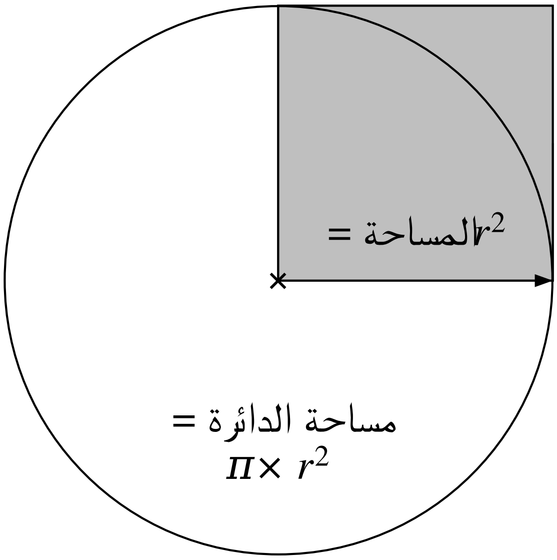
اكتشفت خوارزمية حنفية أخرى في عام 1995، وهي خوارزمية BBP لاستئصال الأرقام العشرية. تم اكتشافها من طرف سيمون بلوف.

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

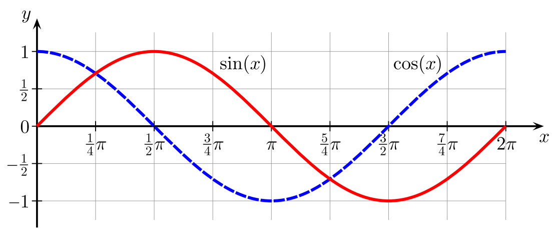
كونها بصيغة كسرية يمكن بها استخلاص الأرقام السداسية عشر والثنائية دون حساب سابقاتها وبها أمكن الوصول إلى 1,000,000,000,000,000 مرتبة ثنائية.

٣ الاستعمال

١٠٣ في الهندسة وحساب المثلثات



مساحة الدائرة تساوي ط مرة مساحة المربع الملون.



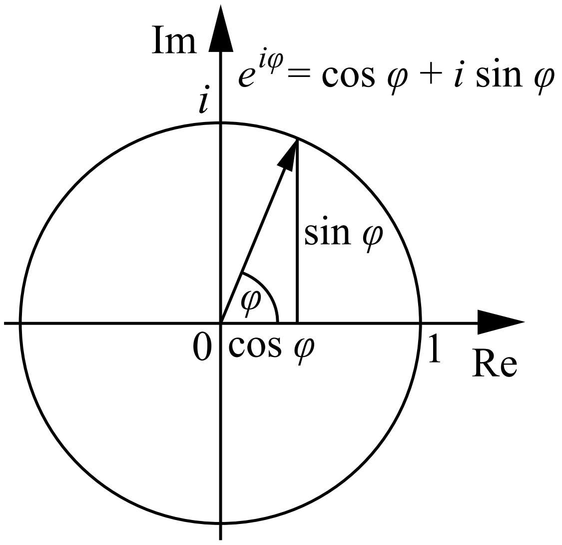
دالتا الجيب وجيب التمام دوريتان دورتهما تساوي 2ط.

يظهر العدد ط في حساب مساحات وأحجام الأشكال الهندسية المعتمدة على الدائرة كالقطع الناقص والكرة والمخروط والطارة. فيما يلي، بعض من الصيغ الأكثر أهمية والتي تحتوي على العدد ط :

- محيط دائرة شعاعها r هو $2\pi r$.
- مساحة دائرة شعاعها r هي πr^2 .
- حجم كرة شعاعها r هو $\frac{4}{3}\pi r^3$.
- مساحة كرة شعاعها r هو $4\pi r^2$.

طريقة مونت كارلو

طرق مونت كارلو من أجل إيجاد قيمة مقربة للعدد ط بطيئة جدا مقارنة مع طرق أخرى، وبالتالي، لا تستعمل أبدا إذا كانت السرعة والدقة هما المطلوبتان.



الربط بين القوى التخيلية للعدد e والنقط الموجودة على الدائرة الوحدة التي مركزها هو مركز المستوى العقدي أعطته صيغة أويلر.

٢٠٣ في الأعداد العقدية والتحليل

كل عدد عقدي، يمكن أن يُعبر عنه باستعمال عددين حقيقين. في النظام الإحداثي القطبي، يستعمل عدد حقيقي r (الشعاع أو نصف القطر) من أجل تمثيل المسافة بين z وأصل المعلم في المستوى العقدي. ويستعمل عدد حقيقي ثان (الزاوية أو φ) يمثل كمية الدوران في عكس اتجاه عقارب الساعة، انطلاقا من نصف محور الأراتيب المحتوي على الأعداد الحقيقية الموجبة ووصولا إلى z ذاته، كما يلي:

$$z = r \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

حيث i هي الوحدة التخيلية التي تحقق $i^2 = -1$. الظهور المكثف للعدد ط في التحليل العقدي قد يكون مرتبطا بالدالة الأسية لمتغير عقدي، كما وصفت ذلك صيغة أويلر :

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

حيث الثابتة e هي أساس اللوغارتم الطبيعي. في هاته الصيغة، عندما يكون φ مساويا ل π، تنتج صيغة أويل متطابقة أويلر، التي نظر إليها علماء الرياضيات كثيرا لاحتوائها على الثابتات الرياضياتية الخمسة، الأكثر أهمية:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

يوجد n عدد مركب تختلف عن بعضا البعض z يحققن المعادلة $z^n = 1$. تسمى هذه الأعداد بالجذور النونية للوحدة، وتحدد بواسطة الصيغة التالية:

$$e^{2\pi ik/n} \qquad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1).$$

٣٠٣ في نظرية الأعداد ودالة زيتا لريمان

دالة زيتا لريمان $\zeta(s)$ هي دالة مستعملة في مجالات عديدة من الرياضيات. عندما يكون s مساويا ل 2، يمكن أن تكتب كما يلي :

$$\zeta(2) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots.$$

كان إيجاد قيمة هذه المتسلسلة غير المنتهية معضلة مشهورة في الرياضيات، تدعى معضلة بازل. حلحلها ليونهارد أويلر عام 1735 حيث برهن أنها تساوي $\frac{\pi^2}{6}$. هاته النتيجة أدت إلى نتيجة أخرى في نظرية الأعداد وهي كون احتمال أن يكون عددان طبيعيان، اختيرا عشوائيا، أوليين فيما بينهما، مساويا ل $\frac{6}{\pi^2}$.

$$\prod_p^{\infty} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) = \left(\prod_p^{\infty} \frac{1}{1-p^{-2}}\right)^{-1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots} = \frac{1}{\zeta(2)} = \frac{6}{\pi^2} \approx 61\%$$

يمكن لهذا الاحتمال أن يستعمل، بالإضافة إلى مولد للأعداد العشوائية، من أجل إعطاء قيمة مقربة ل π ، اعتمادا على طريقة مونتي كارلو.

٤٠٣ في الفيزياء

يمكن رؤية العدد ط أو π في العديد من القوانين الفيزيائية من أهمها:

- الثابت الكوني:[9]

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho$$

- مبدأ الريبة، الذي ينص على أن قياس موضع جسيم (Δx) وكمية التحرك (Δp) لايمكن لكليهما أن يكونا صغيرين في نفس الوقت:[10]

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- معادلات المجال لآينشتين في النسبية العامة:[11]

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- قانون كولوم للقوة الكهربائية، يصف القوة بين شحنتين كهربائيتين (q_1 and q_2) تفصلهما مسافة r:[12]

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

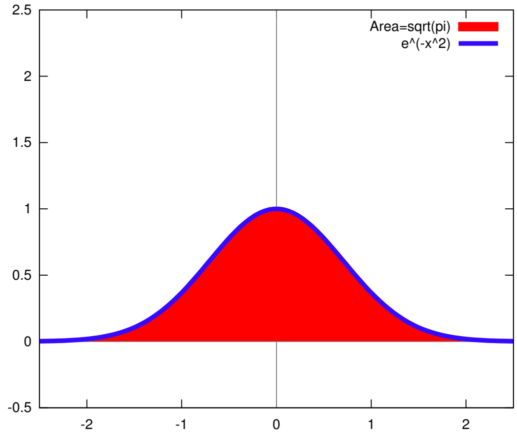
- النفاذية المغناطيسية في الفراغ:[13]

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$$

- قوانين كبلر، التي تربط بين الزمن المداري (P) والمحور الإهليجي الأكبر a والكتل (M و m) لجسمين مداريين حول بعضهما:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{(2\pi)^2}{G(M+m)}$$

٥.٣ في الاحتمالات والإحصاء



رسم بياني للدالة الغاوسية
□$(x) = e^{-x^2}$. المنطقة الملونة بين منحنى الدالة ومحور الأراتيب لها مساحة تساوي $\sqrt{\pi}$.

في علم الاحتمالات والإحصاء، توجد العديد من التوزيعات التي تحوي العدد □، منها ما يلي:

- دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المنتظم بالمتوسط □ والانحراف المعياري □، نتيجة للتكامل الغاوسي:[14]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

- دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كوشي:[15]

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

٤ صيغ حسابية للعدد ط

توجد طرق عديدة ومختلفة لنشر وحساب العدد ط منها النشر بواسطة سلاسل تايلور وماكلورين، النشر بواسطة متسلسلات فورييه، النشر بالنظام الثنائي، والنشر بالكسور المستمرة.

١٠٤ النشر بواسطة متسلسلة ما كلورين

إحدى المعادلات المعروفة لإيجاد ط هي :

$4*(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\cdots\cdots)$

ويمكن استنتاج هذه الصيغة من متسلسلة ماكلورين للدالة قوس ظا ((بالإنجليزية: arctan)) حيث

$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots$

في الحقيقة لاتستخدم الالات الحسابية السلسلة السابقة (عند تعويض x =1) بسبب تقاربها البطيء ويمكن ملاحظة ذلك عند الوصول إلى رقم المليون وواحد مثلا ستكون الدقة لاتتجاوز خمس مراتب عشرية، وهكذا.

يمكن استعمال الصيغة الرياضية عند تعويضات x أكبر من الواحد للحصول على تقارب أسرع مثل:

$$\pi = \sqrt{12}\left(1 - \frac{1}{3\cdot 3} + \frac{1}{5\cdot 3^2} - \frac{1}{7\cdot 3^3} + \cdots\right)$$

٢٠٤ سلاسل أخرى

هناك حسابات أخرى مثل:

اما في العصر الحديث فقد ظهرت خوارزميات أكثر تقاربا بكثير مثل:

- سلسلة سرينيفاسا:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

- سلسلة الاخوان تشودنوفيسكي التي سمحت لاول مرة تقريب ط لمليار مرتبة عشرية عام 1989 باستخدام الحاسوب العملاق:

$$\frac{426880\sqrt{10005}}{\pi} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(6k)!(13591409+545140134k)}{(3k)!(k!)^3(-640320)^{3k}}$$

و كان لخوارزمية برنت سالامن الاكتشاف الاروع والتي تبدأ بوضع:

$$a_0 = 1 \qquad b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad t_0 = \frac{1}{4} \qquad p_0 = 1$$

ثم المعاودة:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \qquad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$$

$$t_{n+1} = t_n - p_n(a_n - a_{n+1})^2 \qquad p_{n+1} = 2p_n$$

حتى تصبح a_n و b_n متقاربة بما يكفي. ويعطى تقريب □

$$\pi \approx \frac{(a_n+b_n)^2}{4t_n}.$$

في عام 2006 استطاع سيمون بلوف توليد سلسلة من الصيغ المدهشة بوضع $[[q = e^{\square}$، وبالتالي

$$\frac{\pi}{24} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{3}{q^n - 1} - \frac{4}{q^{2n} - 1} + \frac{1}{q^{4n} - 1} \right)$$

$$\frac{\pi^3}{180} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \left(\frac{4}{q^n - 1} - \frac{5}{q^{2n} - 1} + \frac{1}{q^{4n} - 1} \right)$$

وأخرى بالشكل،

$$\pi^k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k} \left(\frac{a}{q^n - 1} + \frac{b}{q^{2n} - 1} + \frac{c}{q^{4n} - 1} \right)$$

حيث $q = e^{\square}$, k هو عدد فردي، وa, b, c are اعداد نسبية. إذا كانت k على الشكل $4m + 3$، تصبح الصيغة بالشكل المبسط،

$$p\pi^k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k} \left(\frac{2^{k-1}}{q^n - 1} - \frac{2^{k-1} + 1}{q^{2n} - 1} + \frac{1}{q^{4n} - 1} \right)$$

٣.٤ صيغة بيلارد

- تم تحسين منشور سيمون بلوف بواسطة فابريس بيلارد واكتشاف صيغة حسابية جديدة أسرع بحوالي 43% من سابقتها كما أمكنه ولأول مرة بها حساب ط لرقم قياسي جديد على حاسوب شخصي لايتجاوز سعره 3000 دولار (وصل إلى 2.7 ترليون مرتبة عشرية مقارنة بالحساب السابق الذي تم بمساعدة الحاسوب العملاق للوصول إلى 2.6 ترليون مرتبة عشرية أو 1,000,000,000,000,000 مرتبة ثنائية) مع نهاية عام 2009 وتدعى هذه الصيغة بصيغة بيلارد:

$$\pi = \frac{1}{2^6} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{10n}} \left(-\frac{2^5}{4n+1} - \frac{1}{4n+3} + \frac{2^8}{10n+1} - \frac{2^6}{10n+3} - 10 \right.$$

٥ انظر أيضا

- ثابت رياضي
- قائمة الأعداد
- الأعداد غير النسبية

٦ مصادر

[1] الثابت (ط)

[2] Mackridge، Peter (2004). Holton، David؛ *Greek: an Essential Grammar of the Modern Language*. Routledge. ISBN 0-415-23210-4., p. xi.

[3] ‏“pi”. Dictionary.reference.com. 2 March 1993. اطلع عليه بتاريخ 18.June 2012

[4] Arndt & Haenel 2006, p. 8

[5] Richard J. Gillings (1972). *Mathematics in the time of the Pharaohs*. MIT press. صفحة 124.

[6]

[7] BBC News - Pi calculated to 'record number' of digits

[8] موقع فابريس محطم الرقم العالمي للعام 2010 لحساب ط

[9] Miller، Cole. “The Cosmological Constant” (PDF). University of Maryland. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-08.

[10] Imamura، James M (2005-08-17). “Heisenberg Uncertainty Principle”. University of Oregon. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-09.

[11] Einstein، Albert (1916). “The Foundation of the General Theory of Relativity” (PDF). *Annalen der Physik*. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-09.

[12] Nave، C. Rod (2005-06-28). “Coulomb's Constant”. *HyperPhysics*. Georgia State University. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-09.

[13] “Magnetic constant”. NIST. 2006 CODATA recommended values. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-09.

[14] Weisstein، Eric W (2004-10-07). “Gaussian Integral”. MathWorld. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-08.

[15] Weisstein، Eric W (2005-10-11). “Cauchy Distribution”. MathWorld. اطلع عليه بتاريخ 2007-11-08.

٧ وصلات خارجية

- العدد باي على شبكة الرياضيات رمز
- باي حتى 4 ملايين خانة
- بوابة رياضيات
- بوابة هندسة رياضية
- بوابة تحليل رياضي

في كومنز صور وملفات عن: ط (رياضيات)

٨ مصادر النص والصور، والمساهمون والتراخيص

١.٨ النص

- ط (رياضيات) المصدر: https://ar.wikipedia.org/wiki/%D8%B7_(%D8%B1%D9%8A%D8%A7%D8%B6%D9%8A%D8%A7%D8%AA)?oldid=18906704 المساهمون: Abanima، Robbot، Jak، الزياني، موهند، Chaos، Chobot، YurikBot، Ali1، Meno25، Escarbot، JhsBot، MSBOT، Aram33، Thijs!bot، JAnDbot، خالد حسني، Lord Anubis، Omar-mila، عبدالرحمن حسني، Bot-Schafter، OdderBot، Ciphers، VolkovBot، SieBot، TXiKiBoT، Ghaly، OKBot، Synthebot، أحمد محمد بسيوني، Loveless، Binbadis، Purbo T، Almuhammedi، AlleborgoBot، Idioma-bot، Hanyhosseiny، MenoBot، PipepBot، DragonBot، Okno~arwiki، Asmgx، Alexbot، Malek youssef، Numbo3-bot، HerculeBot، Farisnet، Luckas-bot، CipherBot، صالح الحارثي، ArthurBot، Almabot، Xqbot، GhalyBot، MaraBot، Muslim-Researcher، Amira Sultan، TobeBot، Abdulrahman112، عبد المؤمن، LucienBOT، KamikazeBot، Supertouch، Dr-Taher Khalid، أبو حمزة، SharafBot، EmausBot، ChuispastonBot، MoazMohammed، WikitanvirBot، Mjbmrbot، Aiman titiBot، AvocatoBot، MerlIwBot، موسى الحداد، محمد مختاري، AvicBot، ElphiBot، Minsbot، Fatimah M، ZkBot، Mr.Ibrahembot، Addbot، مصعب، ابراهيم زين العابدين، SHBot، نصر الله غانم، محمد القنة، Twilight Magic، Wael.ch و مجهولون: 28

٢.٨ الصور

- ملف:**Archimedes_pi.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c9/Archimedes_pi.svg الترخيص: CC-BY-SA-3.0 المساهمون: عمل شخصي الفنان الأصلي: Leszek Krupinski (disputed, see File talk:Archimedes pi.svg)
- ملف:**Circle_Area_Arabic.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/ar/4/46/Circle_Area_Arabic.svg الترخيص: ? المساهمون: ? الفنان الأصلي: ?
- ملف:**Commons-logo.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4a/Commons-logo.svg الترخيص: Public domain المساهمون: This version created by Pumbaa, using a proper partial circle and SVG geometry features. (Former versions used to be slightly warped.) الفنان الأصلي: SVG version was created by User:Grunt and cleaned up by 3247, based on the earlier PNG version, created by Reidab.
- ملف:**Crystal_Clear_app_3d.png** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e4/Crystal_Clear_app_3d.png الترخيص: LGPL المساهمون: All Crystal Clear icons were posted by the author as LGPL on kde-look; الفنان الأصلي: Everaldo Coelho and YellowIcon;
- ملف:**Crystal_Clear_app_kdict.png** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/61/Crystal_Clear_app_kdict.png الترخيص: LGPL المساهمون: All Crystal Clear icons were posted by the author as LGPL on kde-look; الفنان الأصلي: Everaldo Coelho and YellowIcon;
- ملف:**Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg الترخيص: Public domain المساهمون: http://archimedes2.mpiwg-berlin.mpg.de/archimedes_templates/popup.htm الفنان الأصلي: Domenico Fetti
- ملف:**E^(-x^2).svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2f/E%5E%28-x%5E2%29.svg الترخيص: CC BY-SA 3.0 المساهمون: عمل شخصي الفنان الأصلي: Autopilot
- ملف:**Euler's_formula.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/71/Euler%27s_formula.svg الترخيص: CC-BY-SA-3.0 المساهمون: This file was derived from Euler's formula.png:
  الفنان الأصلي: **Original:** Gunther
  Derivative work: Wereon
- ملف:**GodfreyKneller-IsaacNewton-1689.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/39/GodfreyKneller-IsaacNewton-1689.jpg الترخيص: Public domain المساهمون: http://www.newton.cam.ac.uk/art/portrait.html الفنان الأصلي: Sir Godfrey Kneller
- ملف:**JohnvonNeumann-LosAlamos.gif** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5e/JohnvonNeumann-LosAlamos.gif الترخيص: Public domain المساهمون: http://www.lanl.gov/history/atomicbomb/images/NeumannL.GIF (Archive copy at the Wayback Machine (archived on 11 March 2010)) الفنان الأصلي: LANL
- ملف:**Leonhard_Euler.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d7/Leonhard_Euler.jpg الترخيص: Public domain المساهمون:
  2. Kunstmuseum Basel
  الفنان الأصلي: Jakob Emanuel Handmann
- ملف:**Matheon2.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8c/Matheon2.jpg الترخيص: CC-BY-SA-3.0 المساهمون: عمل شخصي (own photo) الفنان الأصلي: Holger Motzkau
- ملف:**Nuvola_apps_edu_mathematics-ar.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/26/Nuvola_apps_edu_mathematics-ar.svg الترخيص: GPL المساهمون: Own work, based on Image:Nuvola_apps_edu_mathematics-p.svg الفنان الأصلي: Khaled Hosny
- ملف:**PI_constant.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/PI_constant.svg الترخيص: Public domain المساهمون: عمل شخصي الفنان الأصلي: German

- **ملف:P_cartesian_graph.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/P_cartesian_graph.svg الترخيص: CC-BY-SA-3.0 المساهمون: ؟ الفنان الأصلي: ؟
- **ملف:Pi-unrolled-720.gif** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2a/Pi-unrolled-720.gif الترخيص: CC-BY-SA-3.0 المساهمون: Edited version of Image:Pi-unrolled.gif، الفنان الأصلي: John Reid
- **ملف:Pi_C_over_d.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f4/Pi_C_over_d.jpg الترخيص: CC BY-SA 3.0 المساهمون: عمل شخصي الفنان الأصلي: Fatimah M
- **ملف:Sine_cosine_one_period.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/71/Sine_cosine_one_period.svg الترخيص: CC BY 3.0 المساهمون: عمل شخصي الفنان الأصلي: Geek3
- **ملف:Squaring_the_circle.svg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/Squaring_the_circle.svg الترخيص: Public domain المساهمون: Pd-self image by Plynn9 الفنان الأصلي: Original PNG by Plynn9; SVG by Alexei Kouprianov
- **ملف:Srinivasa_Ramanujan_-_OPC_-_1.jpg** المصدر: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Srinivasa_Ramanujan_-_OPC_-_1.jpg الترخيص: Public domain المساهمون: link الفنان الأصلي: غير معروف

٣٠٨ ترخيص المضمون